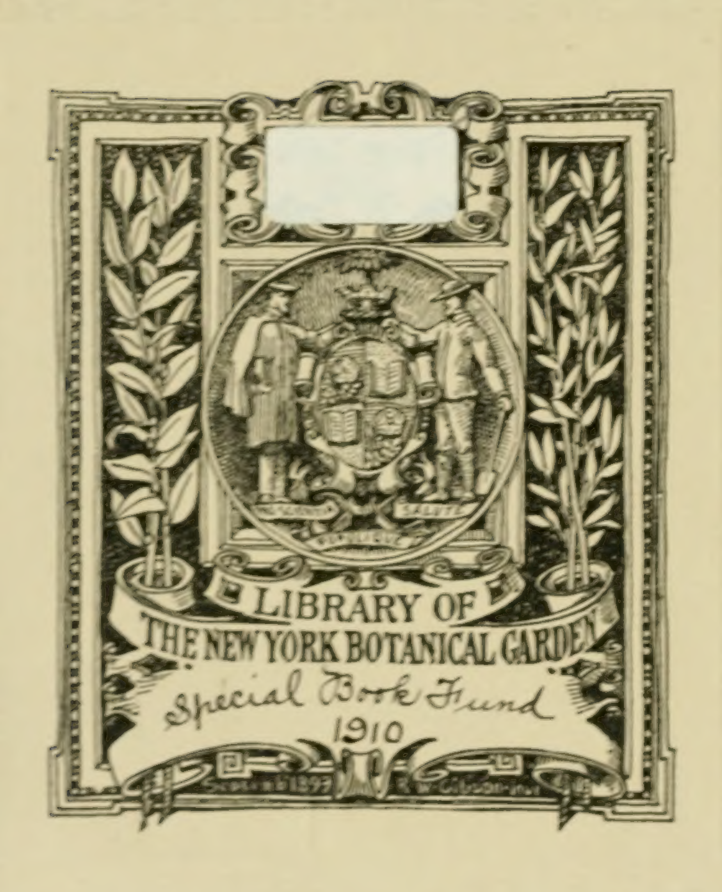



LIBRARY OF
THE NEW YORK BOTANICAL GARDEN
Special Book Fund
1910

ACTA

SOCIETATIS SCIENTIARUM

FENNICÆ.

TOMUS I.

HELSINGFORSIÆ.

EX OFFICINA TYPOGRAPHICA G. O. WASENII.

MDCCCXLII.

IMPRIMATUR:

J. M. af Tengström.

NICOLAI DEN FÖRSTE,

KEJSARE OCH SJELFHERRSKARE öfver hela Ryssland samt STORFURSTE till Finland &c. &c. &c.

VÅR ynnest och Nådiga benägenhet, med Gud Allsmäktig: Finska Vettenskaps-Societeten! I anledning af åtskillige Professorers vid VÅRT Alexanders-Universitet i Finland, samt andre Vettenskapsidkares i Helsingfors Stad derom gjorda underdåniga ansökning, hafve VI i Nåder bifallit till stiftande af en litteraire förening under namn af *Finska Vettenskaps-Societeten*, och varder VÅRT för Eder utfärdade Nådiga Stadfästelse-Bref, jemte de af Eder uppgjorde Provisoriske Stadgar härhos Eder meddelade; Och VI befalle Eder Gud Allsmäktig, Nådeligen! Helsingfors, den 21 Maji 1838.

I HANS KEJSERLIGA MAJESTÄTS Höga Namn,

DESS tillförordnade SENAT för Finland:

A. MELLIN.	G. HJÄRNE.
HENR. ERVAST.	AUGUST RAMSAY.
LARS SACKLEEN.	G. v. KOTHEN.
C. G. HISING.	CARL FREDR. RICHTER.
J. WALHEIM.	LARS JÄGERHORN.
ERNST FR. BRANDER.	B. U. BJÖRKSTEN.
AUGUST LOHMAN.	

PEHR TÖRNQVIST.

Vi NICOLAI den FÖRSTE,
med Guds Nåde, KEJSARE och SJELFHERRSKARE öfver hela Ryssland, STORFURSTE till Finland, &c. &c. &c.

Göre veterligt: att sedan åtskillige Professorer vid VÅRT Alexanders-Universitet i Finland, samt andre Vettenskapsidkare uti Helsingfors Stad, hos OSS i underdånighet anhållit om tillåtelse att derstädes stifta en förening under namn af *Finska Vettenskaps-Societeten,* i ändamål, att så väl framkalla resultater af dess Medlemmars egne vettenskapliga forskningar, som öppna tillfälle till ömsesidiga meddelanden af de framsteg och upptäckter, hvilka å andra orter blifvit gjorda inom området af de vettenskaper Societeten omfattade, hafve VI, under den $\frac{14}{26}$ April innevarande år, i Nåder velat denne Litteraira Stiftelse bifalla, samt försäkra Finska Vettenskaps-Societeten om VÅRT Nådiga hägn. Det alle, som vederbör, till underdånig efterrättelse länder. Helsingfors, den 21 Maji 1838.

Enligt HANS KEJSERLIGA MAJESTÄTS Eget Beslut och i DESS Höga Namn,

DESS tillförordnade Senat för Finland:

A. MELLIN.
HENR. ERVAST.
LARS SACKLEEN.
C. G. HISING.
J. WALHEIM.
ERNST FR. BRANDER.
AUGUST LOHMAN.

G. HJÄRNE.
AUGUST RAMSAY.
G. v. KOTHEN.
CARL FREDR. RICHTER.
LARS JÄGERHORN.
B. U. BJÖRKSTÉN.

Pehr Törnqvist.

STADGAR

FÖR

FINSKA VETENSKAPS-SOCIETETEN.

§. 1.

Vetenskaps-Societeten indelas i trenne Sectioner: den Mathematico-Physiska, den Naturalhistoriska och den Historico-Philologiska Sectionen.

§. 2.

Till den Mathematico-Physiska Sectionen höra: Mathematik, Astronomie, Physik, Chemie, Mineralogie, Geologie och Technologie.

§. 3.

Den Naturalhistoriska Sectionen behandlar de vetenskaper, hvilkas föremål är den Organiska Naturens kännedom.

§. 4.

Den Historico-Philologiska Sectionen omfattar de Historiska och Statistiska Vetenskaperne, äfvensom äldre och nyare folkslags Språk och Litteratur.

§. 5.

Vetenskaps-Societeten består af ett bestämdt antal Ordinarie Medlemmar och Heders-Ledamöter.

§. 6.

Till Ordinarie Medlemmar inväljas Män af vetenskaplig förtjenst och i synnerhet de, hvilka, antingen genom utgifne arbeten inom Vetenskaps-Societetens område, eller genom Afhandlingar uppläste inför Societeten enligt hvad här nedan säges, gjort sig kände såsom sjelfständige Forskare.

§. 7.

Till Heders-Ledamöter inbjudas Män, utmärkte såsom Vetenskapernas Idkare eller Gynnare.

§. 8.

Societetens Ordinarie Medlemmar äga, vid inträffad ledighet, att föreslå ny Ordinarie Ledamot. För att förslaget skall tagas under behörig åtgärd, böra tvenne Ledamöter hafva sig derom förenat, och sina skäl skrifteligen uppgifvit. Innan val, i anledning häraf, kan företagas, bör den Section, hvarinom ledigheten inträffat, dessförinnan i afseende å den föreslagne nya Ledamoten höras.

§. 9.

Heders-Ledamot föreslås i enlighet med hvad nästföregående §. om Ordinarie Ledamot stadgar.

§. 10.

Societetens Ordinarie Ledamöter utvälja bland sig, det första året, Ordförande och Vice-Ordförande: och sedan, hvarje år, Vice-Ordförande, hvilken det nästpåföljande, utan vidare val, öfvertager Ordförandens åliggánden.

§. 11.

Vice-Ordförande väljes ibland Sectionernas medlemmar, ifrån hvarje Section i sin ordning.

§. 12.

Secreteraren är ständig och väljes ibland Societetens Ordinarie Ledamöter.

§. 13.

Hvar och en Ledamot, som första gången väljes till en befattning inom Societeten, är förbunden att densamma emottaga, derest han ej kan uppgifva giltiga skäl för vägran.

§. 14.

Val af Societetens Embetsmän anställes medelst slutna sedlar. För valets giltighet erfordras minst absolut pluralitet.

§. 15.

Val af Ordinarie och Heders-Ledamöter anställes medelst ballotering. Är blott en person föreslagen att inväljas, erfordras för valets giltighet två-tredjedelar af de väljandes röster. Äro flere på en gång föreslagne, anses den vald, hvilken den absoluta pluraliteten tillfallit.

§. 16.

Val af så väl Ordinarie som Heders-Ledamöter äger rum tvenne gånger om året: den första Måndagen i November månad och vid det sammanträde, som inträffar näst före Societetens Års- och Högtidsdag. Förslag af ny Ledamot bör Societeten meddelas sednast på sammanträdet, som närmast föregår det, hvarpå Val får ske.

§. 17.

Val af Embetsmän företages på Societetens Års- och Högtidsdag.

§. 18.

Vetenskaps-Societeten sammanträder den förste Måndagen i hvarje månad, med undantag af den i Julii, Augusti och September månader.

§. 19.

På dessa ordinarie sammanträden meddela Ledamöterne Societeten så väl resultaterne af egna forskningar och observationer, som ock underrättelser om sådane undersökningar, upptäckter och rön i deras Vetenskap, som blifvit dem bekanta antingen genom utkomna Skrifter eller ock genom Correspondance. Vill Ledamot uppläsa en Afhandling, bör han sådant, jemte uppgift om ämnet, före sammanträdet hos Ordföranden anmäla.

§. 20.

Utom Societetens Ordinarie och Heders-Ledamöter, må äfven andre, som nitälska för Vetenskaperne, bivista dess samman-

träden: Och äger Ordföranden, i sådant afseende, utdela inträdes-kort, till det antal, som Societeten särskildt bestämmer.

§. 21.

Vetenskapsidkare, som ej hör till Societeten, är det obetaget, att vid ordinarie sammanträde uppläsa afhandling, författad öfver ämnen, som ligga inom Societetens vetenskapliga område. Dock bör han minst åtta dagar dessförinnan hafva den till Ordföranden aflemnat.

§. 22.

Önskar en till Societeten icke hörande Vetenskaps-idkare erhålla Societetens utlåtande öfver ett af honom författadt och till Societeten inlemnadt arbete, vill Societeten, efter bepröfvande, ett sådant afgifva.

§. 23.

Vid Societetens sammanträden föres Protokoll. Det vigtigaste deraf meddelas Allmänheten genom Offentliga Blad, så framt Societeten, för tillfället, ej annorlunda besluter.

§. 24.

Vetenskaps-Societeten firar en Års- och Högtidsdag, då Societetens Secreterare uppläser en öfver årets arbeten författad Berättelse, hvilken sedan genom trycket offentliggöres. Års- och Högtidsdagen är den 29 April, Hans Kejserliga Höghets, Thronföljaren, Cesarewitsch och Stor-Furstens födelsedag.

§. 25.

Ordföranden, eller, i hans frånvaro, Vice-Ordföranden öppnar Societetens sammanträden, gifver ordet till föredrag, leder öfverläggningarne, tillser att Societetens beslut verkställas, och bestämmer i utomordentliga fall extra-sammanträden. Frågor rörande Societetens inre angelägenheter afgöras i sluten session.

§. 26.

Secreteraren förer Protokollet, likväl så, att hvad en föredragande önskar annorlunda, än med få ord, hafva deruti infördt, särskildt skrifteligen meddelas. Secreteraren författar Societetens Årsberättelse, besörjer brefväxlingen och verkställer utgifvandet af alla i Societetens namn utgående handlingar. Societetens penningeangelägenheter åligger det äfven Secreteraren att handhafva.

§. 27.

Är Secreteraren af förfall hindrad att Protokollet föra, bestrides hans befattning för tillfället af någon dertill utsedd närvarande Ledamot.

§. 28.

Val och Beslut i Societeten hafva icke bindande kraft, om ej minst hälften af Ordinarie Ledamöter deruti deltagit.

§. 29.

När ett tillräckligt antal afhandlingar och uppsattser blifvit till Societeten af dess Ordinarie Ledamöter inlemnade, skola desamma, så fort ske kan, från trycket utgifvas. På Societetens bepröfvande beror, huruvida afhandlingar, som blifvit uppläste och inlemnade af personer, hvilka till Societeten icke höra, komma att i de från trycket utgående Handlingarne intagas.

NICOLAI DEN FÖRSTE,

KEJSARE OCH SJELFHERRSKARE öfver hela Ryssland samt STORFURSTE till Finland &c. &c. &c.

VÅR ynnest och Nådiga benägenhet, med Gud Allsmäktig, Trogna och Tjenare, Ledamöter af Finska Vettenskaps-Societeten! För att bereda Eder utväg att af trycket utgifva de vetenskapliga arbeten, som anses tjenliga att ingå uti Societetens Acter, hafve VI i Nåder funnit godt bevilja Societeten en Summa af Ett Tusende Femhundrade Rubel Banco Assignationer om året, att, räknadt ifrån och med nästkommande år 1840, af Finska Statsmedlen utgå: Hvilket Eder härigenom i Nåder meddelas, med tillkännagifvande att VI, uti nu afgående bref, anbefallt Gouverneuren i Nylands Län att sagde anslag, af Stats-Verkets behållningar i härvarande Landt-Ränteri, uppå skeende anmälan, till Eder årligen utbetala. VI befalle Eder Gud Allsmäktig, Nådeligen. Helsingfors, den 23 October 1839.

Enligt HANS KEJSERLIGA MAJESTÄTS EGET Beslut
och i DESS Höga Namn,

DESS tillförordnade SENAT för Finland:

A. THESLEFF.

G. HJÄRNE. W. KLINKOWSTRÖM.
AUGUST RAMSAY. LARS SACKLEEN.
CARL FREDR. RICHTER. J. WALHEIM.
LARS JÄGERHORN. B. U. BJÖRKSTEN.

A. L. BORN.

MEMBRES ORDINAIRES

DE LA SOCIÉTÉ DES SCIENCES DE FINLANDE.

I. Section des Sciences Mathématiques et Physiques.

M. Gustave-Gabriel Hällström, Docteur en philosophie et en théologie, Professeur de physique à l'Université d'Alexandre, Agrégé aux Ordres de S:t Vladimir de la 3:me et de S:te Anne de la 2:de classe decoré de la couronne Imp. (Président de la Société depuis le 28 Mai 1838 jusqu'au 29 Avril 1839).

M. Jean-Jacques Nervander, D:r en phil., Professeur extraordinaire, Directeur de l'Observatoire magnétique et Professeur-Adjoint de mathématiques et de physique à l'Univ. d'Alexandre.

M. Nicolas Nordenskiöld, D:r en phil, Sur-Intendant des mines de Finlande, Chevalier des Ordres de S:te Anne et de S:t Stanislas de la 2:de, et de S:t Vladimir de la 4:me classe. (Président actuel de la Société).

M. Nathanaël-Gérard de Schultén, D:r en phil., Professeur de mathématiques à l'Univ. d'Alexandre, Chev. des Ordres de S:t Stanislas de la 2:de et de S:t Vladimir de la 4:me classe. (Secrétaire perpétuel de la Société).

M. VICTOR HARTVALL, D:r en phil., Juge des mines honoraire, Commissaire des mines. (Élu membre le 8 Avril 1839).

M. HENRI-GUSTAVE BORENIUS, D:r en phil., Lecteur de la langue allemande et Maître-Enseignant de mathématiques à l'Univ. d'Alexandre. (Élu le 11 Nov. 1839).

M. CHARLES-GUSTAVE TAVASTSTJERNA, Directeur général de l'Arpentage, Chev. des Ordres de S:t Vladimir de la 4:me et de S:te Anne de la 3:me classe. (Élu le 8 Nov. 1841) *).

II. Section d'Histoire Naturelle.

M. CHARLES-DANIEL VON HAARTMAN, D:r en phil. et en méd., Directeur-Général des établissements sanitaires de Finlande, Président du Collége de Médecine, Chev. de l'Ordre de S:t Vladimir de la 4:me Classe.

M. IMMANUEL ILMONI, D:r en phil. et en méd., Professeur de médecine à l'Univ. d'Alexandre, Assesseur du Collége de Médecine, Chev. de l'Ordre de S:t Vladimir de la 4:me classe.

M. CHARLES-RENAUD SAHLBERG, D:r en phil. et en méd., ci-devant Professeur de zoologie et de botanique à l'Univ.

*) Parmi les membres primitifs de cette Section se trouvait aussi M. VON BONSDORFF, Professeur de chimie à l'Université d'Alexandre, décédé le 11 Janvier 1839. L'Éloge de ce membre justement regretté se trouve à la fin de ce volume.

d'Alexandre, Chev. des Ordres de S:te Anne et de S:t Stanislas de la 2:de, et de S:t Vladimir de la 4:me Classe. (Président de la Société depuis le 29 Avril 1839 jusqu'au 29 Avril 1840).

M. Nicolas-Abraham Ursin, D:r en phil. et en méd., Recteur actuel et Professeur de physiologie et d'anatomie à l'Univ. d'Alexandre, Assesseur du Collége de Médecine, Chevalier des Ordres de S:te Anne et de S:t Stanislas de la 2:de, et de S:t Vladimir de la 4:me classe. (Vice-Président actuel de la Société).

M. le Comte Charles-Gustave Mannerheim, D:r en phil. et en droit, Président de la Haute Cour de Justice de Vibourg, Chev. des Ordres de S:t Stanislas de la 2:de classe avec la plaque et de S:t Vladimir de la 4:me classe. (Élu le 19 Nov. 1838).

M. Jean Magnus de Tengström, D:r en phil. et en méd., Professeur de zoologie et de botanique à l'Univ. d'Alexandre, Assesseur du Collége de Médecine. (Elu le 19 Nov. 1838.)

M. Alexandre von Nordmann, D:r en phil., Professeur d'histoire naturelle au Lycée-Richelieu à Odessa, Chev. de l'Ordre de S:te Anne de la 3:me classe. (Élu le 2 Nov. 1840).

M. Chrétien Steven, D:r en phil., Conseiller d'État, Inspecteur-Général de la culture de la soie en Russie, Chev. des Ordres de S:t Vladimir de la 3:me et de S:te Anne de la 2:de classe décoré de la couronne Imp. (Élu le 2 Nov. 1840).

III. *Section d'Histoire et de Philologie.*

M. Jean-Gabriel von Bonsdorff, Docteur en phil. et en droit, Conseiller de la Chambre, Camérier au Sénat Impérial de Finlande, Chev. des Ordres de S:te Anne et de S:t Stanislas de la 2:de classe.

M. Guillaume-Gabriel Lagus, D:r en phil. et en droit, Professeur du droit général de Finlande à l'Univ. d'Alexandre, Chev. des Ordres de S:t Stanislas de la 2:de et de S:t Vladimir de la 4:me classe.

M. Jean-Gabriel Linsén, D:r en phil., Professeur d'éloquence et de poésie à l'Univ. d'Alexandre, Chev. des Ordres de S:t Stanislas de la 2:de et de S:t Vladimir de la 4:me classe.

M. Jean-Jacques Nordström, D:r en phil. et en droit, Professeur de droit des gens et d'économie politique à l'Univ. d'Alexandre.

M. Frédéric-Guillaume Pipping, D:r en phil., Conseiller de Collége, Membre du Sénat Impérial de Finlande, Bibliothécaire et ci-devant Professeur d'histoire littéraire à l'Univ. d'Alexandre, Chev. des Ordres de S:te Anne de la 2:de et de S:t Vladimir de la 4:me classe. (Président de la Société depuis le 29 Avril 1840 jusqu'au 29 Avril 1841).

M. Gabriel Rein, D:r en phil., Professeur d'histoire à l'Univ. d'Alexandre.

M. Élie Lönnrot, D:r en méd., Médecin de l'arrondissement de Kajana. (Élu le 8 Avril 1839).

M. Jean-André Sjögren, D:r en phil., Conseiller de Collége, Membre extraordinaire de l'Académie Impériale des Sciences de S:t Pétersbourg, Chev. de l'Ordre de S:te Anne de la 3:me classe. (Élu le 8 Avril 1839).

M. Jean-André Hipping, Prevôt, Pasteur de la paroisse de Vichtis, Agrégé à l'Ordre de S:te Anne de la 3:me classe. (Élu le 5 Avril 1841).

en Finlande, attestée par celle de son Université, dont la seconde fête séculaire vient d'être célébrée, et, de l'autre, l'isolement de notre pays et la difficulté d'y entretenir des relations actives avec les savants étrangers. Ne nous arrêtant pas aux causes de ce manque, qui pour paraître singulier n'en doit pas moins être explicable, nous nous bornerons à observer, qu'une institution du genre cité, désirable depuis long-temps à notre patrie, l'est devenue aujourd'hui plus que jamais, par les progrès immenses des sciences en d'autres pays et la nécessité d'efforts scientifiques plus soutenus qui en est résultée dans le nôtre.

Par suite de ces considérations, quelques gens de lettres de la capitale de Finlande se sont réunis pour former la Société, dont les premiers travaux sont maintenant offerts aux savants. Ayant, dans quelques assemblées préliminaires, dressé un projet de règlements provisoires pour leur association, ces gens de lettres ont soumis très-humblement à Sa Majesté l'Empereur le plan de l'entreprise, en sollicitant pour elle Sa haute protection. Daignant agréer cette supplique, Sa Majesté Impériale voulut bien, le $\frac{14}{26}$ Avril 1838, permettre l'institution de ce corps scientifique sous le nom de Société des Sciences de Finlande, et, le mois suivant, confirmer les dits Règlements provisoires par des Lettres de Sanction. La haute bienveillance du Souverain envers l'association ne s'est pas restreinte à cette faveur. Informé par Son Excellence Mr le Ministre Secrétaire d'État de Finlande de l'impossibilité où se trouvait la Société de subvenir aux frais d'impression de

ses mémoires, Sa Majesté l'Empereur a daigné la doter d'une somme annuelle de 1500 *Roubles en assignations de banque, payable sur les fonds du Grand-Duché.* *). *Pénétrée de la reconnaissance la plus respectueuse pour ces grâces signalées, — preuves nouvelles de la sollicitude infatigable de notre Grand Monarque pour le progrès des lumières, — la Société des sciences de Finlande s'appliquera de son mieux à s'en rendre digne.*

L'organisation et le but de la Société sont développés dans ses Règlements. La sanction de l'autorité suprême l'ayant mise à même de commencer ses travaux, elle a tenu sa première séance le 28 *Mai* 1838, *et y a procédé à l'élection d'un Président et d'un Vice-Président pour la première année, ainsi que d'un Secrétaire perpétuel. L'activité de la Société depuis cette époque est exposée dans ses comptes rendus, lus aux anniversaires solennels, que S. M. l'Empereur a daigné lui permettre de célébrer le* 29 *Avril, jour de naissance de S. A. I. Mgr le Césarévitch Grand-Duc Héritier. D'après ces relations, publiées dans la gazette générale de Finlande, le nombre des communications scientifiques adressées à la Société s'élevait à son dernier anniversaire à* 81, *dont* 41 *devaient être insérées dans le recueil de ses Actes. Le premier de ces nombres a depuis été augmenté de* 22 *et le second de* 14. *Pour ne pas trop retarder la publication de ses travaux, la Société s'est décidée à les faire paraître par cahiers irréguliers dont*

*) *Les Rescrits Impériaux sur l'institution et la dotation de la Société, ainsi que les règlements provisoires, sont placés en tête de ce volume.*

un nombre convenable formera un volume. Le premier de ces cahiers, renfermant les pages 1—192 *de ce volume, a paru lors de la fête biséculaire de notre Université, le second a été publié l'automne dernier et le troisième, mis au jour actuellement, complète ce premier Tome. Les membres primitifs de la Société, au nombre de Quinze, ont été augmentés de Dix, élus dans l'ordre prescrit par les règlements. Les noms des membres et fonctionnaires, avec quelques remarques y relatives, se trouvent dans la liste ci-dessus.*

La Société se flatte de l'espérance que les savants accueilleront favorablement ses faibles efforts pour l'accroissement des connaissances scientifiques. Elle ne se dissimule pas le désavantage de sa position isolée, également défavorable à des communications actives et suivies avec les savants de l'étranger et à l'acquisition prompte et complète des ouvrages scientifiques, dont s'enrichit continuellement la littérature d'autres pays. Prévoyant les difficultés qu'opposera cette circonstance à son entreprise, elle ne s'en décourage cependant pas, persuadée que des progrès même moins considérables ne sont pas à dédaigner dans la poursuite du but utile et important, auquel sont consacrés ses efforts. Helsingfors en Avril 1842.

N. G. DE SCHULTÉN.

Secr. perp. de la Soc. des Sciences.

COMMENTATIONES

SOCIETATIS SCIENTIARUM

FENNICÆ.

TOM. I.

VARIATIONUM PRESSIONIS ATMOSPHÆRÆ TERRESTRIS

IN LOCIS LONGE A SE DISTANTIBUS CONCORDANTIUM EXAMEN PROPONIT

GUST. GABR. HÄLLSTRÖM.

(Societ. exhib. d. 8 Aprilis 1839.)

Mutationes illæ atmosphæræ terrestris, quas indicant variationes barometricæ, in periodicas, secundum statas leges recurrentes, & accidentales dispesci solere, notissimum est. Obventitias has, quarum causam non facile poteris exponere, locis a se longe quidem distantibus esse fere easdem & synchronas, quidam utique Scrutatores naturæ contenderunt, alii vero, maximam constituentes partem, negarunt; unde intelligitur, hanc rem sibi tantam nondum, ut plene decideretur, conciliasse attentionem Physicorum. Invenimus namque cl. Dalton anno jam 1801 uti rem cognitam nominasse, variationes barometricas variis quibusvis locis non esse diversas, sed communes & similes per magnam partem superficiei telluris observari *); & Pictet anno 1811 earundem similitudinem Londini, Parisiis & Genevæ ex observationibus annorum 1806

*) Cfr. *Annalen der Physik, herausgegeben von Gilbert,* Vol. 15, p. 197.

& 1807 ostendit *). Deinde quoque synchronismum status barometrici subitæ depressionis ex occasione procellarum variis locis ortarum interdum esse observatum referunt Brandes **) & Kämtz ***), considerantes illum uti specialibus hisce tantum casibus obventitium, non vero ut universale quoddam, quod quotidie recurrit, phænomenon; nullum autem alium scrutatorem hanc rem tetigisse, multo minus speciali examini subjecisse, invenimus.

Ante quindecim jam annos operæ pretium duximus hanc materiam plenius examinandam suscipere, & qvidem facile nobis persuasimus, opinioni eorum, qui certam inter mutationes aëris locorum a se distantium convenientiam observari contenderant, esse assentiendum. Comparavimus nempe, vestigia prementes cl. Pictet, graphicas variationum barometricarum in Anglia, Dania, Russia Europæa & Siberia observatarum expositiones, quarum mutua convenientiam nobis apparuit indubiam. Hanc rei rationem paulo post litteris ad cl. Hansteen datis breviter explicavimus, qui nostram de ea assertionem in Ephemeridibus litterariis Christianiæ tum editis (*Magazin for Naturvidenskaberne*) publici juris fecit. Sententiam nostram deinde novis instruximus argumentis, expositionem vero eorum litteris jam consignatam, quam publicæ luci committendam paraveramus, diræ anno 1827 Aboæ consumserunt flammæ. Cum vero, quo diligentius hanc materiam examinaverimus, eo lu-

*) In citatis *Annalen der Physik* Vol. 41, p. 74 &c.

**) *Beyträge zur Witterungskunde*, *Leipz.* 1820, *p.* 25 &c.

***) *Lehrbuch der Meteorologie*, Vol. 3, p. 373 &c.

culentius eam magni esse in phænomenis meteorologicis explicandis momenti, adeoque singularem mereri Physicorum attentionem intelligeremus; non potuimus quin eam denuo investigandam susciperemus, quo facto, quæ sic naturæ phænomeni convenientissima esse judicavimus, publice dijudicanda his jam committimus.

Quicunque observationibus meteorologicis examinandis & ordinandis occupatus fuerit, magnam ex una parte illam, quam parit multitudo numerorum in Ephemeridibus meteorologicis vulgo occurrentium, ex altera autem non minorem e penuria satis frequentium observationum, expertus sine dubio est difficultatem, quando ad justas & accuratas Meteorologiam promoventes conclusiones quærendas animum attenderit. Multitudinis difficultatem vincit naturæ rei conveniens numerorum in summam redactio atque graphica eorum apte instituta expositio; qua enim peracta primo jam intuitu atque uno adspectu universum systema observatorum comprehendere & quid in illis sit cuique loco proprium & speciale, quidve commune, facilius contueri valemus. In eo autem opere simul difficultate defectus sufficientium observationum non raro laboramus. Animus fuisset disquisitionem in certa aliqua serie instituere, versus certam aliquam plagam dirigere, & ad certum finem assequendum proferre; desunt autem non raro observationes, si eam longius extendere vellemus, quod quidem nobis etiam in præsenti scrutatione accidisse dolemus.

Brandes, instituta adumbratione tempestatis anni 1783, animadvertebat, Mercurii in Barometris status solito depressiores

in locis Germaniæ occidentalibus ocius, atque orientalibus serius, observatos fuisse *), unde occasionem sumsimus quærendi, an hoc respectu status quoque solito elevatiores, & forte etiam mediocres, adeoque in universum omnes, eandem indicent rationem. Quo hujus [illegible] [illegible]. qualem utique [illegible] ob-servationes, rite possimus elicere, indicationes Barometrorum pro locis zonæ terrestris, circa gradum latitudinis geographicæ borealis 60^{mum} sitis, nec non ad distantiam fere 5° ab utraque parte ejusdem lineæ parallelæ, examinandas ideo præcipue elegimus, quod majorem illarum copiam in eadem quam in alia quavis col-ligere [illegible] contigerit.

Quando loci cujusdam observationes barometricas ita graphica constructione exhibemus, ut e linea recta ex. gr. horizontali, utut axi abscissarum, divisa in æquales partes, quæ successionem temporis indicant, erigamus lineas rectas normales seu ordinatas orthogonales, quæ vice funguntur observationum barometricarum, hisque sunt proportionales: extremitates harum ordinatarum conjungentes construximus lineam curvam, quæ constitutionem barometricam cujusvis momenti temporis exhibet. Est eadem vulgo undulata, partibus constans elevationibus & depressionibus, quæ his correspondentes elevationes & depressiones atmosphæræ nostræ aëreæ simul exsistentes, observatasque Barometrorum variationes efficientes indicant. Facile hinc intelligitur quid per undas aëreas

---

*) In citatis *Beyträge* p. 272

in sequentibus significatas velimus. In ea zona terrestri, quam jam considerandam sumsimus, est aër adeo volubilis, ut quivis dies unam habeat vel plures diversas undas vel ascendentes vel descendentes; & si pro eodem tempore plurium in eadem a nobis considerata zona sitorum locorum curvas barometricas construimus, non possumus quin singularem in illis animadvertamus convenientiam universalem, etiamsi simul cuique propria variatio specialis sese manifestet.

Inter multas talium curvarum comparationes, quas instituimus, duas hic illustrationis causa adnectimus in Tab. I pro mense Februario anni 1828, & Tab. II pro Januario 1835 delineatas, illam quæ observationes exhibet Londini, Petropoli, Archangelopoli, Moscuæ, Casani, Permiæ & Tobolskiæ factas, hanc vero in possessione Russiæ Americana Sitka, nec non Londini, Berolini, Stockholmiæ, Helsingforsiæ & Petropoli institutas sistens *). Duas primo jam intuitu hæ exhibent res memoratu dignas, & adeo evidenter testatas, ut nulla de iis oriri posse videatur controversia, quin legem definitam atque constantem naturæ, si vel hucus-

---

*) Observationes Londinenses in *Philosophic. Transact.* habentur; Berolinenses in *Annal. Poggendorffii*; Stockholmienses in ejusdem urbis plagulis ephemeridum; Petropolitanæ in Actis Academiæ Scientiarum Petropolitanæ; Moscuanæ in Ephemeridibus Dwigubskii; Casanenses in Ephemeridibus quæ *Nuntii* nomen ferunt; Archangelopolitanas autem, Permienses & Tobolskienses manuscriptas ex Archivo Imp. Societatis Oeconomicæ Fenniæ commodatas accepimus, atque Sitkaenses amicitiæ cl. Kupffer debemus. Tobolskienses semel tantum quovis die sunt factæ.

que incognitam, necessario nexu sequantur. Primo scilicet mox perspicitur, cujusque loci quamcunque undam tam ascendentem quam descendentem suam per totam seriem mensium habere, reliquis locis recognoscendam, sibi correspondentem aliam, quod quidem in majoribus evidentius, in minoribus tamen simul absque omni dubitatione perspicitur, etiamsi quoque omnes sæpe quoad magnitudinem passim mutatæ videantur. In Tabulis adnexis eas, quæ diversis locis sibi correspondentes esse judicavimus, iisdem litteris significavimus, quo facto ratio memorata sese ita evidentissime manifestat, ut per spatia allata satis sane ampla, a Sitka Petropolin usque, quod dimidiam fere telluris in latitudine 60° circumferentiam complet, atque ex Anglia ad Siberiam, quæ distantia ejusdem circumferentiæ est pars fere quinta, non nisi duæ minimarum undarum desiderentur, quæ probabiliter aut cum aliis sibi proximis coaluerant, aut etiam tempore nocturno vel alio quodam, quo nullæ instituebantur observationes, observatorum fugerant attentionem.

Similem rationem, qualem in hisce lineis undulatoriis in Tabb. I & II depictis ostendimus, in multis aliis numero pluries centenario, quas in laudata zona 60° examinavimus, experti sumus, unde ad concludendum inducimur, eandem ubique circum terram in eadem saltem zona reperiri. Qvod vero ibidem adeo constanti lege accidere videmus, illud utique in aliis quoque latitudinibus geographicis, si quoque certis conditionibus loco cuique propriis distinctum, exspectare probabiliter possumus, quam quidem rem

penitius examinare non recusaremus, modo sufficiens copia observationum nobis adesset.

Diversa anni tempora in hac re essentialem aliquam afferre mutationem animadvertere non potuimus; ei tamen, qui ex autopsia certiorem sibi de hac re cognitionem comparare cupit, suademus, ut observationes mensium potissimum autumnalium & hibernorum examinandas eligat. Tempore quidem æstivo quoque undæ aëreæ non interrupta serie sese subsequuntur, sunt autem eædem sæpe per totum mensem quoad formam & magnitudinem adeo similes, ut dubii interdum hæreamus, quænam earum inter se comparari debeant, atque incerti maneamus, an data quædam unda vel ei proxima, anterior aut posterior, unius loci cum data alterius æquiparanda sit, cum e contrario reliquis anni temporibus undæ majores & minores inter se adeo inæquales subsequi vulgo observantur, ut omne dubium de justa comparatione evanescat. Cavendum tamen est, ne ea re, quod undæ præcipue majores in duas interdum quasi diffindantur, atque aliæ duæ sibi contiguæ in unam pedetentim coalescant, in errorem inducamur. Sunt hæ mutationes singulares causæ cuidam speciali, quæ loco propria est, adscribendæ, quæ vero non impediunt quominus in universum convenientia conspicua maneat. Si vero jure est exspectandum, minores diversitates pedetentim & ad magnam locorum distantiam posse omnem destruere similitudinem, consultissimum utique erit loca comparationis eligere, quarum longitudines geographicæ gradus 20 vel 25 non excedunt, si modo observationum copia illam

permittit cautelam. Eandem vero in nostra comparatione non potuimus omni ex parte sequi; inter remotissimum scilicet Americæ occidentalis locum Sitka atque Europæa reliqua nullæ nobis ex America orientali vel Islandia ad manus fuerunt observationes *), quæ sine dubio ad rem nostram dilucidandam magni fuissent ponderis. — Ultimo hic adnotasse convenit, observationes remotiorum temporum eandem omnino ac recentiorum in hac re præbere rationem, quod adnotationes ex. gr. in Ephemeridibus Meteorologicis Manheimensibus ante dimidium seculi publicatæ satis ostendunt.

Altera, quam allata statuum barometricorum graphica expositio indagat atque confirmat, attentione nostra digna res est, quod eadem unda aërea vel adscendens vel descendens in regionibus occidentalibus tempore sit prior quam in orientalibus. Ita in allatis Tabulis videmus, lineas, quæ pro locis diversis per summitates undarum correspondentium eadem littera designatas ductæ concipiuntur, non fieri parallelas ordinatis curvarum, sed oblique positas, quod aperte ostendit, similes undas, ex. gr. e Sitka egressas, Londinum attigisse circiter post tres, atque Petropolin post quatuor fere dies, & undas inter Londinum & Petropolin consumsisse tempus 16 horarum, adeo ut unda *O* Tabulæ II in Sitka observata sit noctu inter 15 & 16 Januarii, Londini noctu inter

*) Conatus irritus ex Anglia nanciscendi Collectionem meteorologicam: *Meteorological Register, prepared by J. Level, Washingt.* 1826, exspectationem nostram frustratus est; neque adhuc observationes Thorstensenii Halniæ 1839 in *Collectaneis Meteorologicis* publicatas nobis potuimus comparare.

18 & 19, Berolini noctu inter 19 & 20, Holmiæ ante meridiem die 20, Helsingforsiæ tempore meridiano die 20, atque tandem Petropoli post meridiem ejusdem diei, & sic fere in ceteris.

Quando in eo versabimur, ut celeritatem, qua undæ aëreæ hac ratione versus plagam orientalem progrediuntur, exactius determinemus, majorem certe copiam observationum consulere debemus. Facile enim perspicitur, quod etiam a volubilitate aëris est exspectandum, inæqualitates in eadem non raro exsistere, quæ difficultates exactissimæ ejus mensuræ assignandæ augent. Observationes semel tantum quovis die factæ sufficiunt quidem ad ostendendum easdem undas aëreas diversis locis successive exsistere; quamprimum vero de celeritate progressionis earum quæstio movetur, iisdem pluries quotidie institutis magis est fidendum, quare inter eas, quas examinavimus, Tobolskianæ semel quotidie factæ minimam hoc respectu merentur fidem, etiamsi de cetero, ob distantiam ab Europæis longiorem, majoris utique sint pretii. Sed earum quoque, quæ ter vel pluries sunt adnotatæ, quando media velocitas est accurate exploranda, majori copia adhibenda opus est, quo juncto earum influxu inæqualitates velocitatis possint eliminari. Hanc ob causam tot consulimus plurium locorum observationes, quot usui huic accommodatas esse intelleximus. Binas quasque in lineis undulatis duorum locorum depictas & inter se correspondentes undas comparavimus, adnotatione facta quantum una præcesserit alteram, & sic sequentem nacti sumus expositionem, circa quam

indicasse juvabit, in construendis utriusque loci undis idem temporis momentum, facta, quantum quidem illud permiserint observationes & rei ratio requisiverit, ob differentiam meridianorum reductione, nos respexisse. Fecimus

A = differentiæ longitudinis locorum geographicæ, horis expressæ:

B = numero undarum cujusque loci comparationis:

C = summæ temporum, diebus (24 horarum) expressorum, quibus omnes loci occidentalioris undæ suis correspondentibus orientalioris plagæ præcesserunt;

$D = \frac{C}{B}$ = tempori, diebus similiter expresso, quod progrediente unda e loco occidentaliori ad orientaliorem labitur:

$x = \frac{D}{A}$ = tempori, diebus quoque expresso, quod labitur progrediente unda inter duo loca, quorum differentia longitudinis est 15° seu 1^h; quibus præparatis sequentia nacti sumus:

Inter *Sitkam* & *Londinum*,	A	B	C	D	x
anno 1829, Januario. . . .	9,04	17	57,0	3,35	0,37

Inter *Londinum* & *Berolinum*,	A	B	C	D	x
anno 1829, Januario. . . .	0,90	19	5,3	0,28	
Februario . . .		24	12,1	0,50	
Martio		23	10,7	0,46	
Aprili.		22	11,8	0,54	

anno 1830, Januario		18	7,8	0,43	
Februario		22	9,8	0,44	
Martio		18	10,5	0,58	
Aprili		20	11,1	0,55	
Majo		24	11,0	0,46	
Julio		22	10,0	0,45	
Augusto		27	14,9	0,55	
Novembri . . .		15	8,5	0,57	
Decembri . . .		21	13,2	0,63	
Summa	—	275	136,7		
Medium	—	—	—	0,49	0,54

Inter *Londinum* & *Helsingforsiam.*	*A*	*B*	*C*	*D*	*x*
anno 1834, Octobri	1,67	18	11,8	0,66	
Novembri . . .		19	14,2	0,75	
Decembri . . .		21	11,5	0,55	
1835, Januario		17	13,8	0,81	
Februario . . .		17	9,2	0,54	
Martio		15	4,5	0,30	
Aprili		18	12,2	0,68	
Majo		19	4,4	0,23	
Junio		28	5,6	0,20	

	A	B	C	D	x
anno 1835, Augusto		19	10,4	0,55	
Octobri		23	17,5	0,76	
Novembri . . .		17	13,4	0,79	
Decembri . . .		17	14,8	0,87	
Summa	—	248	143,3		
Medium.	—	—	—	0,58	0,35

Inter *Apenroam* & *Petropolin.*	*A*	*B*	*C*	*D*	*x*
anno 1824, Novembri . . .	1,36	33	12,9	0,39	
Decembri . . .		30	15,9	0,53	
1825, Januario		23	6,0	0,26	
Februario . . .		24	12,7	0,53	
Martio		18	10,6	0,59	
Aprili		23	8,5	0,37	
Summa	—	151	66,6		
Medium.	—	—	—	0,44	0,32

Inter *Berolinum* & *Helsingforsiam.*	*A*	*B*	*C*	*D*	*x*
anno 1830, Januario	0,78	29	13,2	0,46	
Februario . . .		18	6,0	0,34	
Martio		24	8,2	0,33	

Anno 1830, Aprili		23	11,2	0,49	
Majo		26	5,4	0,21	
Junio		18	7,6	0,42	
Julio		23	16,0	0,70	
Augusto		25	10,5	0,42	
Septembri . . .		19	8,9	0,33	
Octobri		21	10,4	0,49	
Novembri . . .		21	8,1	0,38	
Decembri . . .		24	7,8	0,35	
Summa	—	271	113,3		
Medium	—	—	—	0,42	0,54

Inter *Christianiam* & *Aboam.*	*A*	*B*	*C*	*D*	*x*
Anno 1825, Octobri	0,77	19	6,5	0,34	
Novembri . . .		23	11,3	0,50	
Decembri . . .		11	3,3	0,30	
1826, Januario		25	7,3	0,30	
Februario . . .		22	9,8	0,44	
Martio		22	5,4	0,25	
Summa	—	122	43,6		
Medium.	—	—	—	0,36	0,47

Inter *Holmiam* & *Petropolin.*	*A*	*B*	*C*	*D*	*x*
Anno 1784, Januario	0,83	14	3,7	0,26	
Februario . . .		24	11,3	0,47	
Martio		26	12,8	0,49	
Aprili.		15	3,4	0,23	
Junio		28	12,0	0,43	
Septembri . . .		17	7,0	0,41	
Octobri		23	2,8	0,12	
Novembri . .		23	10,3	0,45	
Decembri . . .		22	9,7	0,44	
1834, Decembri . . .		22	6,2	0,28	
1835, Januario		25	7.0	0,28	
Februario . . .		19	4.7	0,25	
Martio		24	4.6	0,19	
Aprili		25	9,2	0,37	
Summa	—	307	104.7		
Medium.	—	—	—	0.34	0.41

Inter *Aboam* & *Petropolin.*	*A*	*B*	*C*	*D*	*x*
Anno 1825, Januario. . . .	0,54	32	10,2	0,32	
Februario . . .		16	4.0	0,25	
Martio		22	2.3	0,10	

Anno 1825, Aprili	—	27	4,8	0,18	
Majo		28	5,0	0,18	
Junio		21	2,5	0,12	
Julio		19	6,0	0,32	
Augusto		22	5,1	0,24	
Septembri . . .		15	3,6	0,24	
Octobri		26	10,8	0,41	
Novembri . . .		26	8,2	0,31	
Decembri . . .		18	2,5	0,14	
1826, Januario		26	8,3	0,32	
Februario . . .		19	6,3	0,33	
Martio		18	4,6	0,26	
Aprili		21	5,0	0,24	
Majo		18	1,9	0,11	
Julio		16	2,4	0,15	
Augusto		27	7,2	0,27	
Septembri . . .		22	3,6	0,17	
Octobri		28	3,0	0,11	
Novembri . . .		19	2,1	0,11	
Decembri . . .		31	6,3	0,20	
Summa	—	517	115,7		
Medium	—	—	—	0,22	0,41

Inter *Helsingforsiam* & *Moscuam*.	*A*	*B*	*C*	*D*	*x*
Anno 1828, Januario . . .	0,84	18	4,3	0,24	
Februario . . .		15	6,2	0,41	
1830, Januario		24	10,3	0,43	
Februario . . .		19	8,0	0,42	
Martio		23	13,3	0,58	
Aprili		24	13,7	0,57	
Majo		27	13,5	0,50	
Junio		22	7,0	0,32	
Julio		29	13,6	0,47	
Augusto		32	9,6	0,30	
Septembri . . .		31	18,6	0,60	
Octobri		23	14,4	0,62	
Novembri . . .		15	9,3	0,62	
Decembri . . .		44	24,2	0,55	
Summa	—	346	166,0		
Medium.	—	—	—	0,48	0,57

Inter *Petropolin* & *Archangelopolin*.	*A*	*B*	*C*	*D*	*x*
Anno 1827, Octobri	0,68	25	5,8	0,23	
Novembri . . .		21	3,9	0,19	
Decembri . . .		19	3,4	0,18	

Anno 1828, Februario . . .		20	9,4	0,47	
Martio		20	7,6	0,38	
Aprili		19	10,3	0,54	
Majo		24	7,7	0,32	
Septembri . .		21	7,1	0,34	
Octobri		23	9,7	0,42	
Novembri . . .		31	6,8	0,22	
Decembri . . .		18	2,2	0,12	
1829, Januario		18	8,6	0,48	
Februario . . .		22	5,7	0,26	
Martio		21	7,8	0,37	
Aprili		22	6,4	0,29	
Octobri		21	6,8	0,32	
Novembri . . .		23	3,6	0,16	
Decembri . . .		18	3,1	0,17	
Summa	—	386	115,9		
Medium	—	—	—	0,30	0,44

Inter *Petropolin* & *Casanum.*	*A*	*B*	*C*	*D*	*x*
Anno 1830, Januario	1,25	21	5,3	0,25	
Februario . . .		17	7,5	0,44	
Martio		14	10,5	0,75	
Aprili		20	9,2	0,46	

Anno 1830, Majo		30	17,1	0,57	
Septembri. . .		16	9,0	0,56	
Octobri		27	20,5	0,75	
Novembri . . .		21	15,7	0,75	
Decembri . . .		29	10,8	0,58	
1831, Januario		30	13,5	0,45	
Februario . . .		15	9,0	0,60	
Martio		16	10,0	1,00	
Septembri . . .		20	12,4	0,62	
Octobri		23	14,9	0,65	
Novembri . .		23	4,4	0,19	
Decembri . . .		23	12,4	0,54	
Summa	—	345	104,2		
Medium.	—	—	—	0,56	0,45

Inter *Petropolin* & *Permiam.*	*A*	*B*	*C*	*D*	*x*
Anno 1825, Octobri	1.74	18	14,7	0,82	
Novembri . . .		24	20,7	0,86	
Decembri . . .		14	8,8	0,63	
1826, Januario		16	13,0	0,85	
Februario . . .		20	12,5	0,62	
Martio		19	11,5	0,61	
Aprili		13	10,6	0,81	

Anno 1827, Octobri		22	17,8	0,81	
Novembri . . .		20	16,3	0,81	
Decembri . . .		12	11,9	0,99	
Summa	—	178	138,3		
Medium.	—	—	—	0,78	0,45

Inter *Casanum* & *Permiam*.	*A*	*B*	*C*	*D*	*x*
Anno 1827, Octobri	0,49	17	6,0	0,35	
Novembri . . .		14	3,6	0,26	
Decembri . . .		25	3,7	0,15	
1828, Januario		22	3,8	0,18	
Februario . . .		24	4,7	0,19	
Martio		30	6,3	0,21	
Aprili		25	1,5	0,06	
Summa	—	157	29,6		
Medium.	—	—	—	0,19	0,39

Medium arithmeticum horum sic determinatorum valorum est quidem $x = 0{,}439$; cum vero singuli particulares valores eadem non gaudeant certitudinis gradu, qui tam a numero observationum quam a distantia mutua locorum pendet, & hæ utræque res in determinationibus supra allatis diversæ fuerint, postulat scientifica quæstionis tractatio, ut hujus diversitatis ratio juste habeatur, quod

quidem fit attendendo ad originarium valorem $x = \frac{D}{A} = \frac{C}{AB}$, unde habetur $C = ABx$. Si singuli jam valores particulares quantitatum A, B & C rite & successive substituuntur, oriuntur sequentes æquationes:

$$57,0 = 9,04 \,.\, 17 \,.\, x = 153,68 \,.\, x;$$
$$136,7 = 0,90 \,.\, 275 \,.\, x = 247,50 \,.\, x;$$
$$143,3 = 1,67 \,.\, 248 \,.\, x = 414,16 \,.\, x;$$
$$66,6 = 1,36 \,.\, 151 \,.\, x = 205,36 \,.\, x;$$
$$113,3 = 0,78 \,.\, 271 \,.\, x = 211,38 \,.\, x;$$
$$43,6 = 0,77 \,.\, 122 \,.\, x = 93,94 \,.\, x;$$
$$104,7 = 0,83 \,.\, 307 \,.\, x = 254,81 \,.\, x;$$
$$115,7 = 0,54 \,.\, 517 \,.\, x = 279,18 \,.\, x;$$
$$166,0 = 0,84 \,.\, 346 \,.\, x = 290,64 \,.\, x;$$
$$115,9 = 0,68 \,.\, 386 \,.\, x = 262,48 \,.\, x;$$
$$194,2 = 1,25 \,.\, 345 \,.\, x = 431,25 \,.\, x;$$
$$138,3 = 1,74 \,.\, 178 \,.\, x = 309,72 \,.\, x;$$
$$29,6 = 0,49 \,.\, 157 \,.\, x = 76,93 \,.\, x;$$

quæ methodo quadratorum minimorum tractatæ verisimillimum determinant valorem

$$x = 0,438 \pm 0,05,$$

qui igitur cum medio arithmetico supra invento omnino convenit. Apparet vero simul intra fines $\pm$ 0,05 hanc determinationem probabiliter contineri, seu quantitate $\pm$ $1\frac{1}{5}$ horæ eandem a vera aberrare posse.

Quoniam quivis gradus longitudinis geographicæ in latitudine 60^0 est $= 7\frac{1}{2}$ milliar. geograph., distantia inter duo loca, quorum differentia meridianorum est 15^0, erit $= 7\frac{1}{2} \cdot 15 = 112\frac{1}{2}$ milliar. geograph., quæ ab undis tempore $0,44 \pm 0,05$ diei, seu $10,6 \pm 1,2$ horarum, percurritur. Habebitur itaque media undarum velocitas, qua versus orientem feruntur, $= 10,65 \pm 1,54$ milliar. geogr. tempore unius horæ, seu $67\frac{1}{2}$ pedum Parisinorum tempore $1''$, qua quidem velocitatem puncti cujusdam, in superficie telluris ad latitudinem 60^0 siti, a rotatione quotidiana circa axem terræ ortam superat.

Variabilitas hujus velocitatis mediæ, qualem calculus determinat, & quæ ad partem $\frac{1}{7}$ totius exsurgit, a duabus videtur esse profecta causis, quarum una, si operæ pretium foret, magna ex parte removeri posset, alteram vero mutare non est humanarum virium. Illa nempe inde pendet, quod observationes ter tantummodo quovis die sunt institutæ, unde fit, ut mutationes, quæ in undis perspiciuntur, ad hæc eadem tempora observationum referri debeant, etiamsi medio quodam momento exsistere potuerint. Major certe observationum copia accuratiores præberet determinationes, nisi altera hæc causa, mutabilitas scilicet ventorum, tanta esset, ut maximæ variationes velocitatum inde derivari posse videantur.

Perspicua est certo respectu analogia inter undas aëris sonoras & undas hic consideratas; propagantur illæ si ventus vel secundus vel adversus fuerit, vel summan vel differentiam celeritatis

suæ propriæ & venti secutæ, & simile quid in his exsistere indubium videtur, quarum celeritatem venti vel augent vel minuunt. Simul vero oritur quæstio, an præter illam vim ventorum propria quoque inde non pendens hisce undis competat celeritas, vel num phænomenon hic examinatum totum quantum a ventis sit derivandum, ad quam solvendam momenta ex experientia desumta consulantur. Examinandum scilicet est, an in observationibus diversorum mensium valores D eam sequantur rationem, quæ a directionibus ventorum simul spirantium exspectaretur. In eum finem convenit ex Ephemeridibus meteorologicis separatim collegisse numerum omnium ventorum, qui e plaga occidentali spirant, nempe africi, favonii & cauri (quos Germani litteris SW, W & NW nobiscum significant), & qui ex orientali flant, aquilonis, subsolani & euri (NO, O & SO), factaque illorum summa $= W$, horum $= O$, ratio $W : O$ cum valoribus D est comparanda, quæ si inverso ordine proportionem valorum D sequitur, apertam ostendit vim ventorum ad observatam undarum velocitatem mutandam; alioquin non. Sequentes comparationes illustrationis causa attulisse juvabit.

Inter *Aboam* & *Petropolin.*	*D* supra inventus.	Summa ventorum ambobus locis una cum undis observatorum.								Ratio
		S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*	*W* : *O*
1825, Junio......	0,12	25	38	13	19	2	1	3	7	6,4 : 1
Julio........	0,32	20	16	16	26	9	17	8	—	2,3 : 1
Aug.........	0,24	13	12	14	24	4	8	13	8	1,7 : 1
Sept.	0,24	8	6	14	10	16	7	9	10	1,2 : 1
Octob.....	0,41	45	32	5	9	4	—	6	9	3,1 : 1
Nov.........	0,31	30	42	1	3	17	3	3	7	3,5 : 1
Dec.	0,14	32	12	5	—	8	13	4	25	0,4 : 1
1826, Jan.	0,32	47	22	16	3	15	7	4	4	2,5 : 1
Febr........	0,33	40	5	—	1	5	2	1	43	0,1 : 1
Mart........	0,26	43	15	10	12	9	4	1	5	3,7 : 1
Aprili......	0,24	28	10	9	9	20	4	6	11	1,3 : 1
Majo.......	0,11	16	7	15	6	17	28	3	8	0,7 : 1
Julio........	0,15	9	16	6	7	11	13	6	6	1,2 : 1
Aug.........	0,27	29	26	15	7	3	10	6	6	2,2 : 1
Sept.........	0,17	11	22	17	15	13	15	1	5	2,3 : 1
Octob.....	0,11	23	18	7	9	5	5	1	14	1,7 : 1
Nov.........	0,11	34	20	7	3	9	8	—	6	2,1 : 1
Dec.	0,20	16	27	17	5	10	3	—	1	12,2 : 1

Hæc expositio plura præbet testimonia ejus rei, rationem valorum *D* aliam esse quam quæ e directione ventorum exspectatur. Quando nimirum tempore mensis cujusdam numerum ventorum

occidentalium magnum & orientalium parvum observamus, illos progressionem undarum accelerasse judicaremus, quæ ratio valorem temporis præterlapsi D parvum redderet. Hoc revera accidit mense Junio anni 1825. Similiter parva fuit celeritas undarum mensis Februarii 1826, quando venti orientales decies plures quam occidentales fuere. Contrarium vero observabatur mensibus Decembri 1825 atque Majo, Octobri & Novembri 1826, præterquam quod plures aliæ anomaliæ occurrant. Ita mense Decembri 1826 duplo major quam Octobri 1825 erat celeritas undarum, etiamsi venti occidentales hoc mense quodruplo plures quam illo fuere, qualia etiam alia contraria argumenta ex aliorum locorum observationibus proferri possunt. Est ex. gr. inter

Londinum & Helsingforsiam { 1825, Jan., $D=0{,}81$, & $W:O=2{,}8:1$
— Jun., $D=0{,}20$, .. $W:O=1{,}5:1$ }

Berolinum & Helsingforsiam { 1830, Maj., $D=0{,}21$, .. $W:O=1{,}5:1$
— Oct., $D=0{,}49$, .. $W:O=2{,}4:1$ }

Holmiam & Petropolin . . { 1784, Mart., $D=0{,}49$, .. $W:O=1{,}3:1$
1825, Mart., $D=0{,}12$, .. $W:O=1{,}1:1$ }

quæ omnia exempla ei contrariam rei rationem indicant, quæ a directione ventorum derivaretur. Etiamsi igitur venti occidentales in universum augere debeant undarum versus orientem progressiones, orientales vero minuere, quod multis quoque casibus factum esse apparet, hinc tamen ad concludendum inducimur, eandem regulam sæpe non fuisse observatam, unde sequitur, aliam quandam causam simul adfuisse, quæ fortiore non raro vi ad undas has propellen-

das conduxit. Si præter directionem ventorum simul quoque eorum celeritatem cognosceremus, nova inde & sine dubio multi pretii argumenta ad rem illustrandam forte nancisceremur.

Si vero hoc modo intelligimus, laudatam versus orientem factam progressionem omni ex parte rationi ventorum inferiorum, quos vulgo proxime ad superficiem telluris quotidie observamus, non convenire; quæri tamen poterit, annon hoc phænomenon quodam modo pendeat a ratione illorum ventorum, qui in superioribus atmosphæræ regionibus flant, quique igitur in hoc examine specialem mereri videntur attentionem. Notum namque est, universalem supra Europam aëris atmosphærici progressionem e plaga occidentali versus orientalem observatam esse, etiamsi eam venti inferiores sæpe occultent. Eandem hanc rationem testari videtur partim calculus de ea re secundum regulam Lamberti institutus, partim quoque peregrinatorum in cacuminibus montium altissimorum facta experientia. Sic docent Humboldt & Buch aliique, qui montem altissimum Teneriffæ visitarunt, favonium ibi perpetuum, & quidem adeo vehementem spirare, ut ille pedibus suis vix instare potuerit, contrario vento ad superficiem maris flante *). Ita etiam aëronautæ testantur, in superioribus atmosphæræ regionibus ventos illis occurrisse & vehementes & aliorsum directos, quam quos prope terram paulo ante observaverant, quare a re certe non erit alienum assumere, universalem illam undarum aë-

*) Cfr. *Dove, Meteorologische Untersuchungen, Berlin* 1837, p. 270.

rearum a Barometris indicatam progressionem versus occidentem a superioris aëris transmigratione versus eandem plagam determinari. Inferiores scilicet venti non valent impedire, quominus superioris massæ aëreæ, quæ quoque inferiore multo major supponitur, mutationes in Barometris animadvertendæ veniant. Restat tantum, ut examinetur, an celeritas observata undarum cum velocitate ventorum superiorum conveniat.

In determinanda ventorum velocitate discrepant inter se Physici, quod quidem indicat, rem difficultate sua non carere. Antiquiores, ut Mariotte, & cum eo plures etiam recentissimi *), parvum nimis valorem ei assignant, statuentes procellam jam appellandum esse ventum celeritate 22 pedum Parisinorum tempore 1″ motum. Derham æstimat procellæ cujusdam celeritatem fuisse 66 pedum, & aliæ 83 pedum. Smeaton vero **) non nisi illum inter procellas refert, cujus velocitas est 73 pedum, & Gilbert ***), qui e cognitis antiquioribus observationibus, Parisiis ad determinandam velocitatem soni institutis, celeritatem venti computavit, æstimat celeritatem 55 pedum vehementi quidem vento, qui tamen procellæ nomen nondum merebat, competiisse, addens hos valores justo forte esse minores, cum contra Muncke †) asserit procellæ velocitatem esse tantum 50 pedum. Pleniorem collec-

*) Cfr. *Traité de Meteorologie par Garnier, Bruxelles* 1837, p. 208.

**) In *Philosophic. Transact. Vol. LI, Part. I, p.* 165.

***) In *Annal. der Physik., V.* 44, *p.* 203.

†) *Gehlers physikal. Wörterbuch, Vol. IV, p.* 1352.

tionem valorum velocitatis ventorum, ad celeritatem usque 182 pedum extensam, proponit Brewster *). Si quidem omni ex parte inter se non conveniunt hæ assertiones variæ, ostendunt tamen ventum celeritatis 67 pedum, quæ erat media undarum aërearum, etiamsi vehementem, forsitan talem, qualem expertus est Humboldt in monte Teneriffæ, in medio fere esse ventorum observatorum, unde sententia illa, undarum aërearum a Barometris indicatam progressionem versus orientem a ventorum superioris atmosphæræ versus eandem plagam directione pendere, multam sibi vindicat verisimilitudinem. Et si quidem eandem hanc sententiam in natura rei esse fundatam jam affirmaremus, inde inverso ordine, si quoque circulum in demonstrando committentes, contendere possemus, universalem ventorum in Europa versus orientem flantium directionem in Tobolskia quoque esse observandam. Novum hinc oritur relationes ventorum & status barometrici investigandi incitamentum.

Eas hucusque consideravimus undas aëreas, quæ supra zonam terræ 10 circiter graduum amplitudinis intra latitudines geographicas 55° & 65° boreales exsistunt & versus orientem progrediuntur. Non est gratis assumendum, eandem rei rationem ad utramque hujus zonæ partem indefinite sese extendere, nec etiam illam omnino sejunctam a nexu cum reliqua atmosphæra ibidem permanere. Ita forte igitur naturæ indicia a nobis esse potissimum

*) *The Edinburgh Encyclopædia, conducted by D. Brewster, Vol. II, Part. I, pag.* 76.

æstimanda & interpretanda putamus, ut assumamus, si mutatio adest, eam pedetentim ad utramque partem progredi, cum nulla se offerre videatur ratio celerem admittendi transitum phænomeni adeo universalioris, quod si juste factum esse censeatur, observationes barometricæ sedulo examinatæ indicabunt.

In directione a septentrione versus austrum, & in eodem fere meridiano, aliæ nobis ad manus non fuere tales observationes, quam quæ in Ephemeridibus Societatis meteorologicæ Palatinæ collectæ habentur, in linea nempe per Holmiam, Havniam, Berolinum, Erfordiam, Ratisbonam, Monachium, Patavium & Romam ducta, hæcque maxime fere est completa series Europæa, quam laudato respectu consulere possumus. Constructionum graphicarum status Barometrorum in eadem observatorum pro Januario & Decembri anni 1784 Tabulæ adnexæ III & IV præbent specimina. Harum illa similitudinem adeo in universum invariatam retinet, ut pro Patavia & Roma fere omnes & singulas animadvertere possimus undas & ascendentes & descendentes, quæ Holmiæ quoque & Havniæ competunt, etiamsi simul quivis locus suas ostendat particulares diversitates. Apparet tamen mutationes pedetentim efficiendas præparari, quod præcipue de priore parte mensis valet. Tabula vero IV celeriorem transitum ita indicat, ut nisi adessent locorum intermediorum observationes, similitudo inter undas Holmiæ & Romæ difficilime cognosceretur.

In summa hinc igitur concludere posse videmur, undas aëreas, quas ostendunt variationes Barometrorum, partiales non esse,

nec regionibus arcte limitatis proprias, sed versus orientem super magnas superficiei terræ partes progredi, atque versus septentrionalem & australem plagam pedetentim transmutari. Quo vero universaliora hæc sunt phænomena, eo difficiliora explicatu habebuntur, usque eo saltem, quo ex novis recollectis observationibus ulteriorem rei illustrationem haurire liceat.

MÉMOIRE

SUR

LES PRINCIPES FONDAMENTAUX DE L'ALGÈBRE

PAR

N. G. DE SCHULTÉN.

(Lu à la Société, le 8 Avril 1839.)

La déduction des règles fondamentales du calcul algébrique se faisant dans tous les traités d'Algèbre par la simple généralisation des règles prouvées dans l'Arithmétique pour des nombres entiers et fractionnaires, il m'a paru depuis long-temps que les principes mêmes de cette partie des Mathématiques, lesquels, comme on sait, sont ceux de toute l'Analyse, avaient besoin de quelque révision. En effet, pour que l'Analyse puisse être appliquée rigoureusement à la Géométrie, elle devra n'être pas moins générale que celle-ci, ce qui aurait cependant lieu si les lettres sur lesquelles s'opèrent les calculs algébriques ne représentaient que des nombres quelconques entiers ou fractionnaires, ces lettres ne pouvant alors désigner des quantités géométriques quelconques, parmi lesquelles il y a, comme on sait, aussi d'incommensurables. Il ne paraît donc pas douteux que les règles de l'Algèbre doivent être

démontrées d'une manière plus complète qu'on ne l'a fait jusqu'à présent, savoir non seulement pour des valeurs quelconques *rationnelles* des lettres y employées, mais encore pour toutes les valeurs possibles *irrationnelles* (ce mot étant pris dans son acception la plus étendue) des mêmes lettres, comme par ex. $\sqrt{2}$, l2, Sin 2, etc. C'est ce complément des principes de l'Algèbre qui sera l'objet du Mémoire que j'ai l'honneur d'offrir à la Société.

La tâche que je me suis imposée m'obligeant à faire usage de quelques définitions nouvelles, je commencerai par celles de *multiplication* et *division* par des nombres irrationnels. Je poserai donc que

A) Le résultat de la *multiplication* d'un nombre quelconque *) a par un nombre irrationnel α, ou le produit αa **), n'est

---

*) Par *nombre quelconque* j'entends ici et dans ce qui suit un nombre arbitraire *rationnel ou irrationnel*, l'existence générale des nombres irrationnels, que des considérations géometriques très-élémentaires mettent hors de doute, étant présupposée. Du reste il n'est presque pas besoin de remarquer que les nombres sont ici regardés en eux-mêmes, sans la notion de signes différents, qui ne se présente que plus tard, comme une suite même des résultats qu'on obtiendra.

**) Dans un produit à deux facteurs celui qui occupe la première place est partout ici censé être le *multiplicateur*. Pareillement, dans un produit à plus de deux facteurs qui se succèdent immédiatement, chaque facteur sera supposé le multiplicateur de tout ce qui le suit dans le produit total. Il en sera de même d'un produit composé de puissances ou de produits partiels isolés par des points ou parenthèses: chacun de ces moindres produits sera regardé comme le multiplicateur de tout ce qui

autre chose que le nombre constamment plus grand ou plus petit que $\frac{m}{n}a$ (m, n étant des nombres entiers quelconques) *), suivant que α est respectivement plus grand ou plus petit que $\frac{m}{n}$.

B) Le résultat de la *division* d'un nombre quelconque a par un nombre quelconque α, ou le quotient $\frac{a}{\alpha}$, n'est que le nombre dont la multiplication par le diviseur α reproduit le dividende a.

Ceci observé, pour établir d'une manière rigoureuse la théorie de la multiplication et division dans le cas de multiplicateurs et diviseurs irrationnels, nous prouverons préalablement les deux théorèmes suivants, dont le premier est essentiellement le même que la proposition 8:e du Livre 5:e des Élémens d'Euclide.

I) *Si p, q, r sont des nombres quelconques dont $p>q$, il existe des nombres entiers m et n tels que $p>\frac{m}{n}r$ et $q<\frac{m}{n}r$.*

---

lui succède dans le produit général. D'après cela on concevra sur-le-champ l'ordre de la multiplication dans des produits tels que

$$abcd \qquad abc.d \qquad ab.cd \qquad a.bcd$$
$$a^3b^2c \qquad a^3.a^4.a^5. \qquad ab.cd.ef \qquad \left(a\cdot\frac{b}{c}\right)d$$
$$ab(c+d) \qquad a(b+c)\,(d+e) \qquad a(b+c).(d+e)$$
$$ab^3(c+d) \qquad ab^2(c+d)^2 \qquad ab^2.(c+d)^2.$$

*) La notation $\frac{m}{n}a$ est ici employée dans son sens ordinaire et exprime par conséquent, si $n=1$, le nombre a pris m fois et, si $n>1$, la n^e partie de a prise m fois.

Les q et $p-q$ pouvant être pris un nombre de fois qui les fasse tous deux surpasser r, soit n ce nombre. On aura donc

$$nq>r, \qquad n(p-q)>r,$$

et par conséquent

$$q>\frac{r}{n}, \qquad p-q>\frac{r}{n}.$$

Le nombre $\frac{r}{n}$, qui est moindre que q, pouvant de même être pris un nombre de fois qui le fasse surpasser q, soit m le nombre entier *le plus petit* qui produise cet effet, ensorte que

$$m.\frac{r}{n}>q, \qquad (m-1)\frac{r}{n}=<q.$$

L'inégalité $p-q>\frac{r}{n}$ donnant

$$p>\frac{r}{n}+q,$$

et q étant $>=(m-1)\frac{r}{n}$, on aura évidemment

$$p>\frac{r}{n}+(m-1)\frac{r}{n},$$

c'est-à-dire $p>m.\frac{r}{n}$, ou

$$p>\frac{m}{n}r.$$

Or, d'après ce qui précède, $m.\frac{r}{n}>q$ ou

$$q<\frac{m}{n}r.$$

Donc les nombres entiers m et n, que nous venons de considérer, satisfont à l'énoncé du théorème.

II) *Si p, q, r sont des nombres quelconques dont la relation est telle, que, pour des nombres entiers quelconques m et n, on ait en même temps*

$$\left.\begin{array}{l} p>\frac{m}{n}r \\ q>\frac{m}{n}r \end{array}\right\} \quad ou \quad \left.\begin{array}{l} p<\frac{m}{n}r \\ q<\frac{m}{n}r \end{array}\right\},$$

p sera égal à q.

Car, si $p>q$, il y aurait par le théorème précédent des nombres entiers m et n tels que $p>\frac{m}{n}r$, $q<\frac{m}{n}r$, ce qui répugnerait à l'hypothèse.

De la même manière se prouve l'impossibilité de $p<q$. Donc $p=q$.

Ces préliminaires établis, la théorie générale de la multiplication pourra être développée comme il suit.

III) *Si a, b, c, d sont des nombres quelconques dont $a=b$, $c=d$, on aura $ac=bd$.*

1:o Si les multiplicateurs égaux a, b sont *rationnels*, le théorème n'a pas besoin de démonstration, sa vérité étant évidente par les définitions connues de multiplication par un nombre entier ou fractionnaire.

2:o Soit $a=b=p$, p étant un nombre *irrationnel.*

Si m, n désignent des nombres entiers quelconques, on aura par la définition A)

$$\left.\begin{array}{l} pc > \frac{m}{n}c \\ pd > \frac{m}{n}d \end{array}\right\}, \quad \text{si } p > \frac{m}{n},$$

et

$$\left.\begin{array}{l} pc < \frac{m}{n}c \\ pd < \frac{m}{n}d \end{array}\right\}, \quad \text{si } p < \frac{m}{n}.$$

Or, en vertu du premier cas de ce théorème,

$$\frac{m}{n}c = \frac{m}{n}d.$$

Donc

$$\left.\begin{array}{l} pc > \frac{m}{n}c \\ pd > \frac{m}{n}c \end{array}\right\}, \quad \text{si } p > \frac{m}{n};$$

et

$$\left.\begin{array}{l} pc < \frac{m}{n}c \\ pd < \frac{m}{n}c \end{array}\right\}, \quad \text{si } p < \frac{m}{n};$$

d'où il est évident que pc et pd seront en même temps plus grands ou plus petits que $\frac{m}{n}c$ pour tous les nombres entiers m et n, et que par conséquent, d'après II),

$$pc = pd;$$

c'est-à-dire

$$ac = bd.$$

La proposition que nous venons de prouver conduit à la conclusion importante que le produit d'un nombre quelconque dé-

terminé par un nombre quelconque déterminé est de même *un nombre déterminé* *). Il en résulte de plus que

1) L'égalité $\frac{a}{b}=c$ donne $a=bc$.

Car de $\frac{a}{b}=c$ résulte $b.\frac{a}{b}=bc$ (III), c'est-à-dire $a=bc$ (Déf. B).

2) L'égalité $a=b$ conduit à $a^m=b^m$, m étant un nombre entier quelconque plus grand que l'unité.

3) Les égalités $a=b$, $c=d$, $e=f$, etc. donnent $ace..=bdf..$

IV) *Si a, b, c sont des nombres quelconques, on aura* $a(b+c)=ab+ac$.

1:o Le multiplicateur a pourra être *rationnel*.

Ce cas, traité dans tous les élémens d'Algèbre, n'a pas besoin d'être considéré ici.

---

*) Il est évident que cette propriété du produit de deux nombres quelconques n'est pas une preuve de la véritable *existence* de ce produit lorsque le multiplicateur est *irrationnel*. Ce n'est que par des considérations géométriques qu'on pourra mettre hors de doute l'existence d'un produit tel que le détermine la définition A), comme on ne peut pas se passer de ces considérations pour s'assurer de l'existence même des nombres irrationnels. Il en est de la théorie analytique proposée dans ce Mémoire, comme de la théorie des proportions du Livre 5:e des Elémens d'Euclide: partant de la définition 5:e de ce Livre on pourra, au moyen des propositions 11:e et 9:e, prouver rigoureusement, dans le cas même d'incommensurables, que deux grandeurs inégales ne sauraient être toutes deux les quatrièmes proportionnelles de trois grandeurs données; mais la véritable existence d'une quatrième proportionnelle ne pourra, dans le cas en question, être évidemment établie sans le secours de la Géométrie.

2:o Le multiplicateur a pourra être *irrationnel.*

Désignant par m, n des nombres entiers quelconques, on aura par la définition A)

$$ab > < \frac{m}{n}b, \qquad ac > < \frac{m}{n}c,$$

suivant que

$$a > < \frac{m}{n}.$$

Donc, suivant que $a > < \frac{m}{n}$, on aura

$$ab + ac > < \frac{m}{n}b + \frac{m}{n}c,$$

c'est-à-dire, par le premier cas de ce théorème,

$$ab + ac > < \frac{m}{n}(b + c).$$

Or, par la définition A) on aura aussi

$$a(b + c) > < \frac{m}{n}(b + c),$$

suivant que

$$a > < \frac{m}{n}.$$

Donc, quels que soient les nombres entiers m et n, $a(b + c)$ et $ab + ac$ seront en même temps plus grands ou plus petits que $\frac{m}{n}(b + c)$, d'où (II)

$$a(b + c) = ab + ac.$$

Du théorème précédent résultent les conséquences suivantes, ayant lieu pour des nombres quelconques a, b, c, d, etc.:

1) $a(b + c + d) = a(b + c) + ad = ab + ac + ad$

$a(b + c + d + e) = a(b + c + d) + ae = ab + ac + ad + ae$;

et ainsi de suite.

2) $a(b-c)$ (où $b>c$) $= a(b-c)+ac-ac = a(b-c+c)-ac$
$= ab-ac$

$a(b-c+d)$ (où $b>c$) $= a(b-c)+ad = ab-ac+ad$

$a(b-c-d)$ (où $b>c+d$) $= a(b-c)-ad = ab-ac-ad$

$a(b-c+d-e)$ (où $b>c,\ b-c+d>e$) $= a(b-c+d)-ae$
$= ab-ac+ad-ae,$

et ainsi de suite.

3) Si $a=b,\ c>d,$ on aura $ac>bd.$

Car, posant $c=d+e,$ on aura $ac=b(d+e)$ (III) $= bd+be,$ d'où $ac>bd.$

4) Si $a=b$ et $ac=bd,$ on aura $c=d.$

Car si $c><d,$ on aurait $ac><bd$ (IV, 3), ce qui serait contraire à l'hypothèse.

5) Si $a=b$ et $ac>bd,$ on aura $c>d.$

Car si $c=<d,$ on aurait $ac=<bd$ (III et IV, 3), contre l'hypothèse.

6) Si $a=b,\ c=d,$ on aura $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}.$

Car $c.\frac{a}{c}=a,\ d.\frac{b}{d}=b$ (Déf. B) et par conséquent $c.\frac{a}{c}=d.\frac{b}{d}.$ Or $c=d$; donc $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ (IV, 4).

7) Si $a=b,\ c>d,$ on aura $\frac{c}{a}>\frac{d}{b}.$

Car $a.\frac{c}{a}=c,\ b.\frac{d}{b}=d$ (Déf. B), d'où $a.\frac{c}{a}>b.\frac{d}{b}.$ Or $a=b$; donc $\frac{c}{a}>\frac{d}{b}$ (IV, 5).

8) Si $a=bc$, on aura $\frac{a}{b}=c$.

Car $b.\frac{a}{b}=a$ (Déf. B) $=bc$, d'où $\frac{a}{b}=c$ (IV, 4).

9) $\frac{ab}{a}=b$.

Car $ab=ab$, d'où $\frac{ab}{a}=b$ (IV, 8).

V) *Si a, b désignent des nombres quelconques, on aura $ab=ba$.*

1:o Les a, b pourront être *tous deux rationnels.*

Dans ce cas-là le théorème dont il s'agit se trouve établi dans l'Arithmétique ordinaire.

2:o L'un des a, b, par exemple a, pourra être *rationnel* et l'autre b *irrationnel.*

Si m, n désignent des nombres entiers quelconques, on aura par IV, 3

$$ab><a.\frac{m}{n};$$

suivant que

$$b><\frac{m}{n}.$$

Or, d'après le premier cas du théorème actuel,

$$a.\frac{m}{n}=\frac{m}{n}a.$$

Donc, suivant que $b><\frac{m}{n}$, on aura

$$ab><\frac{m}{n}a.$$

Mais, par la définition A), suivant que $b><\frac{m}{n}$ on aura aussi

$$ba><\frac{m}{n}a.$$

Donc ab et ba seront en même temps plus grands ou plus petits que $\frac{m}{n}a$, pour des nombres entiers quelconques m et n, d'où II

$$ab = ba.$$

3:o Les a, b peuvent être *tous deux irrationnels.*

Des nombres entiers quelconques étant désignés par m et n, on aura par IV, 3

$$ab >< a.\frac{m}{n},$$

suivant que

$$b >< \frac{m}{n}.$$

Or, d'après le second cas de ce théorème,

$$a.\frac{m}{n} = \frac{m}{n}a.$$

Donc, suivant que $b >< \frac{m}{n}$, on aura

$$ab >< \frac{m}{n}a.$$

Mais, par la définition A), selon que $b >< \frac{m}{n}$ on aura aussi

$$ba >< \frac{m}{n}a.$$

Donc, comme auparavant,

$$ab = ba.$$

Du théorème V) résultent, pour des nombres quelconques a, b, c, d, etc., les conséquences suivantes:

1) $(a+b)(c+d) = (a+b)c + (a+b)d$ (IV)

$= c(a+b) + d(a+b)$ (V)

$= ca + cb + da + db$ (IV)

$= ac + ad + bc + bd$ (V).

$(a-b)(c+d)$ (où $a>b$) $=(a-b)c+(a-b)d$ (IV)

$=c(a-b)+d(a-b)$ (V)

$=ca-cb+da-db$ (IV, 2)

$=ac+ad-bc-bd$ (V).

$(a-b)(c-d)$ (où $a>b, c>d$) $=(a-b)c-(a-b)d$ (IV, 2)

$=c(a-b)-d(a-b)$ (V)

$=ca-cb-(da-db)$ (IV, 2)

$=ac-bc-(ad-bd)$ (V),

d'où $(a-b)(c-d)+ad-bd=ac-bc$, et par conséquent

$$(a-b)(c-d)=ac-ad-bc+bd.$$

$(a-b-c)(d-e+f)$ (où $a>b+c, d>e$)

$=(a-b-c)d-(a-b-c)e+(a-b-c)f$ (IV, 2)

$=d(a-b-c)-e(a-b-c)+f(a-b-c)$ (V)

$=da-db-dc-(ea-eb-ec)+fa-fb-fc$ (IV, 2)

$=ad-bd-cd-(ae-be-ce)+af-bf-cf$ (V),

d'où $(a-b-c)(d-e+f)+ae-be-ce=ad-bd-cd+af-bf-cf$,

et par conséquent

$(a-b-c)(d-e+f)=ad-ae+af-bd+be-bf-cd+ce-cf$.

Et ainsi de suite.

2. Si $a>b$, $c=d$, on aura $ac>bd$.

Car $ca>db$ (IV, 3), et par conséquent $ac>bd$ (V) *).

---

*) On pourra remarquer que cette vérité aurait pu, au besoin, s'établir d'une manière plus immédiate par la définition A) et le théorème I).

3) Si $a>b$, $c>d$, on aura $ac>bd$.

Car $ac>ad$ (IV, 3) et $ad>bd$ (V, 2), d'où $ac>bd$.

4) Si $a>b$, on aura $a^m>b^m$, m étant un nombre entier quelconque plus grand que l'unité (V, 3).

5) Si $a=b$, on aura $\sqrt[m]{a}=\sqrt[m]{b}$.

Car si $\sqrt[m]{a}><\sqrt[m]{b}$, on aurait $(\sqrt[m]{a})^m><(\sqrt[m]{b})^m$ (V, 4), ou $a><b$, ce qui répugnerait à l'hypothèse.

Il en résulte que la racine d'un nombre déterminé, quel que soit son dégré, est aussi un nombre déterminé.

6) Si $a>b$, on aura $\sqrt[m]{a}>\sqrt[m]{b}$.

Car si $\sqrt[m]{a}=<\sqrt[m]{b}$, on aurait $(\sqrt[m]{a})^m=<(\sqrt[m]{b})^m$ (III, 2 et V, 4) ou $a=<b$, contre l'hypothèse.

7) Suivant que $a>=<b$, on aura respectivement $\sqrt[n]{a^m}>=<\sqrt[n]{b^m}$, m et n étant des nombres entiers quelconques, dont $n>1$ (III, 2 et V, 4, 5, 6).

8) D'après que $a>=<1$ on aura respectivement $a^m>=<1$, $\sqrt[m]{a}>=<1$ et $\sqrt[n]{a^m}>=<1$, m et n étant des nombres entiers quelconques plus grands que l'unité (III, 2; V, 4 et V, 7).

9) $a.1=a$ et $\frac{a}{a}=1$.

Car $a.1=1.a$(V)$=a$ et l'égalité $a=a.1$ donne $\frac{a}{a}=1$ (IV, 8).

VI) *Si a, b, c sont des nombres quelconques, on aura* $ab.c = a.bc$.

1:o Soit le nombre *a rationnel.*

A) Si m désigne un nombre entier quelconque, on aura

$$mb.c = c.mb \,(\text{V}) = c(b+b+..b) = cb+cb+..cb \,(\text{IV, 1}),$$
$$= bc+bc+..bc \,(\text{V}),$$

le nombre des termes étant m; d'où

$$mb.c = m.bc.$$

B) Si m, n sont des nombres entiers quelconques, on aura

$$\frac{m}{n}b.c = \left(m.\frac{b}{n}\right)c = m.\frac{b}{n}c \text{ (cas précédent).}$$

$$\text{Or } n.\frac{b}{n}c = \left(n.\frac{b}{n}\right)c \text{ (cas préc.)} = bc, \text{ d'où } \frac{b}{n}c = \frac{bc}{n}.$$

Donc

$$\frac{m}{n}b.c \left(= m.\frac{b}{n}c = m.\frac{bc}{n}\right) = \frac{m}{n}.bc.$$

2:o Soit le nombre *a irrationnel.*

Si m, n sont des nombres entiers quelconques, on aura par la définition A)

$$ab >< \frac{m}{n}b,$$

suivant que

$$a >< \frac{m}{n}.$$

Or, d'après que $ab >< \frac{m}{n}b$, on aura (V, 2)

$$ab.c >< \frac{m}{n}b.c,$$

c'est-à-dire

$$ab.c >< \frac{m}{n}.bc \text{ (cas préc.).}$$

Donc, suivant que $a >< \frac{m}{n}$, on aura

$$ab.c >< \frac{m}{n}.bc.$$

Mais, suivant que $a >< \frac{m}{n}$, on aura aussi, par la définition A),

$$a.bc >< \frac{m}{n}.bc.$$

Donc $ab.c$ et $a.bc$ seront en même temps plus grands ou plus petits que $\frac{m}{n}.bc$, quels que soient les nombres entiers m et n, d'où (II)

$$ab.c = a.bc.$$

VII) *Si a, b, c, d, etc. sont des nombres quelconques, en tel nombre qu'on voudra, leur produit restera le même quel que soit l'ordre de leur multiplication.*

Pour démontrer cette proposition qui, à cause de son importance, doit être établie avec plus de soin qu'on ne le trouve dans les traités ordinaires d'Algèbre, nous commencerons par prouver que, *si le produit d'un nombre quelconque de facteurs moindre que n reste le même, quel que soit l'ordre de leur multiplication, le produit de n facteurs restera encore le même, dans quel ordre que se fasse leur multiplication.*

Si

$$a, b, c, ..k$$

sont les n facteurs en question, il est aisé de voir que tous les produits possibles de ces facteurs se réduisent aux formes suivantes:

$$\left.\begin{matrix} a(bcd..k) \\ b(acd..k) \\ \cdots\cdots \\ k(abc..i) \end{matrix}\right\} \text{ et } \left\{\begin{matrix} (bcd..k)a \\ (acd..k)b \\ \cdots\cdots \\ (abc..i)k, \end{matrix}\right. \quad 1)$$

$$\left.\begin{matrix} (ab)(cde..k) \\ (ac)(bde..k) \\ \cdots\cdots \\ (ik)(abc..h) \end{matrix}\right\} \text{ et } \left\{\begin{matrix} (cde..k)(ab) \\ (bde..k)(ac) \\ \cdots\cdots \\ (abc..h)(ik), \end{matrix}\right. \quad 2)$$

$$\left.\begin{matrix} (abc)(def..k) \\ (abd)(cef..k) \\ \cdots\cdots \\ (hik)(abc..g) \end{matrix}\right\} \text{ et } \left\{\begin{matrix} (def..k)(abc) \\ (cef..k)(abd) \\ \cdots\cdots \\ (abc..g)(hik), \end{matrix}\right. \quad 3)$$

etc. etc.,

dont les 1) sont au nombre de $2n$, les 2) au nombre de $2.\frac{n(n-1)}{1.2}$, les 3) au nombre de $2.\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}$, et ainsi de suite, les formes

$$(bcd..k),\ (acd..k), ..(abc..i)$$

représentant tous les produits possibles des $b, c, d, ..k,$ des $a, c, d, ..k,$ etc. jusqu'à $a, b, c, ..i,$ les formes

$$(cde..k),\ (bde..k), ..(abc..h)$$

tous ceux possibles des $c, d, e, ..k,$ des $b, d, e, ..k,$ etc. jusqu'à $a, b, c, ..h,$ et ainsi de suite, de même que les

$$(ab),\ (ac), ..(ik)$$

tous les produits possibles des a, b, des a, c, etc. jusqu'à i, k, les

$$(abc),\ (abd)\ ..\ (hik)$$

tous ceux possibles des a, b, c, des a, b, d, etc. jusqu'à h, i, k, et ainsi de suite. Les formes 1), 2), 3), etc. doivent du reste être continuées jusqu'à celles de $\frac{n}{2}$) inclusivement, si le nombre n est *pair* (dans quel cas on remarquera que la seconde suite des formes $\frac{n}{2}$) ne sera qu'une répétition de la première), et jusqu'à celles de $\frac{n-1}{2}$) inclusivement, si n est *impair* *).

Cela posé, puisque, par l'hypothèse, tous les produits représentés par

$$(bcd\,..\,k)$$

sont égaux entre eux, tous ceux représentés par

---

*) De la règle précédente pour former tous les produits possibles de n facteurs au moyen de ceux de $2, 3, .. n-1$ facteurs, résulte tout de suite, qu'en désignant en général par m_p le nombre des multiplications différentes possibles de p facteurs, on aura

$$m_n = 2\left(nm_{n-1} + \frac{n(n-1)}{1.2}m_2m_{n-2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}m_3m_{n-3} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3.4}m_4m_{n-4} + \text{etc.}\right),$$

jusqu'à $\frac{n}{2}$ termes inclusivement si n est *pair*, et jusqu'à $\frac{n-1}{2}$ termes inclusivement si n est *impair*, le dernier terme devant, dans le premier cas, n'être pris qu'à moitié. De cette relation assez compliquée entre $m_2, m_3, .. m_n$ pourra être tirée la formule extrêmement simple

$$m_n = 2.6.10.14\,..\,(4n-6)$$

(Voyez le *Journal de Mathématiques de M. Liouville pour Octobre* 1838, *p.* 515), qui donne sur-le-champ

$$m_2 = 2,\quad m_3 = 12,\quad m_4 = 120,\quad m_5 = 1680,\quad m_6 = 30240,\quad \text{etc.},$$

d'où l'on voit avec quelle rapidité croît le nombre des multiplications différentes possibles par l'augmentation du nombre des facteurs.

$$(acd\,..\,k)$$

égaux entre eux, et ainsi de suite, et que de même, en vertu du théorème V), les secondes suites des formes 1), 2), 3), etc. sont identiques avec les premières, il est évident que l'égalité de tous les produits possibles des n facteurs a, b, $c\,..\,k$ sera complétement établie, dès qu'on aura prouvé qu'un produit quelconque entre ceux représentés par

$$a(bcd\,..\,k)$$

est égal à un produit quelconque entre ceux que représentent les formes

$$b(acd\,..\,k)\,..\,k(abc\,..\,i)$$

$$(ab)(cde\,..\,k)\,..\,(ik)(abc\,..\,h)$$

$$(abc)(def\,..\,k)\,..\,(hik)(abc\,..\,g)$$

. . . .

jusqu'aux dernières inclusivement.

Or c'est ce qui résulte très-simplement des théorèmes V) et VI). Car, si p désigne un produit quelconque des facteurs $c, d, ..k$, $a.bp$ sera un produit compris dans la forme $a(bcd..k)$, et $b.ap$ un compris dans la forme $b(acd..k)$, et il est évident que

$$a.\,bp = b.\,ap,$$

en vertu des théorèmes cités ($a.bp$ étant $= ab.p$ (VI) $= ba.\,p$ (V) $= b.ap$ (VI)). De la même manière se prouve l'égalité d'autres produits de la forme $a(bcd..k)$ avec des produits se rapportant aux formes $c(abd..k)\,..\,k(abc\,..\,i)$.

L'égalité d'un produit de la forme $a(bcd..k)$ avec un produit de la forme $(ab)(cde..k)$ se prouve d'une manière analogue. Car, p ayant la même signification qu'auparavant, on aura visiblement

$$a.bp = ab.p.$$

De la même manière on prouvera l'égalité de tout autre produit contenu dans la première suite des 2) avec quelque produit appartenant à la première suite des 1), et par conséquent avec ceux de la forme $a(bcd..k)$.

L'égalité d'un produit de la forme $(ab)(cde..k)$ avec un produit de la forme $(abc)(def..k)$ s'établit de la même manière. Car, désignant par q un produit des facteurs a, b et par r un autre dont les facteurs sont $d, e, .. k$, $q.cr$ sera un produit de la forme $(ab)(cde..k)$ et $qc.r$ un de la forme $(abc)(def..k)$, et il est évident que

$$q.cr = qc.r.$$

Par la même méthode se prouve l'égalité des autres produits appartenant à la première suite des 3) avec d'autres produits contenus dans la première suite des 2), et par conséquent avec ceux de la forme $a(bcd..k)$.

Il est visible que rien n'empêche de continuer ainsi de chacune des suites 1), 2), 3), etc. à celle qui la suit immédiatement, et qu'ainsi la vérité qu'il s'agissait de prouver est en effet mise hors de doute.

L'invariabilité de la valeur du produit de n facteurs étant ainsi prouvée, admise celle des produits d'un nombre quelconque de facteurs au dessous de n, il est évident que, si le théorème actuel a lieu pour deux facteurs, il aura lieu pour trois, s'il a lieu pour deux et trois facteurs, il aura lieu pour quatre, et ainsi de suite. La vérité de ce théorème pour un nombre quelconque de facteurs se réduit donc en dernier lieu à l'invariabilité de la valeur du produit de deux facteurs, ou à l'égalité

$$ab = ba.$$

Or cette égalité est prouvée ci-dessus (V); donc le théorème général dont il s'agit est prouvé aussi.

Des principes généraux de multiplication que nous venons d'établir, se déduisent sans difficulté toutes les règles ordinaires de l'Algèbre pour les calculs des *Quotients*, des *Puissances* et des *Racines*. Malgré la simplicité de cette déduction, nous allons l'entreprendre, pour montrer sa liaison étroite avec ce qui précède.

1:o Pour le calcul des *quotients* ou, comme les appellent assez improprement quelques auteurs, fractions algébriques, on aura ces *sept égalités* fondamentales, ayant lieu pour des nombres quelconques a, b, c, d, etc.:

1) $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$.

Car, posant $\frac{a}{b} = q$, on aura $a = bq$ (III, 1), d'où $ac = bq.c$ (III) $= bc.q$ (VII) et $\frac{ac}{bc} = q$ (IV, 8) $= \frac{a}{b}$.

2) $\frac{a}{b} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}}$.

Car $\frac{a}{b} = \frac{c.\frac{a}{c}}{c.\frac{b}{c}}$ (Déf. B) $= \frac{\frac{a}{c}.c}{\frac{b}{c}.c}$ (VII) $= \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}}$ (égalité précédente).

3) $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$ (où, en cas de signe —, $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$, et par conséquent $c.\frac{a}{c} > c.\frac{b}{c}$ (IV, 3), ou $a > b$ (Déf. B)).

Posant $\frac{a}{c} = q$, $\frac{b}{c} = r$, on aura $a = cq$, $b = cr$. Donc $a \pm b = cq \pm cr = c(q \pm r)$ (IV et IV, 2) et $\frac{a \pm b}{c} = q \pm r$ (IV, 8) $= \frac{a}{c} \pm \frac{b}{c}$.

4) $\frac{a}{b}.\frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.

Posant $\frac{a}{b} = q$, $\frac{c}{d} = r$, on aura $a = bq$, $c = dr$, d'où $ac = bq.dr = bd.qr$ (VII) et $\frac{ac}{bd} = qr = \frac{a}{b}.\frac{c}{d}$.

5) $a.\frac{b}{c} = \frac{ab}{c}$ et $\frac{a}{b}.c = \frac{ac}{b}$.

Car $a.\frac{b}{c} = \frac{a}{1}.\frac{b}{c}$ (a étant $= 1.\frac{a}{1} = \frac{a}{1}$) $= \frac{ab}{1.c}$ (4:e égalité) $= \frac{ab}{c}$, et $\frac{a}{b}.c = \frac{a}{b}.\frac{c}{1} = \frac{ac}{b.1} = \frac{ac}{b}$ (V, 9).

6) $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$.

Car $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{\frac{a}{b}.bd}{\frac{c}{d}.bd}$ (1:e égalité) $= \frac{\frac{a.bd}{b}}{\frac{c.bd}{d}}$ (5:e égal.) $= \frac{\frac{b.ad}{b}}{\frac{d.bc}{d}}$ (VII) $= \frac{ad}{bc}$ (IV, 9).

7) $\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{bc}$ et $\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{ac}{b}$.

Car $\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{1}} = \frac{a.1}{bc}$ (6:e égal.) $= \frac{a}{bc}$, et $\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{\frac{a}{1}}{\frac{b}{c}} = \frac{ac}{1.b}$ (6:e égalité) $= \frac{ac}{b}$.

2:o Le calcul des *puissances* pourra être réduit aux *cinq égalités* suivantes, où a, b, c, etc. représentent des nombres quelconques et m, n, p, etc. des nombres quelconques entiers:

1) $a^m.a^n.a^p.. = a^{m+n+p+..}$

Car par ex. $a^4.a^3.a^2.a^1 = aaaa.aaa.aa.a = aaaaaaaaaa$ (VII) $= a^{10}$.

2) $\frac{a^m}{a^n}$ (où $m > n$) $= a^{m-n}$.

Car p. ex. $\frac{a^5}{a^2} = \frac{a^2.a^3}{a^2}$ (1:e égalité) $= a^3$ (IV, 9).

3) $(a^m)^n = a^{mn}$.

Car p. ex. $(a^3)^4 = a^3.a^3.a^3.a^3 = a^{3+3+3+3}$ (1:e égal.) $= a^{4.3} = a^{3.4}$

4) $(abc..)^m = a^m b^m c^m..$

Car p. ex. $(abc)^3 = abc.abc.abc = aaa.bbb.ccc$ (VII) $= a^3b^3c^3$.

5) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$.

Car $a^m = \left(b.\frac{a}{b}\right)^m = b^m\left(\frac{a}{b}\right)^m$ (4:e égalité), d'où $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$.

3:o Le calcul des *racines* s'appuie sur les *sept égalités* suivantes, dans lesquelles a, b, c, etc. sont des nombres quelconques et m, n, p des nombres quelconques entiers plus grands que l'unité.

1) $\sqrt[m]{a}.\sqrt[m]{b}.\sqrt[m]{c}.. = \sqrt[m]{abc..}$

Car $\sqrt[m]{a}.\sqrt[m]{b}.\sqrt[m]{c}.. = \sqrt[m]{(\sqrt[m]{a}.\sqrt[m]{b}.\sqrt[m]{c}..)^m} = \sqrt[m]{(\sqrt[m]{a})^m.(\sqrt[m]{b})^m.(\sqrt[m]{c})^m..}$ (4:e égalité du calcul des puissances) $= \sqrt[m]{abc..}$

2) $\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[m]{\frac{a}{b}}$.

Car $\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[m]{\left(\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}\right)^m} = \sqrt[m]{\frac{(\sqrt[m]{a})^m}{(\sqrt[m]{b})^m}}$ (5:e égal. calc. des puissances) $= \sqrt[m]{\frac{a}{b}}$.

3) $(\sqrt[m]{a})^n = \sqrt[m]{a^n}$.

Car $(\sqrt[m]{a})^n = \sqrt[m]{a}.\sqrt[m]{a}.\sqrt[m]{a}.. = \sqrt[m]{aaa..}$ (1:e égalité) $= \sqrt[m]{a^n}$.

4) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$.

Posant $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = r$ on aura $(\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}})^m = r^m$ (III, 2) ou $\sqrt[n]{a} = r^m$. De plus $(\sqrt[n]{a})^n = (r^m)^n = r^{mn}$ (3:e égal. calc. des puiss.), ou $a = r^{mn}$. Donc $\sqrt[mn]{a} = \sqrt[mn]{r^{mn}}$ (V, 5) $= r = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}$.

5) $\sqrt[m]{a^{mn}} = a^n$.

Car $\sqrt[m]{a^{mn}} = \sqrt[m]{(a^n)^m}$ (3:e égal. calc. des puiss.) $= a^n$.

6) $\sqrt[mn]{a^n} = \sqrt[m]{a}$.

Car $\sqrt[mn]{a^n} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a^n}}$ (4:e égalité) $= \sqrt[m]{a}$.

7) $\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[mp]{a^{np}}$.

Car $\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[mp]{(a^n)^p}$ (6:e égalité) $= \sqrt[mp]{a^{np}}$ (3:e égal. calc. des puissances).

Pour établir la théorie des *Proportions*, nous partirons des définitions suivantes, qui nous paraissent les plus conformes aux idées naturelles sur ce sujet:

C) Les nombres a, b étant *commensurables* et c, d de même *commensurables*, *a a la même proportion à b que c à d*, s'il y a des nombres entiers m, n tels qu'en même temps $b = m.\frac{a}{n}$ et $d = m.\frac{c}{n}$.

D) Les nombres a, b étant *incommensurables* et c, d de même *incommensurables*, *a a la même proportion à b que c à d*, si, pour des nombres entiers *quelconques* m et n, on a en même temps $\left.\begin{array}{l} b > m.\frac{a}{n} \\ d > m.\frac{c}{n} \end{array}\right\}$ ou $\left.\begin{array}{l} b < m.\frac{a}{n} \\ d < m.\frac{c}{n} \end{array}\right\}$.

E) Si a, b, c, d sont des nombres quelconques, *a a une plus grande proportion à b que c à d*, s'il y a des nombres entiers m, n tels que $\left.\begin{array}{l} b < m.\frac{a}{n} \\ d > m.\frac{c}{n} \end{array}\right\}$.

F) Si a, b, c, d sont des nombres quelconques, *a a une moindre proportion à b que c à d,* s'il y a des nombres entiers m, n tels que $\left.\begin{matrix} b > m.\frac{a}{n} \\ d < m.\frac{c}{n} \end{matrix}\right\}$ *).

La définition C) conduit à

$$b=\frac{m}{n}a, \quad d=\frac{m}{n}c,$$

d'où (III)

$$bc=\frac{m}{n}a.c, \quad ad=a.\frac{m}{n}c.$$

Or $\frac{m}{n}a.c=a.\frac{m}{n}c$ (VII). Donc

$$ad=bc.$$

*) Les définitions E), F) ont les avantages essentiels de s'étendre à des nombres quelconques, de s'accorder avec les idées naturelles de plus grande et moindre proportion et de conduire immédiatement à la conséquence que $a:b>c:d$ amène $c:d<a:b$, et réciproquement. Cependant, dans une théorie de proportions restreinte à des nombres *commensurables*, comme p. ex. celle de l'Arithmétique, il serait un peu plus simple de définir les notions de *plus grande* et *moindre* proportion respectivement par $\left.\begin{matrix} b=m.\frac{a}{n} \\ d>m.\frac{c}{n} \end{matrix}\right\}$ et $\left.\begin{matrix} b=m.\frac{a}{n} \\ d<m.\frac{c}{n} \end{matrix}\right\}$. La première de ces définitions conduirait à $ad>bc$, et la seconde à $ad<bc$, exactement comme les E) et F), et de $ad>bc$ et $b=m.\frac{a}{n}$ résulterait $b=\frac{m}{n}a$, $bc=\frac{m}{n}a.c$ (III), $ad>\frac{m}{n}a.c$, $ad>a.\frac{m}{n}c$ (VII), $d>\frac{m}{n}c$ (IV, 5), $d>m.\frac{c}{n}$, et par conséquent $a:b>c:d$. De la même manière $ad<bc$ conduirait à $a:b<c:d$.

De la définition D) résulte

$$\left.\begin{aligned} b &> \tfrac{m}{n} a \\ d &> \tfrac{m}{n} c \end{aligned}\right\} \quad \text{ou} \quad \left.\begin{aligned} b &< \tfrac{m}{n} a \\ d &< \tfrac{m}{n} c \end{aligned}\right\},$$

d'où (V, 2 et IV, 3)

$$\left.\begin{aligned} bc &> \tfrac{m}{n} a.c \\ ad &> a.\tfrac{m}{n} c \end{aligned}\right\} \quad \text{ou} \quad \left.\begin{aligned} bc &< \tfrac{m}{n} a.c \\ ad &< a.\tfrac{m}{n} c \end{aligned}\right\},$$

c'est-à-dire (VII)

$$\left.\begin{aligned} bc &> \tfrac{m}{n}.ac \\ ad &> \tfrac{m}{n}.ac \end{aligned}\right\} \quad \text{ou} \quad \left.\begin{aligned} bc &< \tfrac{m}{n}.ac \\ ad &< \tfrac{m}{n}.ac \end{aligned}\right\},$$

et par conséquent (II)

$$ad = bc.$$

La définition E) donne

$$\left.\begin{aligned} b &< \tfrac{m}{n} a \\ d &> \tfrac{m}{n} c \end{aligned}\right\},$$

d'où (V, 2 et IV, 3)

$$\left.\begin{aligned} bc &< \tfrac{m}{n} a.c \\ ad &> a.\tfrac{m}{n} c \end{aligned}\right\}.$$

Or $\frac{m}{n} a.c = a.\frac{m}{n} c$ (VII). Donc

$$ad > bc.$$

Enfin la définition F) donne

$$\left.\begin{array}{l} b>\frac{m}{n}a \\ d<\frac{m}{n}c \end{array}\right\},$$

d'où (V, 2 et IV, 3)

$$\left.\begin{array}{l} bc>\frac{m}{n}a.c \\ ad<a.\frac{m}{n}c \end{array}\right\}.$$

Or $\frac{m}{n}a.c=a.\frac{m}{n}c$ (VII). Par conséquent

$$ad<bc.$$

Il est donc généralement prouvé que, quels que soient les nombres a, b, c, d, les relations

$$a:b>=<c:d$$

amènent respectivement

$$ad>=<bc.$$

Au contraire, si $ad=bc$ et $b=m.\frac{a}{n}=\frac{m}{n}a$, on aura $ad(=bc)=\frac{m}{n}a.c=a.\frac{m}{n}c$ (VII), d'où $d=\frac{m}{n}c$ (IV, 4). Si $ad=bc$ et $b>m.\frac{a}{n}$, c'est-à-dire $b>\frac{m}{n}a$, on aura $bc>\frac{m}{n}a.c$ (V, 2), et par conséquent $ad>\frac{m}{n}a.c$, $ad>a.\frac{m}{n}c$ (VII) et $d>\frac{m}{n}c$ (IV, 5), ou $d>m.\frac{c}{n}$. De la même manière on prouvera que la supposition de $ad=bc$ et $b<m.\frac{a}{n}$ conduit à $d<m.\frac{c}{n}$.

Donc, si

$$ad=bc$$

et a, b sont *commensurables*, c, d seront aussi commensurables et l'on aura

$$a:b=c:d.$$

De même, si

$$ad=bc$$

et a, b sont *incommensurables*, c, d seront aussi incommensurables (tous les nombres entiers m et n sans exception rendant $d>$ ou $<m.\frac{c}{n}$, comme ils rendent $b>$ ou $<m.\frac{a}{n}$) et l'on aura

$$a:b=c:d.$$

Si $ad>bc$, il y aura, en vertu du théor. I), des nombres entiers m, n tels que $\left.\begin{matrix} bc<\frac{m}{n}.ac \\ ad>\frac{m}{n}.ac \end{matrix}\right\}$, c'est-à-dire $\left.\begin{matrix} cb<c.\frac{m}{n}a \\ ad>a.\frac{m}{n}c \end{matrix}\right\}$ (VII), $\left.\begin{matrix} b<\frac{m}{n}a \\ d>\frac{m}{n}c \end{matrix}\right\}$ (IV, 5) ou $\left.\begin{matrix} b<m.\frac{a}{n} \\ d>m.\frac{c}{n} \end{matrix}\right\}$. Donc, si

$$ad>bc,$$

on aura

$$a:b>c:d.$$

Enfin, si

$$ad<bc,$$

on prouvera de la même manière que

$$a:b<c:d.$$

Donc, si

$$ad>=<bc,$$

on aura respectivement

$$a:b>=<c:d\ ^{*}.$$

*) Si, au lieu des définitions précédentes C), D), E), quelqu'un préférait de partir des définitions 5:e et 7:e du Livre 5:e d'Euclide, il en pour-

Les deux résultats généraux que nous venons d'obtenir, conduisent si facilement à toutes les propriétés connues des proportions, qu'il n'est pas besoin de nous y arrêter. Ainsi, par exemple, pour démontrer que

$$a:b>=<c:d$$

amène respectivement

$$a+b:b>=<c+d:d,$$

il n'y aura qu'à remarquer que $a:b>=<c:d$ donne respectivement

---

rait tirer de la même manière les relations respectives $ad=bc$ et $ad>bc$, et, au contraire, de ces relations respectivement celles de $a:b=c:d$ et $a:b>c:d$. En effet la 5:e définition du Livre 5:e d'Euclide, appliquée aux nombres, pourra s'exprimer ainsi:

α) Les lettres a, b, c, d désignant des nombres quelconques, *a a la même proportion à b que c à d*, si, pour des nombres entiers *quelconques* p, q plus grands que l'unité, on a en même temps $\left.\begin{matrix}pa>qb\\pc>qd\end{matrix}\right\}$, ou $\left.\begin{matrix}pa=qb\\pc=qd\end{matrix}\right\}$, ou $\left.\begin{matrix}pa<qb\\pc<qd\end{matrix}\right\}$.

Et la 7:e du même Livre ainsi:

β) Les a, b, c, d représentant des nombres quelconques, *a a une plus grande proportion à b que c à d*, s'il y a des nombres entiers p, q plus grands que l'unité, tels que $\left.\begin{matrix}pa>qb\\pc=<qd\end{matrix}\right\}$.

Mais je ne m'arrêterai pas à cette déduction, qui, d'après ce qui précède, n'offre aucune difficulté.

Il serait encore facile de prouver l'identité de nos définitions C), D), prises ensemble, avec la 5:e du Livre 5:e d'Euclide, et celle de notre définition E) avec la 7:e du même Livre; mais ces détails seraient étrangers à notre sujet.

$$ad >=< bc$$
$$ad+bd >=< bc+bd$$
$$(a+b)d >=< b(c+d)$$
$$a+b:b >=< c+d:d;$$

et ainsi de suite.

Pour la théorie des *Exponentielles* nous ferons usage des définitions suivantes:

G) Si m est un nombre entier quelconque, n un nombre entier quelconque qui n'est pas diviseur de m, et a un nombre quelconque, l'exponentielle $a^{\frac{m}{n}}$ est la même chose que $\sqrt[n]{a^m}$ *).

H) Si p est un nombre quelconque *irrationnel* et a un nombre quelconque *plus grand que l'unité*, l'exponentielle a^p est le nombre constamment plus grand ou plus petit que $a^{\frac{m}{n}}$ (m, n étant des nombres entiers quelconques), suivant que p est respectivement plus grand ou plus petit que $\frac{m}{n}$.

I) Si p est un nombre quelconque *irrationnel* et a un nombre quelconque *moindre que l'unité*, a^p est le nombre constamment plus grand ou plus petit que $a^{\frac{m}{n}}$ (m, n désignant des nombres entiers

*) Que $a^{\frac{m}{n}}$ est encore identique avec $\sqrt[n]{a^m}$ si n est un diviseur de m plus grand que l'unité, résulte de l'égalité 5:e du calcul des racines, d'où il est évident que $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ pour *des nombres entiers quelconques* m *et* n, *dont* $n > 1$. Si $n = 1$, il est évident que $a^{\frac{m}{n}} = a^m$.

quelconques), suivant que p est respectivement plus petit ou plus grand que $\frac{m}{n}$.

K) Si p est un nombre quelconque *irrationnel* et $a=1$, a^p est la même chose que $a^{\frac{m}{n}}$, m et n étant des nombres entiers quelconques.

Au moyen de ces définitions la théorie dont il s'agit pourra être développée par les théorèmes suivants, d'une manière analogue à celle que nous avons employée pour la multiplication.

VIII) *Si p, q sont des nombres quelconques plus grands que l'unité, il existe des nombres entiers m, tels que $p^m > q$.*

1:o Si $p>q$, tous les nombres entiers, et, si $p=q$, tous les nombres entiers plus grands que l'unité, satisferont à l'énoncé du théorème (V, 3, 2).

2:o Si $p<q$, on aura $\frac{q}{p}>1$ (IV, 7 et V, 9). Soit n un nombre entier tel que

$$n(p-1)>\frac{q}{p}-1.$$

Le nombre p étant >1, on aura (V, 8)

$$p^2>1,\ p^3>1,\ ..p^{n-1}>1,$$

d'où

$$p^{n-1}+p^{n-2}+..p+1>n,$$

et par conséquent (V, 2)

$$(p^{n-1}+p^{n-2}+..p+1)(p-1)>n(p-1),$$

ou (V, 1)

$$p^n-1>n(p-1).$$

Donc, aussi

$$p^n - 1 > \frac{q}{p} - 1,$$

d'où

$$p^n > \frac{q}{p},$$

et par suite (IV, 3)

$$p^{n+1} > q.$$

Prenant donc $m = n + 1$, on aura $p^m > q$.

IX) *Si p, q, r sont des nombres quelconques, tous trois plus grands ou tous trois plus petits que l'unité, dont $p > q$, il existe des nombres entiers m et n tels que $p > r^{\frac{m}{n}}$ et $q < r^{\frac{m}{n}}$.*

1:o Soient d'abord $p, q, r > 1$.

Puisque $p > q$, on a (IV, 7 et V, 9)

$$\frac{p}{q} > 1.$$

Donc par le théorème VIII) il existe des nombres entiers n plus grands que l'unité tels, qu'en même temps

$$q^n > r, \quad \left(\frac{p}{q}\right)^n > r$$

(car, en vertu de ce théorème, il y a un nombre entier n' plus grand que l'unité tel que par ex. $q^{n'} > r$ et, si ce nombre donne $\left(\frac{p}{q}\right)^{n'} = < r$, une valeur augmentée de n' pourra évidemment donner $\left(\frac{p}{q}\right)^n > r$, et, à plus forte raison, encore $q^n > r$ (V, 3)), et par conséquent (V, 6)

$$q > \sqrt[n]{r}, \quad \frac{p}{q} > \sqrt[n]{r}.$$

Le nombre $\sqrt[n]{r}$ étant plus grand que l'unité (V, 8), il y aura des nombres entiers m' tels que $(\sqrt[n]{r})^{m'} > q$ (VIII). De plus, $\sqrt[n]{r}$ étant moindre que q, ces nombres m' seront plus grands que l'unité. Désignant par m *le plus petit* de ces nombres entiers, on aura donc

$$(\sqrt[n]{r})^m > q, \quad (\sqrt[n]{r})^{m-1} = < q,$$

c'est-à-dire (III, IV, 3 et VII)

$$(\sqrt[n]{r})^m > q, \quad (\sqrt[n]{r})^m = < q\sqrt[n]{r},$$

ou (3:e égal. calc. des racines)

$$\sqrt[n]{r^m} > q, \quad \sqrt[n]{r^m} = < q\sqrt[n]{r}.$$

Or, l'inégalité $\frac{p}{q} > \sqrt[n]{r}$ donne (IV, 3)

$$p > q\sqrt[n]{r}.$$

Donc aussi

$$p > \sqrt[n]{r^m}.$$

Mais, d'après ce qui précède,

$$q < \sqrt[n]{r^m}.$$

Donc (Déf. G et la note y jointe)

$$p > r^{\frac{m}{n}}, \quad q < r^{\frac{m}{n}}.$$

Les nombres entiers m et n, déterminés comme nous venons de voir, satisfont donc à l'énoncé du théorème.

2:o Soient $p, q, r < 1$.

Dans ce cas $\frac{1}{p}, \frac{1}{q}, \frac{1}{r}$ seront > 1 (IV, 7 et V, 9) et, puisque $p > q$, on aura $\frac{p}{pq} > \frac{q}{pq}$ (IV, 7), c'est-à-dire $\frac{1}{q} > \frac{1}{p}$ (VII et 1:e égal. calc. des quotients).

Donc par le premier cas de ce théorème il existe des nombres entiers m, n tels que

$$\frac{1}{q} > \sqrt[n]{\left(\frac{1}{r}\right)^m}, \quad \frac{1}{p} < \sqrt[n]{\left(\frac{1}{r}\right)^m}.$$

Or

$$\sqrt[n]{\left(\frac{1}{r}\right)^m} = \sqrt[n]{\frac{1}{r^m}} \text{ (5:e égal. calc. des puiss.)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt[n]{r^m}} \text{ ([illegible]:e égal. calc. des racines)}$$

$$= \frac{1}{r^{\frac{m}{n}}}$$

Donc

$$\frac{1}{q} > \frac{1}{r^{\frac{m}{n}}}, \quad \frac{1}{p} < \frac{1}{r^{\frac{m}{n}}}.$$

c'est-à-dire (IV, 3)

$$qr^{\frac{m}{n}} \cdot \frac{1}{q} > qr^{\frac{m}{n}} \cdot \frac{1}{r^{\frac{m}{n}}}, \quad pr^{\frac{m}{n}} \cdot \frac{1}{p} < pr^{\frac{m}{n}} \cdot \frac{1}{r^{\frac{m}{n}}},$$

ou (5:e égal. calc. des quotients, VII et IV, 9)

$$p > r^{\frac{m}{n}}, \quad q < r^{\frac{m}{n}}.$$

X. *Si p, q, r sont des nombres quelconques, tous trois plus grands ou tous trois plus petits que l'unité, et, pour des nombres entiers quelconques m et n, on a en même temps*

$$\left.\begin{matrix} p > r^{\frac{m}{n}} \\ q > r^{\frac{m}{n}} \end{matrix}\right\} \quad \text{ou} \quad \left.\begin{matrix} p < r^{\frac{m}{n}} \\ q < r^{\frac{m}{n}} \end{matrix}\right\},$$

p sera égal à q.

Car si $p>q$, il y aurait, par le théorème précédent, des nombres entiers m, n tels que $p>r^{\frac{m}{n}}$, $q<r^{\frac{m}{n}}$, ce qui serait contraire à l'hypothèse.

De la même manière se prouve que non plus $p<q$. Donc $p=q$.

XI) *Si a, b sont des nombres quelconques, on aura, suivant que $a>=<1$, respectivement $a^b>=<1$.*

1:o Si le nombre b est *rationnel*, la vérité du théorème est manifeste par V, 8.

2:o Si b est *irrationnel* et $a><1$, soit n un nombre entier qui rende $nb>1$, d'où $b>\frac{1}{n}$. Si maintenant $a>1$, on aura $a^b>a^{\frac{1}{n}}$ (Déf. H). Or $a^{\frac{1}{n}}>1$ (cas précédent); donc, à plus forte raison, $a^b>1$. Si $a<1$, on aura $a^b<a^{\frac{1}{n}}$ (Déf. I). Or $a^{\frac{1}{n}}<1$ (cas préc.); donc aussi $a^b<1$.

Si b est irrationnel et $a=1$, on aura, pour des nombres entiers quelconques m et n, $a^{\frac{m}{n}}=1$ (cas préc.). Donc $a^b=a^{\frac{m}{n}}$ (Déf. K) $=1$.

Du théorème précédent résulte qu'au contraire:
1) Suivant que $a^b>=<1$, on aura respectivement $a>=<1$.

XII) *Si a, b, c, d sont des nombres quelconques dont $a=b$, $c=d$, on aura $a^c=b^d$.*

1:o Soient les exposants égaux c, d *rationnels.*

Dans ce cas $c=d=\frac{m}{n}$, m et n étant des nombres entiers quelconques, dont n pourra être supposé plus grand que l'unité (supposition, par laquelle nous simplifions la démonstration, sans en diminuer la généralité, puisqu'il est évident que tout nombre rationnel pourra être réduit à cette forme). Cela posé, l'égalité $a=b$ donnera visiblement $\sqrt[n]{a^m}=\sqrt[n]{b^m}$ (V, 7), c'est-à-dire $a^{\frac{m}{n}}=b^{\frac{m}{n}}$; d'où $a^c=b^d$.

2:o Soit $c=d=p$, p étant un nombre *irrationnel.*

Si $a>1$ on aura $b>1$, d'où $a^p>1$, $b^p>1$ (XI). Donc a^p, b^p et a seront tous trois plus grands que l'unité. Or, pour des nombres entiers quelconques m et n on aura (Déf. II)

$$\left.\begin{array}{l} a^p>a^{\frac{m}{n}} \\ b^p>b^{\frac{m}{n}} \end{array}\right\}, \text{ si } p>\frac{m}{n};$$

et

$$\left.\begin{array}{l} a^p<a^{\frac{m}{n}} \\ b^p<b^{\frac{m}{n}} \end{array}\right\}, \text{ si } p<\frac{m}{n};$$

c'est-à-dire, puisque

$$a^{\frac{m}{n}}=b^{\frac{m}{n}} \text{ (cas préc.)},$$

dans le cas de $p>\frac{m}{n}$,

$$\left.\begin{array}{l} a^p>a^{\frac{m}{n}} \\ b^p>a^{\frac{m}{n}} \end{array}\right\}.$$

et, dans le cas de $p<\frac{m}{n}$,

$$\left.\begin{array}{l} a^p < a^{\frac{m}{n}} \\ b^p < a^{\frac{m}{n}} \end{array}\right\}.$$

Donc, quels que soient les nombres entiers m et n, a^p et b^p seront en même temps tous deux plus grands ou plus petits que $a^{\frac{m}{n}}$, d'où (X)

$$a^p = b^p,$$

c'est-à-dire

$$a^c = b^d.$$

Si $a<1$, on prouvera de la même manière, au moyen de la définition I), que $a^p = b^p$ ou $a^c = b^d$.

Si $a=1$, on aura $b=1$, d'où $a^p=1$, $b^p=1$ (XI) et par conséquent $a^p=b^p$ ou $a^c=b^d$.

Du théorème que nous venons de démontrer résulte la conséquence digne d'attention, qu'une quantité exponentielle quelconque est toujours un *nombre fixe et déterminé* *).

XIII) *Si a, b, c sont des nombres quelconques dont $b>c$, on aura $a^b >< a^c$ suivant que $a><1$.*

1:o Soient b, c *tous deux rationnels.*

Dans ce cas $b=\frac{m}{n}$, $c=\frac{p}{q}$, où m, n, p, q sont des nombres entiers quelconques, dont nous supposerons comme auparavant $n>1$, $q>1$. On aura donc

---

*) Il est évident que la remarque insérée à la note p. 37 trouve son application ici.

$$a^b = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nq]{a^{mq}}$$ (7:e égal. calc. des racines)

$$= (\sqrt[nq]{a})^{mq}$$ (3:e égal. calc. des rac.),

et

$$a^c = a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p} = \sqrt[nq]{a^{np}} = (\sqrt[nq]{a})^{np}.$$

Or $\frac{m}{n}$ étant, par l'hypothèse, plus grand que $\frac{p}{q}$, on aura, suivant que $a >< 1$,

$$a^{\frac{m}{n} - \frac{p}{q}} >< 1 \text{ (XI)}$$

$$a^{\frac{mq-np}{nq}} >< 1$$

$$\sqrt[nq]{a^{mq-np}} >< 1$$

$$(\sqrt[nq]{a})^{mq-np} >< 1$$

$$(\sqrt[nq]{a})^{mq-np} (\sqrt[nq]{a})^{np} >< (\sqrt[nq]{a})^{np} \text{ (V, 2)}$$

$$(\sqrt[nq]{a})^{mq} >< (\sqrt[nq]{a})^{np}$$ (1:e égal. calc. des puiss.).

Donc, suivant que $a >< 1$, aussi $a^b >< a^c$.

2:o Soit l'un des b, c *rationnel* et l'autre *irrationnel*.

A) Si $b = \frac{m}{n}$ (m, n étant des nombres entiers quelconques) et c irrationnel, on aura, puisque $\frac{m}{n} > c$, par la définition II), $a^{\frac{m}{n}} > a^c$ si $a > 1$, et, par la définition I), $a^{\frac{m}{n}} < a^c$ si $a < 1$; d'où $a^b >< a^c$ suivant que $a >< 1$.

B) Si b est irrationnel et $c = \frac{m}{n}$, m et n étant des nombres entiers quelconques, on aura de même, à cause de $b > \frac{m}{n}$, par la

définition H), $a^b > a^{\frac{m}{n}}$ si $a>1$, et, par la définition I), $a^b<a^{\frac{m}{n}}$ si $a<1$. Donc $a^b><a^c$, suivant que $a><1$.

3:o Soient b, c *tous deux irrationnels.*

Puisque $b>c$, il y a des nombres entiers m, n tels que $b>\frac{m}{n}.1$, $c<\frac{m}{n}.1$ (I), c'est-à-dire $b>\frac{m}{n}$, $c<\frac{m}{n}$. Donc, si $a>1$, on aura, par la définition H), $a^b>a^{\frac{m}{n}}$, $a^c<a^{\frac{m}{n}}$, d'où $a^b>a^c$; et, si $a<1$, par la définition I), $a^b<a^{\frac{m}{n}}$, $a^c>a^{\frac{m}{n}}$, d'où $a^b<a^c$.

Du théorème précédent résultent les conséquences suivantes:

1) Si $a^b>a^c$, on aura au contraire $b><c$ suivant que $a><1$.

Car si $a>1$ et $b=<c$, on aurait $a^b=<a^c$, et, si $a<1$ et $b>=c$, on aurait $a^b<=a^c$, l'un et l'autre contre l'hypothèse.

2) Si a, b, c, d désignent des nombres quelconques dont $a><1$, les égalités $a=b$, $a^c=b^d$ amèneront $c=d$.

Car si $c><d$, on aurait $a^c><a^d$ ou $a^c<>a^d$ suivant que $a>1$ ou $a<1$, c'est-à-dire $a^c><b^d$ ou $a^c<>b^d$ suivant que $a>1$ ou $a<1$, ce qui serait contraire à l'hypothèse.

XIV) *Si a, b, c sont des nombres quelconques, on aura* $a^b.a^c=a^{b+c}$.

1:o Soient b, c *tous deux rationnels.*

Posons $b=\frac{m}{n}$, $c=\frac{p}{q}$, où m, n, p, q sont des nombres entiers quelconques dont $n>1$, $q>1$ (supposition qui embrasse les cas où n, q seraient égaux à l'unité). On aura

$$a^b . a^c = a^{\frac{m}{n}} . a^{\frac{r}{q}} = \sqrt[n]{a^m} . \sqrt[q]{a^r} = \sqrt[nq]{a^{mq}} . \sqrt[nq]{a^{nr}} = \sqrt[nq]{a^{mq} . a^{nr}}$$

$$= \sqrt[nq]{a^{mq+nr}} = a^{\frac{mq+nr}{nq}} = a^{\frac{m}{n}+\frac{r}{q}} = a^{b+c}.$$

2:o Soit l'un des b, c, par ex. b, *rationnel* et c *irrationnel*.

Si $a>1$, on aura, pour des nombres entiers quelconques m et n,

$$a^c >< a^{\frac{m}{n}}$$

suivant que

$$c >< \frac{m}{n} \text{ (Déf. II).}$$

Or, suivant que $c >< \frac{m}{n}$, on aura aussi

$$b+c >< b+\frac{m}{n},$$

$$a^{b+c} >< a^{b+\frac{m}{n}} \text{ (XIII)}$$

$$a^{b+c} >< a^b . a^{\frac{m}{n}} \text{ (cas préc.)}$$

$$\frac{a^{b+c}}{a^b} >< a^{\frac{m}{n}} \text{ (IV, 7, 9).}$$

Il est donc évident que, quels que soient les nombres entiers m et n, a^c et $\frac{a^{b+c}}{a^b}$ seront tous deux en même temps plus grands ou plus petits que $a^{\frac{m}{n}}$. Les a^c, $\frac{a^{b+c}}{a^b}$ et a sont aussi tous trois plus grands que l'unité (a^c en vertu de XI) et $\frac{a^{b+c}}{a^b}$ puisque, par XIII, $a^{b+c} > a^b$). Par conséquent (X)

$$a^c = \frac{a^{b+c}}{a^b},$$

c'est-à-dire

$$a^b a^c = a^{b+c}$$

Si $a < 1$, on aura, pour des nombres entiers quelconques m et n,

$$a^c > < a^{\frac{m}{n}}$$

selon que

$$c < > \frac{m}{n} \text{ (Déf. I).}$$

Or, selon que $c < > \frac{m}{n}$, on aura aussi

$$b + c < > b + \frac{m}{n}$$

$$a^{b+c} > < a^{b+\frac{m}{n}} \text{ (XIII)}$$

$$a^{b+c} > < a^b . a^{\frac{m}{n}} \text{ (cas préc.)}$$

$$\frac{a^{b+c}}{a^b} > < a^{\frac{m}{n}}.$$

Les a^c, $\frac{a^{b+c}}{a^b}$ et a étant, en vertu de XI) et XIII), tous moindres que l'unité, on aura donc, comme auparavant, par X)

$$a^c = \frac{a^{b+c}}{a^b},$$

ou

$$a^b . a^c = a^{b+c}$$

Si $a = 1$, on aura $a^b = 1$, $a^c = 1$ (XI), d'où $a^b . a^c = 1$. Or, de même, $a^{b+c} = 1$ (XI). Donc

$$a^b . a^c = a^{b+c}$$

3:o Soient b, c *tous deux irrationnels.*

La démonstration du théorème dans ce cas est exactement la même que dans le second cas, excepté que la réduction de

$a^{b+\frac{m}{n}}$ à $a^b . a^{\frac{m}{n}}$ se fait maintenant en vertu de ce cas-ci, au lieu du cas premier.

Du théorème précédent s'ensuit, pour des nombres quelconques a, b, c, d, etc.:

1) $a^b . a^c . a^d .. = a^{b+c+d+..}$.

Car $a^b . a^c . a^d = a^b . a^{c+d} = a^{b+c+d}$.

$a^b . a^c . a^d . a^e = a^b . a^{c+d+e} = a^{b+c+d+e}$.

Et ainsi de suite.

2) $\frac{a^b}{a^c}$ (où $b > c$) $= a^{b-c}$.

Car $a^b = a^{b-c+c} = a^{b-c} . a^c$, d'où $\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$.

XV) *Si a, b, c sont des nombres quelconques, on aura* $(ab)^c = a^c b^c$.

1:o Soit le nombre c *rationnel.*

Posant $c = \frac{m}{n}$, où m, n sont des nombres entiers quelconques dont $n > 1$ (hypothèse qui comprend le cas où n serait égal à l'unité), on aura

$$(ab)^c = (ab)^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{(ab)^m} = \sqrt[n]{a^m b^m} = \sqrt[n]{a^m} . \sqrt[n]{b^m} = a^{\frac{m}{n}} . b^{\frac{m}{n}} = a^c b^c.$$

2:o Soit c *irrationnel.*

A) Si $a > 1$, $b > 1$, on aura $ab > 1$ (V, 3). Donc, pour des nombres entiers quelconques m et n,

$$(ab)^c >< (ab)^{\frac{m}{n}}$$

suivant que

$$c >< \frac{m}{n} \text{ (Déf. H)}.$$

Or, selon que $c >< \frac{m}{n}$, on aura aussi

$$a^c >< a^{\frac{m}{n}} \text{ (Déf. H)}$$

$$b^c >< b^{\frac{m}{n}} \text{ (Déf. H)}$$

$$a^c b^c >< a^{\frac{m}{n}} b^{\frac{m}{n}} \text{ (V, 3)}$$

$$a^c b^c >< (ab)^{\frac{m}{n}} \text{ (cas préc.)}.$$

Donc $(ab)^c$ et $a^c b^c$ seront en même temps plus grands ou plus petits que $(ab)^{\frac{m}{n}}$, quels que soient les nombres entiers m et n. Les $(ab)^c$, $a^c b^c$ et ab sont aussi, à cause de $a > 1$, $b > 1$, tous trois plus grands que l'unité (V, 3 et XI). On aura donc (X)

$$(ab)^c = a^c b^c.$$

B) Si $a < 1$, $b < 1$, on prouvera de la même manière, au moyen de la définition I), que

$$(ab)^c = a^c b^c.$$

C) Si l'un des a, b, par ex. a, > 1 et l'autre $b < 1$, on aura $a > b$ et $\frac{a}{b} > 1$ (IV, 7 et V, 9). Donc, pour des nombres entiers quelconques m et n,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^c >< \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}}$$

suivant que

$$c >< \frac{m}{n} \text{ (Déf. H)}.$$

Or, d'après que $c > < \frac{m}{n}$, on aura aussi

$$a^c > < a^{\frac{m}{n}} \text{ (Déf. H)}$$

$$b^c < > b^{\frac{m}{n}} \text{ (Déf. I)}$$

$$\frac{1^c}{b^c} < > \frac{1^{\frac{m}{n}}}{b^{\frac{m}{n}}} \text{ (IV, 7)}$$

$$\frac{1}{b^c} > < \frac{1}{b^{\frac{m}{n}}} \text{ (VII et 1:e égal. calc. des quot.)}$$

$$a^c . \frac{1}{b^c} > < a^{\frac{m}{n}} . \frac{1}{b^{\frac{m}{n}}} \text{ (V, 3)}$$

$$\frac{a^c}{b^c} > < \frac{a^{\frac{m}{n}}}{b^{\frac{m}{n}}} \text{ (1:e égal. calc. des quot. et V, 9)}$$

$$\frac{a^c}{b^c} > < \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}}$$

$\Bigg(\frac{a^{\frac{m}{n}}}{b^{\frac{m}{n}}}$ étant, si $n=1$, $= \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}}$ par la 5:e égalité du calcul des puissances, et, en général, si $n > 1$, $= \frac{\sqrt[n]{a^m}}{\sqrt[n]{b^m}} = \sqrt[n]{\frac{a^m}{b^m}} = \sqrt[n]{\left(\frac{a}{b}\right)^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}}\Bigg)$.

Donc $\left(\frac{a}{b}\right)^c$ et $\frac{a^c}{b^c}$ sont en même temps plus grands ou plus petits que $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}}$ pour des nombres entiers quelconques m et n, d'où, $\left(\frac{a}{b}\right)^c$, $\frac{a^c}{b^c}$ et $\frac{a}{b}$ étant aussi tous trois plus grands que l'unité $\Big(\left(\frac{a}{b}\right)^c$ par XI) et $\frac{a^c}{b^c}$ puisque $a > 1$, $b < 1$, d'où $a^c > 1$, $b^c < 1$ et $a^c > b^c\Big)$, on aura en vertu de X)

$$\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}.$$

Pareillement, puisque $a>b$, on aura $\frac{b}{a}<1$, et, pour des nombres entiers quelconques m, n,

$$\left(\frac{b}{a}\right)^c >< \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{m}{n}}$$

suivant que

$$c <> \frac{m}{n} \text{ (Déf. I).}$$

Or, d'après que $c<>\frac{m}{n}$ on aura de même

$$b^c >< b^{\frac{m}{n}} \text{ (Déf. I)}$$

$$a^c <> a^{\frac{m}{n}} \text{ (Déf. H)}$$

$$\frac{1}{a^c} >< \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$$

$$\frac{b^c}{a^c} >< \frac{b^{\frac{m}{n}}}{a^{\frac{m}{n}}}$$

$$\frac{b^c}{a^c} >< \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{m}{n}};$$

d'où, comme auparavant,

$$\left(\frac{b}{a}\right)^c = \frac{b^c}{a^c}.$$

Ceci établi, puisque, dans le cas actuel de $a>1$, $b<1$, on pourra avoir $ab>1$, $ab<1$ ou $ab=1$, soit d'abord $ab>1$. L'équation précédente $\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$ ayant lieu pour des valeurs quelconques de a, b, pourvu que $a>1$, $b<1$, il est évident que,

dans la supposition présente de $ab > 1$, elle aura encore lieu si l'on y substitue ab au lieu de a. Donc

$$\left(\frac{ab}{b}\right)^c = \frac{(ab)^c}{b^c}$$

$$a^c = \frac{(ab)^c}{b^c}$$

$$(ab)^c = a^c b^c.$$

Pareillement, si $ab < 1$, on aura, en vertu de l'équation $\left(\frac{b}{a}\right)^c = \frac{b^c}{a^c}$,

$$\left(\frac{ab}{a}\right)^c = \frac{(ab)^c}{a^c}$$

$$b^c = \frac{(ab)^c}{a^c}$$

$$(ab)^c = a^c b^c.$$

Enfin, pour $ab = 1$, l'équation $\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$, c'est-à-dire $\left(\frac{aa}{ab}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$, donnera

$$(aa)^c = \frac{a^c}{b^c}$$

$$a^c a^c = \frac{a^c}{b^c} \quad \text{(cas préc. A)}$$

$$a^c = \frac{1}{b^c}$$

$$a^c b^c = 1.$$

Or, l'égalité $ab = 1$ donne immédiatement

$$(ab)^c = 1 \quad \text{(XI)}.$$

Donc

$$(ab)^c = a^c b^c.$$

D) Enfin, si l'un des a, b, par ex. $a, = 1$, l'autre b étant un nombre quelconque, on aura

$$(ab)^c = (1.b)^c = b^c$$

et

$$a^c b^c = 1.b^c \text{ (XI)} = b^c,$$

d'où

$$(ab)^c = a^c b^c.$$

Le théorème précédent conduit aux égalités suivantes, ayant lieu pour des nombres quelconques a, b, c, d, etc. et p:

1) $(abcd\,..)^p = a^p b^p c^p d^p\,..$

Car $(abc)^p = a^p (bc)^p \;= a^p b^p c^p$,

$(abcd)^p = a^p (bcd)^p = a^p b^p c^p d^p$,

et ainsi de suite.

2) $\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$.

Car $a^c = \left(b.\frac{a}{b}\right)^c = b^c\left(\frac{a}{b}\right)^c$, d'où $\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$.

3) $\left(\frac{1}{a}\right)^c = \frac{1^c}{a^c} = \frac{1}{a^c}$.

4) Si $a > b$, on aura $a^c > b^c$, et, si $a^c > b^c$, au contraire $a > b$.

Car $a > b$ conduit à $\frac{a}{b} > 1$, $\left(\frac{a}{b}\right)^c > 1$ (XI), $\frac{a^c}{b^c} > 1$ (XV, 2), $a^c > b^c$; et $a^c > b^c$ à $\frac{a^c}{b^c} > 1$, $\left(\frac{a}{b}\right)^c > 1$, $\frac{a}{b} > 1$ (XI, 1), $a > b$.

5) Si $a^c = b^d$ et $c = d$, on aura $a = b$.

Car si $a >< b$, on aurait $a^c >< b^c$ (XV, 4), c'est-à-dire $a^c >< b^d$ (XII), contre l'hypothèse.

XVI) *Si a, b, c sont des nombres quelconques, on aura $(a^b)^c = a^{bc}$.*

1:o Soient b, c *tous deux rationnels.*

Posons $b = \frac{m}{n}$, $c = \frac{p}{q}$, où m, n, p, q sont des nombres entiers quelconques dont $n > 1$, $q > 1$, hypothèse qui comprend aussi les cas où n, q seraient $= 1$. Donc

$$(a^b)^c = (a^{\frac{m}{n}})^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{(\sqrt[n]{a^m})^p} = \sqrt[q]{\sqrt[n]{(a^m)^p}} = \sqrt[q]{\sqrt[n]{a^{mp}}} = \sqrt[nq]{a^{mp}} = a^{\frac{mp}{nq}} = a^{\frac{m}{n} \cdot \frac{p}{q}}$$
$$= a^{bc}.$$

2:o Soit b *rationnel*, c *irrationnel.*

Si $a > 1$, d'où $a^b > 1$, on aura, pour des nombres entiers quelconques m et n,

$$(a^b)^c >< (a^b)^{\frac{m}{n}}$$

suivant que

$$c >< \frac{m}{n}.$$

Or, suivant que $c >< \frac{m}{n}$ on aura aussi

$$bc >< \frac{bm}{n}$$

$$a^{bc} >< a^{\frac{bm}{n}} \text{ (XIII)}$$

$$a^{bc} >< (a^b)^{\frac{m}{n}} \text{ (cas préc.).}$$

Donc $(a^b)^c$ et a^{bc} sont en même temps plus grands ou plus petits que $(a^b)^{\frac{m}{n}}$, quels que soient les nombres entiers m et n, et $(a^b)^c$, a^{bc}, a^b sont aussi tous trois plus grands que l'unité (XI), ce qui conduit à (X)

$$(a^b)^c = a^{bc}.$$

Si $a < 1$, la démonstration pourrait se faire de la même manière, mais elle s'abrège et prend une forme applicable à d'autres cas de ce théorème, par la considération que $a < 1$ donne $\frac{1}{a} > 1$, d'où, par le cas précédent,

$$\left(\left(\frac{1}{a}\right)^b\right)^c = \left(\frac{1}{a}\right)^{bc}.$$

Or (XV, 3)

$$\left(\left(\frac{1}{a}\right)^b\right)^c = \left(\frac{1}{a^b}\right) = \frac{1}{(a^b)^c}$$

et

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{bc} = \frac{1}{a^{bc}}.$$

Donc

$$\frac{1}{(a^b)^c} = \frac{1}{a^{bc}},$$

ou

$$(a^b)^c = a^{bc}.$$

Si $a = 1$, on aura $a^b = 1$, $(a^b)^c = 1$, $a^{bc} = 1$ (XI); d'où

$$(a^b)^c = a^{bc}.$$

3:o Soit *b irrationnel, c rationnel.*

Si $a > 1$, on aura, pour des nombres entiers quelconques m et n, suivant que $b >< \frac{m}{n}$,

$$a^b >< a^{\frac{m}{n}}$$

$$(a^b)^c >< (a^{\frac{m}{n}})^c \quad \text{(XV, 4)}$$

$$(a^b)^c >< a^{\frac{m}{n}\cdot c} \quad \text{(cas préc. 1')}$$

$$(a^b)^c >< (a^c)^{\frac{m}{n}} \quad \text{(le même cas).}$$

Or, suivant que $b >< \frac{m}{n}$ on aura aussi

$$bc >< \frac{m}{n}c$$

$$a^{bc} >< a^{\frac{m}{n}\cdot c} \quad \text{(XIII)}$$

$$a^{bc} >< (a^c)^{\frac{m}{n}} \quad \text{(cas préc. 1').}$$

Donc, $(a^b)^c$, a^{bc} et a^c étant tous trois plus grands que l'unité, on aura, comme auparavant, par X)

$$(a^b)^c = a^{bc}.$$

Si $a < 1$ et $a = 1$, les démonstrations seront exactement les mêmes qu'au second cas de ce théorème.

4:o Soient b, c *tous deux irrationnels.*

Si $a > 1$, on aura $a^b > 1$, et par suite, pour des nombres entiers quelconques m et n,

$$(a^b)^c >< (a^b)^{\frac{m}{n}}$$

selon que

$$c >< \frac{m}{n}.$$

Mais, selon que $c >< \frac{m}{n}$ on aura aussi

$$bc >< \frac{bm}{n}$$
$$a^{bc} >< a^{\frac{bm}{n}} \text{ (XIII)}$$
$$a^{bc} >< (a^b)^{\frac{m}{n}} \text{ (cas préc. 3}^{e}\text{)}.$$

Donc, comme ci-dessus,

$$(a^b)^c = a^{bc}.$$

Les démonstrations relatives aux cas de $a < 1$ et $a = 1$ seront encore ici les mêmes qu'au second cas de ce théorème.

De la proposition précédente résulte l'égalité

1) $$\sqrt[m]{a^b} = a^{\frac{b}{m}};$$

a, b étant des nombres quelconques et m un nombre quelconque entier plus grand que l'unité.

Car $\sqrt[m]{a^b} = (a^b)^{\frac{1}{m}}$ (Déf. G) $= a^{b \cdot \frac{1}{m}} = a^{\frac{b}{m}}.$

La théorie des Exponentielles que nous venons de développer, conduit à ce résultat général digne d'une attention particulière, que *les règles du calcul des exponentielles sont entièrement les mêmes que celles du calcul des puissances.* En effet les égalités principales prouvées ci-dessus pour les exponentielles, savoir celles de XIV, 1, 2, XVI et XV, 1, 2, ne sont que les cinq relations fondamentales du calcul des puissances, étendues à des exposants quelconques.

La théorie des *Logarithmes* dérive immédiatement de celle des exponentielles. Ainsi, par exemple, pour déduire les égalités

$$\left.\begin{aligned} Lab &= La + Lb \\ L\frac{a}{b} &= La - Lb \\ La^c &= cLa \\ L\sqrt[m]{a} &= \frac{La}{m} \end{aligned}\right\},$$

où le signe logarithmique L se rapporte à un système quelconque dont la base soit β, les lettres a, b, c désignent des nombres quelconques et m est un nombre entier quelconque plus grand que l'unité, on n'a qu'à former les égalités

$$\beta^{La} = a, \quad \beta^{Lb} = b,$$

et d'en tirer, d'après ce qui précède, celles de

$$\beta^{La+Lb} = ab \text{ (XIV)}$$

$$\beta^{La-Lb} = \frac{a}{b} \text{ (XIV, 2)}$$

$$\beta^{cLa} = a^c \text{ (XVI)}$$

$$\beta^{\frac{La}{m}} = \sqrt[m]{a} \text{ (XVI, 1)},$$

pour avoir sur-le-champ celles dont il s'agit, mises seulement sous une forme un peu différente.

On pourra encore remarquer que la propriété d'un logarithme quelconque d'être un *nombre fixe et déterminé*, est contenue dans la vérité prouvée plus haut XIII, 2.

Ce qui précède renferme une déduction parfaitement rigoureuse des règles les plus importantes de l'Algèbre, tant qu'on ne s'y attache pas à la notion de signes différents. L'extension nécessaire de ces résultats aux valeurs *quelconques* des lettres, dont les *différences* y entreraient soit arbitrairement, soit engagées sous des radicaux de dégré *pair,* conduirait d'une manière naturelle aux règles du calcul des nombres *négatifs* et des expressions *imaginaires;* mais je ne m'occuperai pas ici de cette déduction, laquelle, ainsi que plusieurs autres relatives à la métaphysique de l'Algèbre, sera plus convenablement l'objet d'un travail séparé.

CICADÆ*) TRES NOVÆ FENNICÆ,

DESCRIPTÆ

A

CAROLO REGIN. SAHLBERG.

(Societ. exhib. d. 4 Martii 1839.)

Ediderat Celeberrimus, dum viveret, ad Universitatem Lundensem Historiæ Naturalis Professor Carolus Fredricus Fallén in Actis Regiæ Academiæ Scientiarum Holmiensis novis, Tomis nempe XXVI[to] et XXVII[mo], *Periculum Cicadas (Linnæi) Svecicas disponendi et describendi*, ditaveratque hoc suo opere Faunam Scandinaviæ quinquaginta circiter Cicadariarum speciebus, vel omnino novis, vel saltem in Fauna immortalis Linnæi non recensitis. Quem quidem numerum, post positam ulteriorem in Cicadariis cæterisque Sveciæ meridionalis Hemipteris colligendis et

*) Qvamvis præstantiam denominationum Genericarum, quibus in *Conspectu Generum Cicadariarum* usus est Celeberr. Germar, facile agnosco; nomenclaturam tamen a Celeberr. Fallén, in opere suo, Hemiptera Sveciæ sistente, adhibitam, eo potius reservare necesse duxi, cum species a me infra descriptæ ut additamentum operis laudati censeri possint.

perite examinandis industriam, indefessam æque ac per multos annos continuatam, postque acceptas Collectiones horum animalculorum, in Westrogothia ab oculatissimo Insectorum scrutatore, Entomologorum Svecicorum jam viventium Seniori, Nobilissimo Gyllenhal, et in variis Scandinaviæ regionibus ab aliis factas, ejusque examini oblatas, haud parum auxit, cum *Hemiptera Sveciæ*, Dissertationibus Academicis, Lundæ ante decennium et quod excurrit editis, denuo disposita et descripta proponeret. His porro in australi imprimis atque media Sveciæ parte lectis Generis Cicadæ Speciebus, undecim insuper addidit novas inclytus Entomologus Lundensis Celeberrimus Professor Joh. Wilh. Zetterstedt, quas sub itinere per Lapponiam instituto detexit, et in *Fauna Insectorum Lapponica* a semet 1828 edita egregie descripsit. Quum diversissimas sic Regni vicini, nostræque patriæ tam solo quam coelo simillimi, plagas, Cicadarias investigaturi, diu felicissimoque cum successu perlustraverint laudati Triumviri, cumque demum et ego, commercio litterario Entomologico cum Celeb. Fallén ab eo usque junctus tempore, quo primam suam Cicadarum Sveciæ dispositionem typis divulgasset, omnem, quam ex hac familia in Finlandia feceram messem, quotannis fere ejusdem usui transmiserim; haud multum novi ex hac Hemipterorum stirpe apud nos inventum iri, facili perspiciet negotio quicumque in recentioribus operibus Fallenianis, Hemiptera Sveciæ describentibus, non eas tantum viderit species enumeratas, quas, communiter cum Svecica, nostra alit terra, verum etiam eas, quas non nisi in Fennia captas

esse indicat auctor. Exhauriri autem nequeunt divitiæ, quas in suis thesauris condit alma Natura. Quantumvis etenim easdem, ubique et uberrime expansas, cuique sponte offert sua, quamvis ad sua adyta nemini præcludit aditum, sed potius insigni non minus et multiplici abundantia rerumque copia, quam splendore gazarum suarum et pretio, quemque in sui studium vehementer allicit et invitat, multas tamen imo innumeras opes insimul oculis hominum licet sagacissimorum callide subducit, ut scrutatoribus cujusvis ævi quasdam semper reservet res novitias detegendas nondumque visas, amorem sui hoc facto in perpetuum sibi præmuniens, industriamque in sua supellectili investiganda collocatam indies remunerans. Restarunt itaque et restant sine dubio adhuc haud pauca Hemiptera etiam in Septentrionis nostri regionibus, quæ oculos fugerunt Celeberrimi Fallén aliorumque, et ex quibus post edita opera supra recensita quædam tam in Svecia quam in Finlandia jam quoque sunt detecta. Triadem ejusmodi specierum, nondum, quantum mihi innotuit, cognitarum, Generi Cicadæ subjungendarum, et a me in prædio meo, Yläne Nygård, in Paroecia Pöytis sito, lectarum describere conatus sum. Quod conamen, cum ad Entomologiam Fennicam illustrandam aliquid saltem emolumenti conferre mihi videatur, Fennicæ Scientiarum Societati non omnino displiciturum fore speraverim.

Cicada lutea.

Long. 2 lin. Latit. ⅔ lin.

Lutescens, elytris flavo-pellucidis, capite punctis quatuor minutioribus, thoraceque duobus majoribus nigris.

Var. b. punctis capitis obsoletis vel omnino nullis, punctis thoracis minutissimis.

Habitat in gramine pratorum, imprimis in vicinia silvarum ustarum, haud frequens.

C. *abietinæ* magnitudine et statura similis, a qua tamen, ut a cæteris affinibus speciebus, differt colore et capitis pictura. Caput antice subrotundatum, crassiusculum, luteum, punctis quatuor minutioribus nigris, duobus scilicet in fronte mox supra insertionem antennarum minutissimis a se invicem remotis, duobusque in vertice paullo majoribus magis approximatis transversim positis, læve; in fronte oculo acute armato vestigia striarum transversarum apparent. Antennæ capitis cum thorace longitudine, basi luteæ, apice fuscescentes. Oculi fusco-brunnei, parum prominuli. Thorax transversus, glaber, subtiliter transversim strigosus, luteus, punctis majoribus, vel potius maculis subrotundis duabus, remotis, prope marginem baseos collocatis nigris. Scutellum triangulare, flavum, læve, ante apicem, ut in congeneribus, linea transversa impressum. Elytra flavescentia, subpellucida, nitida, subdeflexa, apice obtuse rotundata. Alæ pellucidæ, apice interdum metallico-splendentes. Corpus supra nigrum, lateribus flavum, subtus flavum, segmentis abdominis ad marginem deflexum nigrescentibus, vel in-

terdum plus minus nigrum vel nigro-variegatum, lateribus et ano tantum flavis. Pedes flavi, tibiis posticis ad basin spinularum sat crebre nigropunctatis.

In var. b. color abdominis plerumque immaculatus, flavescens.

Mares, qui feminis paullo minores sunt, plerumque ad typum descriptum punctis capitis distinctis pertinent. Varietatem vero b. femineam sæpissime esse, observavi.

Cicada picturata.

Long. $1\frac{1}{4}$—$1\frac{1}{2}$ lin. Latit. $\frac{3}{4}$ lin.

Breviuscula, pallida, capite maculis et punctis plurimis nigris variegato, thorāce maculis quinque scutelloque una, itidem nigris, elytris lineis longitudinalibus quatuor nigro-fuscis, femoribusque annulo nigro.

Habitat in pratis et frutetis, passim.

Statura C. *plebejæ*, ejusque varietatibus minoribus magnitudine æqualis. Caput antice subrotundatum, crassiusculum, læve, striolis frontis valde obsoletis, flavescenti-pallidum, maculis punctisque plurimis nigris vel nigro-fuscis variegatum; maculis scilicet in rostro tribus, duabus ad apicem minoribus, longitudinaliter po-

sitis, lineola angusta junctis, tertia ad basin majori, interdum in duas divisa, in genis maculis utrinque duabus, altera prope insertionem pedum anticorum annuliformi, altera sub oculis irregulari: maculis in apice capitis quatuor, subrotundis, majoribus, quadratim dispositis, duabus nempe in apice frontis, duabus in vertice, punctaque duo minuta transversim collocata intra se includentibus, atque punctis insuper ad marginem oculorum internum utrinque duobus, remotius et longitudinaliter positis, nec non macula demum una subtriangulari in medio marginis posterioris. Thorax subtilissime transversim strigosus, subnitidus, pallidus, maculis quinque nigris, duabus nempe ad marginem anticum, interdum lineola angusta connexis, tribusque, quarum intermedia maxima, intra marginem posticum, in fasciam transversam sæpe confluentibus. Scutellum triangulare, pallidum, macula in medio baseos sat magna nigro-fusca. Elytra incumbentia, apice obtuse rotundata, pallida, subnitida, lineis longitudinalibus quatuor fusco-nigris, quarum prima seu interior a basi juxta scutellum ad medium marginis interni oblique descendit, secunda et tertia itidem a basi ex eodem puncto communiter exeunt, paullatim a se invicem descendendo discedunt et paullo ante apicem denuo conjunguntur lineolam denique quartam, brevem, ex ipsa flexura sursum versus emittentes. Linea tertia, in medio dilatata, lineam pallidam plerumque includit. Corpus subtus, in mare nigrum, lateribus segmentorum abdominis anguste pallidis, in femina plus minus pallido-nigroque variegatum. Abdomen supra in utroque sexu nigrescens. Pedes pal-

lido-nigroque variegati; femoribus scilicet pallidis, macula ad basin annuloque versus apicem nigro-fuscis; tibiis pallidis, nigro sublineatis; tarsis fuscescentibus.

Cicada adumbrata.

Long. 1½ lin. Latit. ½ lin.

Angustior, pallide flavescens, capite punctis subquinis nigris, thorace lineola longitudinali antice abbreviata postice in scutellum continuata elytrisque sutura et vitta longitudinali postice abbreviata nigro-fuscis.

Habitat in pratis paludosis, rarius.

C. *4-notatæ* habitu et magnitudine æqualis. Caput antice rotundatum, crassiusculum, pallide flavum, maculis nigris, una scilicet in vertice ad marginem posticum, tribusque in apice capitis transversim positis, quarum intermedia deorsum dupplicata et interdum obsolete in rostrum continuata. Præterea ad suturam inter genas et rostrum, infra insertionem antennarum, macula utrinque conspicitur. Striæ frontis obsoletissimæ. Oculi subrotundi, brunnei. Antennæ basi flavescentes, apice fuscescentes. Thorax pallide flavus, subnitidus, subtilissime transversim strigosus, lineola vel fascia longitudinali, marginem anticum non attingente in scutellum transeunte fusca. Scutellum triangulare, pallide flavum, fasciola media longitudinali, ad apicem fere extensa et cum fascia thoracis juncta, fusca

Elytra deflexa, apice rotundata, cinereo-pellucida, margine laterali angustius nervisque albidis, vitta longitudinali a basi ultra medium extensa, sutura, interdum etiam margine apicali fuscis. Corpus subtus pallide flavum, segmentis abdominis, in femina basalibus, in mare fere omnibus, medio nigris. Abdomen supra nigrum, lateribus et in femina etiam linea media pallide flavis. Pedes pallidi, nigro-punctati.

DESCRIPTION
D'UNE NOUVELLE ESPÈCE DU GENRE
PHYSODACTYLUS,

PAR

M. LE COMTE MANNERHEIM.

(Lu à la Société, le 25 Avril 1839.)

Ce fut en 1824 que M. Fischer de Waldheim, à l'occasion d'un court séjour à S:t Pétersbourg, remarqua dans la belle collection de M. le Docteur Henning, un insecte coléoptère d'une conformation assez paradoxe, dont la place dans le système ne se trouvoit pas encore déterminée par une description quelconque, puisque cet insecte étoit alors entièrement nouveau et inconnu aux entomologistes. Ce célèbre savant le fit connoître bientôt après, dans une lettre imprimée et adressée à M. Henning *), en dédiant à celui-ci l'unique espèce de ce nouveau genre, si remarquable surtout par ses tarses garnis de grandes vessies ou de pe-

*) Lettre sur le *Physodactyle*, nouveau genre de coléoptère élatéroïde, par G. Fischer de Waldheim. Moscou 1824. 8:o.

lottes membraneuses. Presqu'à la même époque, M. Fischer fit insérer, dans le Tome VI des *Mémoires de la Société Impériale des naturalistes de Moscou*, un article en latin *) sur le genre susmentionné, et quoique ce Volume des Mémoires porte sur le titre l'an 1823 comme année de publication, la lettre citée plus haut est en effet de date antérieure. La même planche coloriée qui accompagne ces deux publications fut exécutée d'après le dessin que je fis alors: elle représente l'insecte de grandeur naturelle ainsi que l'analyse de ses caractères les plus essentiels. Cette coopération qui ne se restreignit point à la planche seulement, à ce qu'on peut voir dans la lettre précitée, me fit toujours conserver un intérêt particulier pour le *Physodactylus*, mais de longues années s'écoulèrent avant que je pusse me le procurer pour ma propre collection, car ce genre paroît être un des plus rares dans l'ordre des insectes coléoptères. Le riche musée de M. le Comte Dejean, d'après le dernier catalogue **), dont le total porte le chiffre énorme de 22,399 espèces de coléoptères, ne contient aucune espèce de *Physodactylus*. Les deux individus que j'ai eu occasion de voir du *Ph. Henningii* se trouvent l'un dans la collection de feu M. le Docteur Henning, achetée pour l'Université Impériale d'Alexandre à Helsingfors, et le second dans le musée

*) *Physodactylus*, genus novum Elateridum propositum atque descriptum a G. Fischer, p. 301.

**) Catalogue des coléoptères de la collection de M. le Comte Dejean 3ème édition. Paris 1837. 8 o.

de l'Académie Impériale des Sciences de S:t Pétersbourg, où il a été envoyé par M. de Langsdorff, ci-devant Consul-Général de Russie au Brésil. D'après ce que j'ai lieu de eroire, le *Ph. Henningii* a été trouvé aux environs de Rio Janeiro ou près de l'établissement Leopoldinia, par M. Freyreiss, car la découverte de cet intéressant coléoptère date du temps que celui-ci collectoit des insectes pour M. de Langsdorff, et M. Henning devoit aussi son exemplaire à M. Freyreiss. Les entomologistes qui ont publié depuis des ouvrages sur l'ordre des coléoptères, ne paroissent pas avoir vu le *Physodactylus* en nature; ils semblent seulement avoir suivis les caractères indiqués dans la description de M. Fischer, pour signaler la place de ce genre dans le système. — Le célèbre Latreille dit dans son ouvrage *Familles naturelles du Règne animal* *) p. 249: "je ne connois le genre "*physodactylus* de M. Fischer, que par son Mémoire; il paroît "tenir des cébrionites et des élatérides, et se rapprocher surtout "de celui *d'anelaste* de M. Kirby" **), et en conséquence il le place à la fin de la tribu des Elatérides auxquels alors il réunissoit aussi les Eucnémides. Puis, dans la seconde édition du *Règne*

---

*) Familles naturelles du règne animal, exposées succinctement et dans un ordre analytique, avec l'indication de leurs genres, par M. Latreille. Paris 1825. 8:o.

**) Transactions of the Linnean Society. Vol. XII. Century of insects by M. William Kirby, N:o 15. Bibliothèque entomologique, par Lequien; Centurie d'insectes par G. Kirby. Paris 1834. 8:o. Page 10, pl. 1, fig. 2.

animal de M. Cuvier *), M. Latreille l'a rangé dans la tribu des Cébrionites et en fait même un sous-genre du genre Cébrion, ce qui nous paroît fort étonnant. La figure donnée par M. Guérin, dans *l'Iconographie* de ce même *Règne animal*, fasc. 6, pl. 13, fig. 1, est vraisemblablement copiée du Mémoire de M. Fischer. Dans l'ouvrage posthume sur les Serricornes de M. Latreille **) le *Physodactylus*, caractérisé en genre distinct et particulier, se trouve encore placé dans la tribu des Cébrionites, entre les genres *Oxysternus* Latr. et *Anelastes* Kirby. Enfin M. de Laporte, Comte de Castelnau, range aussi le genre *Physodactylus* parmi les Cébrionites, qu'il indique comme tribu des Malacodermes ***) à l'instar de M. le Comte Dejean. M. de Castelnau dit en même temps qu'il suppose que M. Perty a aussi décrit ce genre dans son ouvrage sur les insectes recueillis au Brésil par MM. Spix et Martius, sous le nom de Drepanius ****);

*) Le Règne animal distribué d'après son organisation, pour servir de base à l'histoire naturelle des animaux et d'introduction à l'anatomie comparée, par M. le Baron Cuvier. Paris 1829. 8:o. Tome IV, p. 458.

**) Annales de la Société entomologique de France. Tome III. Paris 1834. 8:o. Distribution méthodique et naturelle des genres de diverses tribus d'insectes coléoptères, de la famille des *Serricornes*, par M. Latreille, p. 165.

***) Revue entomologique, publiée par Gustave Silbermann. Tome IV. Strasbourg 1836. 8:o. Études entomologiques ou descriptions d'insectes nouveaux et observations sur la synonymie, par M. F. L. de Laporte, Comte de Castelnau, p. 17.

****) Delectus animalium articulatorum, quæ in itinere per Brasiliam annis

mais à juger au moins d'après la figure, son espèce *clavipes* ne paroît pas être identique avec le *Physodactylus* Henningii de Fischer. — D'après des autorités semblables on ne pourroit peut-être rien contester sur la véritable place du genre *Physodactylus* dans le système. En effet n'en est-il pas moins un genre paradoxe, et sa forme en général le rapproche beaucoup plus des Elatérides, comme l'a pensé M. Fischer, que des Cébrionites. Son corps droit et sa tête engagée jusqu'aux yeux dans le corselet l'éloigne bien certainement de cette dernière tribu, avec laquelle il ne lui reste de commun que les mandibules avancées et arquées, et la tête qui n'est point recouverte à sa base inférieure par une saillie du présternum, ainsi que le manque du prolongement postérieur de cette même partie, qui constitue la mécanique qui permet aux Elatérides de sauter. Je crois donc, pour agir strictement, qu'on devroit ranger le *Physodactylus* dans une tribu à part, comme forme de transition des Elatérides aux Cébrionites, en y réunissant peut-être aussi le genre *Anelastes* de Kirby.

Maintenant M. Besckc, auquel nous sommes déjà tant obligés pour les découvertes du plus haut intérêt qu'il vient de faire dans l'intérieur du Brésil, a enrichi le genre *Physodactylus* d'une seconde espèce et en me faisant un devoir de la dédier à

1817—1820 etc. collegerunt Dr. J. B. de Spix etc. et de Martius. Digessit, descripsit, pingenda curavit Prof. Dr. Max. Perty. Fasc. II. in Fol. Monachii 1830, p. 25, Tab. V, fig. 15.

cet entomologiste qui a tant de droits à notre reconnoissance, j'ai l'honneur de présenter ci-joint la description d'un insecte aussi remarquable à cette Société nouvellement établie dans ma patrie et qui a bien voulu m'agréger au nombre de ses membres.

Physodactylus Beschii.

Fusco-testaceus, flavo-pubescens, punctatus, elytris profunde striatis, antennis pedibusque dilutioribus.

Longit. 6 lin. latit. $1\frac{3}{4}$ lin.

Habitat in Brasilia interiore. D. Bescke.

Caput fere quadratum, profunde punctatum, dense flavo-pubescens, medio canaliculatum, clypeo sub-emarginato reflexo, mandibulis validis curvatis, oculis magnis rotundatis brunneis. Antennæ capite cum thorace longiores, ferrugineo-testaceæ, pubescentes, medio serratæ, articulo primo incurvo majore, secundo et tertio æqualibus minutis globosis, quarto, quinto et sexto præcedentibus quadruplo majoribus, sub-reniformibus, latere exteriore productis, 7—10 triangularibus, sensim tenuioribus, undecimo oblongo-ovato, apice rotundato. Thorax latitudine baseos vix longior, apice angustatus truncatus angulis sub-rectis, ante medium posterius dilatatus, basi bisinuatus, angulis productis valde acutis, dorso convexus, crebre et profunde punctatus, dense flavo-pilosus, in medio baseos carinula longitudinali lævi et utrinque altera supra

angulos obliqua. Scutellum ovatum punctatum, pubescentia omnino tectum. Elytra latitudine thoracis, sed illo triplo longiora, fere linearia vel ipso apice attenuato-rotundata, supra nonnihil convexa, longe pubescentia, profunde striata, striis irregulariter et interstitiis fortius punctatis. Corpus subtus profunde punctatum, longe griseo-pubescens, præsterno rotundato, minime porrecto, mesosterno late excavato, posterius sub-emarginato. Pedes validi, punctati, ferrugineo-testacei, pubescentes; femoribus crassis intumidis posticis brevioribus basi incrassatis, trochanteribus validis suffultis; tibiis apice interiore bispinosis, anticis nonnihil incurvis, extus in medio angulatis, intermediis incurvis extus æqualiter rotundatis, posticis fere rectis extus sinuatis, ibidemque apice sub-dentatis. Tarsi omnes tibiis longiores graciles, articulis tribus primis triangularibus compressis sensim minoribus, vesiculis albis oblonge ovatis instructis, quarto etiam triangulari minuto, mutico, ultimo elongato gracili, unguibus æqualibus incurvis, muticis.

MÉMOIRE

SUR

LA THÉORIE GÉOMÉTRIQUE DES ANGLES SOLIDES,

PAR

N. G. DE SCHULTÉN.

(Lu à la Société, le 4 Février 1839.)

Un point de la Géométrie, qui m'a paru imparfaitement traité dans tous les ouvrages sur cette partie des Mathématiques qui sont venus à ma connaissance, est la déduction des propriétés des angles solides. Les propositions 20:e et 21:e du Livre XI:e des Elémens d'Euclide, qui sont les seules y relatives dans l'ouvrage du père de la Géométrie (car la 23:e et 26:e du même Livre n'offrent que des problèmes sur ces angles) n'en renferment que les premières notions. C'est aux géomètres modernes que nous devons une connaissance plus approfondie de ces grandeurs géométriques; mais, il faut l'avouer, la manière dont ils ont coutume de la présenter laisse beaucoup à désirer pour la clarté et la rigueur si indispensables dans la Géométrie. Pour prouver cette assertion il suffira

de citer les raisonnemens vagues et peu géométriques dont se servent les meilleurs auteurs mêmes pour établir l'égalité des angles solides symétriques (voyez la note p. 107), et la méthode peu satisfaisante par laquelle ils établissent la comparaison de ces angles en général. Pour cette dernière, on l'appuie toujours sur ce principe, adopté sans démonstration, que *les angles solides, qui ont leurs sommets au centre d'une même sphère, sont proportionnels aux portions de la surface de cette sphère comprises entre les plans des angles.* Cette proportionnalité a lieu; mais elle n'est pas plus un axiome que la proportionnalité des angles rectilignes avec les arcs de cercle correspondants, démontrée avec tant de soin par Euclide. Avant d'employer la vérité en question, on doit donc la prouver rigoureusement. Mais, il y a plus: la proportionnalité dont il s'agit forme un beau théorème de géométrie, sans être nullement nécessaire à la comparaison des angles solides, qui pourra s'établir beaucoup plus simplement par la considération immédiate de ces angles.

Les remarques précédentes, qui m'ont paru intéresser un peu la Géométrie, ont donné lieu à l'essai suivant de présenter plus rigoureusement qu'on n'a fait jusqu'à présent la théorie géométrique des angles en question, et de remplir par-là une lacune dans les élémens des Mathématiques, laquelle, après avoir été remarquée, n'y doit plus être soufferte.

Définitions

I. *L'angle de deux plans* est celui que font entre elles deux droites menées dans l'un et l'autre plan par un point quelconque de la droite où ils se rencontrent, perpendiculairement à cette droite.

II. *Angle solide* est l'inclinaison mutuelle de plus de deux plans dans un même point, où ils se rencontrent en se terminant réciproquement.

III. Les *Faces* d'un angle solide sont les plans terminés les uns par les autres, dont l'inclinaison constitue cet angle.

IV. Le *Sommet* d'un angle solide est le point où ses faces se rencontrent.

V. Les *Arêtes* d'un angle solide sont les droites où ses faces se rencontrent.

VI. Les *Angles plans* d'un angle solide, sont les angles compris entre ses arêtes, du côté de ses faces.

VII. Les *Angles d'inclinaison* d'un angle solide sont les angles compris entre ses faces, du côté de son intérieur.

VIII. Angles solides *Congruents* sont des angles solides susceptibles d'une coïncidence parfaite.

IX. Angles solides *Symétriques* sont des angles solides dont les angles plans sont égaux chacun à chacun et les angles d'in-

clinaison, compris entre les plans des angles égaux, de même égaux chacun à chacun, mais où les angles égaux sont disposés dans un ordre différent, de sorte que les angles solides ne peuvent pas coïncider.

X. Angles *Trièdres*, *Tétraèdres*, *Pentaèdres*, etc. sont des angles solides dont les faces sont respectivement trois, quatre, cinq, etc.

XI. Angle solide *Droit* est l'angle trièdre dont les angles d'inclinaison sont droits *).

XII. Angle solide d'un *Dégré* est la quatre-vingt-dixième partie de l'angle solide droit.

Proposition I.

Dans un angle trièdre, dont chaque angle plan est moindre que deux angles droits, un angle plan quelconque est moindre que la somme des deux autres.

Cette proposition, qui est la 20:e du Livre XI:e des Elémens d'Euclide, n'a pas besoin d'être démontrée ici.

---

*) Cette définition doit être préférée à celles qui déterminent l'angle solide droit comme l'angle trièdre dont les angles plans sont droits, ou dont les faces sont perpendiculaires entre elles, ces derniers caractères n'étant pas suffisants pour distinguer l'angle solide droit d'autres qui ne le sont pas.

Proposition II.

Dans un angle trièdre, dont chaque angle plan est moindre que deux angles droits, la somme des angles plans est moindre que quatre angles droits.

Cette proposition, qui est la 21:e du Livre XI:e d'Euclide, n'a pas besoin non plus d'être prouvée ici.

Corollaire. De la démonstration de ce théorème résulte qu'il s'étend à un angle solide quelconque, dont chaque angle d'inclinaison est moindre que deux angles droits.

Proposition III.

L'angle de deux plans qui se terminent mutuellement, et celui des deux droites qui d'un point quelconque commun à ces plans sont élevées perpendiculairement à l'un et l'autre plan du côté où est situé l'autre plan, font ensemble deux angles droits.

Soit (Tab. V, fig. 1) AB la droite qui termine les deux plans, CD et CE des droites menées dans chacun de ces plans perpendiculairement à AB, et Cd, Ce des droites respectivement perpendiculaires aux plans ACD, ACE et dirigées, pour chaque plan, du côté où est situé l'autre.

La droite Cd étant perpendiculaire au plan ACD et Ce au plan ACE, les angles ACd et ACe seront droits (3:e Déf. Livre

XI:e des Élém. d'Euclide). Or ACD et ACE sont aussi des angles droits. Donc les droites Cd, CE, CD, Ce seront toutes au même plan (XI: 5 d'Euclide), et par conséquent les angles dCe et DCE, ajoutés ensemble, égaux à dCE, ECD, DCe et DCE ajoutés ensemble, c'est-à-dire à dCD et eCE ajoutés ensemble. Or, Cd et Ce étant perpendiculaires aux plans ACD et ACE, les angles dCD et eCE sont droits. Donc les angles dCe et DCE seront ensemble égaux à deux angles droits.

Proposition IV.

Dans un angle trièdre quelconque la somme des angles d'inclinaison est plus grande que deux angles droits.

Le théorème n'ayant besoin d'être démontré que pour des angles trièdres dont chaque angle d'inclinaison est moindre que deux angles droits, concevons, pour un tel angle, des droites menées de son sommet perpendiculairement à ses faces et dirigées, pour chacune de ces faces, du côté où sont situées les deux autres. Cela posé, l'angle compris entre deux quelconques de ces droites et celui que font entre elles les faces y perpendiculaires vers l'intérieur de l'angle trièdre, seront ensemble égaux à deux angles droits (Prop. III). Donc les trois angles d'inclinaison de l'angle trièdre et les trois angles formés par les droites en question feront ensemble six angles droits. Or la somme des trois derniers angles est moindre que quatre angles droits (Prop. II). Donc celle des trois premiers sera plus grande que deux droits.

Corollaire. Dans un angle tétraèdre quelconque la somme des angles d'inclinaison est plus grande que quatre angles droits, dans un angle pentaèdre quelconque plus grande que six angles droits, et ainsi de suite. En général, dans un angle solide quelconque à m plans, la somme des angles d'inclinaison sera plus grande que $2(m-2)$ angles droits.

Proposition V.

Deux angles trièdres sont égaux, si leurs angles plans sont égaux chacun à chacun *).

---

*) Cette vérité se trouve établie dans plusieurs ouvrages modernes sur la Géométrie, par ex. ceux de Robert Simson, Legendre et Lacroix; mais les démonstrations de ces auteurs ne s'étendent qu'au cas de la congruence des angles solides. Le premier de ces géomètres ne fait pas même mention du cas où les angles trièdres ne pourraient coïncider, et les deux autres emploient, pour ce cas, un raisonnement qui paraît bien éloigné de la véritable rigueur géométrique. Pour Legendre, il commence par prouver dans la 23:e Prop. du Livre V:e de sa Géométrie (12:e Éd. Paris 1823) que des angles trièdres, dont les angles plans sont égaux chacun à chacun, ont les faces relatives à ces angles égaux également inclinées entre elles, d'où il croit pouvoir conclure immédiatement que de tels angles trièdres, même s'ils ne peuvent être superposés, sont nécessairement égaux par l'égalité de leurs „parties constituantes", ce qui paraît d'autant plus inattendu, que ce grand géomètre, dans la 8:e Prop. du Livre VI:e de l'ouvrage cité a le premier complété la preuve insuffisante qu'avait donnée Euclide dans la 28:e Prop. de son Livre XI:e de l'égalité des deux prismes triangulaires symétriques, dans lesquels peut se décomposer un parallélipipède quelconque. M. Lacroix ne fait, dans ce sujet, que suivre les traces de Legendre, puisqu'il se contente

Soient (fig. 2) $ABCD$, $abcd$ les deux angles trièdres dont les angles plans BAC et bac, BAD et bad, CAD et cad (que nous supposons d'abord moindres que deux angles droits, les angles trièdres eux-mêmes étant moindres que quatre angles solides droits) sont respectivement égaux, les angles bad et cad étant disposés, comme le montre la figure, ou dans le même ordre que BAD et CAD, ou dans un ordre inverse. Ayant pris AE arbitrairement et AF, AG, ae, af, ag égaux à AE, joignez EF, EG, FG, ef, eg, fg, abaissez AH, ah perpendiculairement sur les plans EFG, efg et joignez HE, HF, HG, he, hf, hg.

Les triangles AEF et aef, AEG et aeg, AFG et afg ayant respectivement deux côtés et l'angle compris égaux, on aura $EF=ef$,

---

de remarquer qu'on „ne peut conclure l'égalité des angles trièdres (dans le „cas en question) que de celle de leurs parties constituantes, et parce „qu'il n'y a pas de raison pour qu'ils diffèrent l'un de l'autre, étant „formés des mêmes angles plans et des mêmes angles dièdres" (Élém. de Géom. par S. F. Lacroix, 13:e Édit. Paris 1825, p. 149, 150). La démonstration donnée ici est indépendante de la congruence des angles trièdres et paraît être la plus simple et la plus générale que comporte le sujet.

Du reste on doit observer qu'un angle trièdre n'étant pas déterminé par ses angles plans qu'autant qu'on a fixé qu'il est moindre que quatre angles solides droits ou en général compris entre des nombres d'angles solides droits pour cela nécessaires, il faudra sous-entendre dans cette proposition que les angles trièdres dont il s'agit se trouvent tous deux compris entre les mêmes limites de cette espèce.

$EG = eg$ et $FG = fg$. De plus, AH étant perpendiculaire au plan EFG, les angles AHE et AHF seront droits, et par conséquent $AE^2 = AH^2 + EH^2$, $AF^2 = AH^2 + FH^2$. Donc, à cause de $AE = AF$, on aura $AH^2 + EH^2 = AH^2 + FH^2$, $EH^2 = FH^2$ et $EH = FH$. Par la même raison $EH = GH$; et par conséquent $HE = HF = HG$. De la même manière se prouve que $he = hf = hg$. Donc HE, HF, HG seront les rayons du cercle circonscrit au triangle EFG, et he, hf, hg ceux du cercle circonscrit au efg. Or ces triangles ont leurs trois côtés égaux chacun à chacun: leurs cercles circonscrits seront donc égaux, et par conséquent les HE, HF, HG égaux aux he, hf, hg. De-là résulte facilement $AH = ah$ et l'angle $EHF = ehf$, l'angle $EHG = ehg$ et l'angle $FHG = fhg$.

Les pieds H, h des perpendiculaires AH, ah étant les centres des cercles circonscrits aux triangles EFG et efg, il est évident qu'ils seront placés tous deux *en même temps* ou en dedans de ces triangles, ou sur leurs côtés, ou hors d'eux. Soient d'abord H, h *en dedans* des triangles EFG et efg.

Le triangle isoscèle EHF étant posé sur ehf, AH coïncidera nécessairement avec ah, A avec a et par conséquent le triangle AEF avec aef, le triangle AEH avec aeh et le triangle AHF avec ahf. Les angles solides $AEHF$ et $aehf$ seront donc égaux. De la même manière se prouve l'égalité des angles solides $AEHG$ et $aehg$, et celle des $AFHG$ et $afhg$. Donc l'angle trièdre $ABCD$,

qui est la somme des *AEHF*, *AEHG*, *AFHG*, sera égal à l'angle trièdre *abcd*, qui est la somme des *aehf*, *aehg*, *afhg*.

Si les perpendiculaires *AH*, *ah* tombaient ou *sur des côtés* des triangles *EFG* et *efg*, ou *hors* d'eux, la démonstration resterait la même, excepté que, dans le premier cas, les angles trièdres *ABCD* et *abcd* ne seraient composés que de deux parties congruentes, et, dans le second, ils ne seraient pas la somme de trois parties congruentes, mais l'excès de deux telles parties sur la troisième.

Si les angles trièdres étaient plus grands que quatre angles solides droits, ou si leurs angles plans n'étaient pas tous moindres que deux angles droits, la proposition n'en aurait pas moins lieu (abstraction faite de quelques cas très-particuliers où l'angle trièdre n'est pas déterminé pas ses angles plans), ce qu'on pourra facilement vérifier, en réduisant de tels angles trièdres à ceux de l'espèce considérée plus haut, par lesquels ils diffèrent d'un certain nombre d'angles solides droits.

Corollaire I. Si deux angles trièdres ont leurs angles plans égaux chacun à chacun, les faces dans lesquelles sont les angles égaux seront également inclinées entre elles.

Corollaire II. Les angles trièdres, dont les angles plans sont égaux chacun à chacun, sont ou congruents ou symétriques.

Corollaire III. Les angles trièdres symétriques sont égaux entre eux.

Proposition VI.

Un angle trièdre quelconque est égal à un angle trièdre dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième l'excès de la somme des angles d'inclinaison de celui-là sur deux angles droits.

Soit $ABCD$ (fig. 3) un angle trièdre, dont nous supposons d'abord tous les angles plans moindres que deux droits, l'angle trièdre étant lui-même moindre que quatre angles solides droits. Nommons, pour abréger, β l'angle trièdre dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième l'angle d'inclinaison de $ABCD$ entre les plans ABC et ABD, γ l'angle trièdre dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième l'angle d'inclinaison de $ABCD$ entre les plans ACB et ACD, et δ l'angle trièdre dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième l'angle d'inclinaison de $ABCD$ entre les plans ADB et ADC. En prolongeant les BA, CA et DA vers b, c et d, nous aurons évidemment

$$\text{L'ang. sol. } ACDB + \text{L'ang. sol. } ACDb = 2\beta$$
$$\text{L'ang. sol. } ABDC + \text{L'ang. sol. } ABDc = 2\gamma$$
$$\text{L'ang. sol. } ABCD + \text{L'ang. sol. } ABCd = 2\delta.$$

Ayant remplacé l'angle solide $ABCd$ par $AbcD$, dont les angles plans sont égaux à ceux de $ABCd$ et qui par conséquent y est égal (Prop. V), nous aurons donc

$$2ABCD + ABCD + ACDb + ABDc + AbcD = 2\beta + 2\gamma + 2\delta.$$

Or $ABCD + ACDb + ABDc + AbcD =$ quatre angles solides droits. Donc

$$2ABCD + 4 \text{ ang. sol. droits} = 2\beta + 2\gamma + 2\delta,$$

et par conséquent

$$ABCD + 2 \text{ ang. sol. droits} = \beta + \gamma + \delta,$$

c'est-à-dire

$$ABCD = \beta + \gamma + \delta - 2 \text{ ang. sol. droits.}$$

Or la somme des angles trièdres β, γ, δ est évidemment égale à un angle trièdre dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième la somme des angles d'inclinaison de l'angle $ABCD$. Donc l'angle trièdre $ABCD$ est égal à l'excès de cet angle sur deux angles solides droits, excès, qui évidemment lui-même n'est que l'angle trièdre dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième l'excès de la somme des angles d'inclinaison de l'angle $ABCD$ sur deux angles droits.

Si l'angle trièdre n'était pas moindre que quatre angles solides droits, ou si ses angles plans n'étaient pas tous moindres que deux angles droits, le théorème aurait également lieu, comme on pourrait facilement vérifier en partageant, dans chaque cas particulier, un tel angle en d'autres de l'espèce que nous venons de considérer.

Corollaire I. Un angle trièdre quelconque est $> = <$ un autre angle trièdre quelconque, suivant que la somme de ses angles d'inclinaison est respectivement $> = <$ la somme des angles d'inclinaison de celui-ci.

Corollaire II. Un angle trièdre quelconque étant $> = <$ un autre angle trièdre quelconque, la somme des angles d'inclinaison du premier sera respectivement $> = <$ la somme des angles d'inclinaison du second.

Proposition VII.

Un angle solide quelconque est égal à un angle trièdre dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième l'excès de la somme des angles d'inclinaison de l'angle solide sur le produit de deux angles droits par le nombre des faces du même angle moins deux.

Soit par ex. *ABCDEF* (fig. 4) un angle solide quelconque à cinq faces. Cet angle est évidemment composé des trois angles trièdres *ABCD*, *ABDE* et *ABEF*, dont les angles d'inclinaison constituent ensemble ceux de l'angle *ABCDEF*. Or chacun des angles *ABCD*, *ABDE* et *ABEF* est égal à un angle trièdre dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième l'excès de la somme de ses angles d'inclinaison sur deux angles droits (Prop. VI). Donc l'angle *ABCDEF* sera égal à la somme de ces trois derniers angles trièdres, laquelle équivaut évidemment à un seul angle trièdre, dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième est la somme de ces excès. Or la somme des excès dont il s'agit n'est que la somme des angles d'inclinaison des trois angles trièdres *ABCD*, *ABDE* et *ABEF* moins deux angles droits

pris autant de fois que le nombre de ces angles trièdres, c'est-à-dire celle des cinq angles d'inclinaison de l'angle solide $ABCDEF$ moins le produit de deux angles droits par le nombre des faces cet angle, diminué de deux unités. Donc l'angle solide $ABCDEF$ est égal à un angle trièdre, dont deux angles d'inclinaison sont droits, et le troisième l'excès de la somme des angles d'inclinaison de cet angle solide sur le produit de deux angles droits par le nombre des faces du même angle moins deux. La proposition est donc prouvée pour le cas actuel; et il est évident que la même démonstration pourra s'appliquer à un angle solide quelconque.

Corollaire I. Un angle solide quelconque est $>=<$ un autre angle solide quelconque compris entre autant de plans, suivant que la somme de ses angles d'inclinaison est respectivement $>=<$ la somme des angles d'inclinaison de celui-ci.

Corollaire II. Si un angle solide quelconque est $>=<$ un autre angle solide quelconque compris entre antant de plans, la somme des angles d'inclinaison du premier sera respectivement $>=<$ la somme des angles d'inclinaison du second.

Corollaire III. Les angles solides symétriques d'un nombre quelconque de faces sont égaux entre eux.

Proposition VIII.

Les angles trièdres dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième un angle quelconque, sont entre eux comme ces derniers angles.

Soient (fig. 5) $ABCE$ et $ACDE$ deux angles trièdres, dont les angles plans BAE, CAE et DAE sont droits et les angles BAC et CAD des angles quelconques, et qui par conséquent ont chacun deux angles d'inclinaison droits et les troisièmes égaux à BAC et CAD (XI: 4, 18 des Élém. d'Euclide). Les angles trièdres $ABCE$ et $ACDE$ seront entre eux comme les angles BAC et CAD.

Les droites AB, AC et AD étant au même plan (XI: 5 d'Euclide), concevons dans ce plan, d'un côté, autant d'angles BAB', $B'AB''$, $B''AB'''$ qu'on voudra, tous égaux à BAC, et, de l'autre, autant d'autres angles DAD', $D'AD''$ qu'on voudra, tous égaux à CAD. Puisque AE est perpendiculaire au plan $B'''AD''$ (XI: 4 d'Eucl.), il est évident que les angles trièdres $ACBE$, $ABB'E$, $AB'B''E$, $AB''B'''E$ seront tous congruents, et de même les angles trièdres $ACDE$, $ADD'E$, $AD'D''E$ tous congruents. Donc l'angle solide $AB'''CE$ et l'angle plan $B'''AC$ seront des équimultiples quelconques de l'angle solide $ABCE$ et l'angle plan BAC, et l'angle solide $ACD''E$ et l'angle plan CAD'' des équimultiples quelconques de l'angle solide $ACDE$ et l'angle plan CAD. De plus, il est évident, que, si l'angle trièdre $AB'''CE >=<$ l'angle trièdre $ACD''E$, l'angle plan $B'''AC$ sera respectivement $>=<$ l'angle plan CAD''. Donc (5 Déf. Livre V:e d'Euclide):

L'ang. sol. $ABCE$: L'ang. sol. $ACDE$ = L'ang. pl. BAC : L'ang. pl. CAD.

Proposition IX.

Deux angles solides quelconques sont entre eux comme l'excès de la somme de leurs angles d'inclinaison sur le produit de deux angles droits par le nombre de leurs faces moins deux.

Chacun des deux angles solides étant égal à un angle trièdre, dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième l'excès de la somme de ses angles d'inclinaison sur le produit de deux angles droits par le nombre de ses faces moins deux (Prop. VII), et ces angles trièdres étant entre eux comme leurs troisièmes angles d'inclinaison dernièrement cités, c'est-à-dire comme les excès de la somme des angles d'inclinaison de chaque angle solide sur le produit de deux angles droits par le nombre de ses faces moins deux (Prop. VIII), il est évident que les deux angles solides, quels qu'ils soient, seront entre eux comme ces excès.

Corollaire. L'angle solide *d'un dégré* étant évidemment égal à un angle trièdre, dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième d'un dégré, l'angle solide d'un dégré sera à un angle solide quelconque comme l'angle plan d'un dégré à l'excès de la somme des angles d'inclinaison de l'angle solide sur le produit de deux angles droits par le nombre des faces du même angle moins deux.

Scholie. Le corollaire précédent fournit un moyen très-simple pour déterminer la grandeur d'un angle solide quelconque donné. Il n'y aura pour cela qu'à *chercher la somme de ses angles d'in-*

clinaison exprimés en dégrés plans et en retrancher le produit de 180° *par le nombre de ses faces moins deux;* le reste indiquera *le nombre de dégrés* de l'angle solide. L'angle solide d'un dégré étant l'unité la plus commode pour la mesure des angles solides, il est convenable de s'en former une idée claire et précise. On y parvient facilement en cherchant le côté d'un triangle sphérique dont chaque angle est égal à $60\frac{1}{3}$°. Ce côté étant 11° 28′ 26″,8, l'angle trièdre dont chaque angle plan a cette grandeur (et qui est lui-même moindre que quatre angles solides droits) sera d'un dégré. Une construction très-approchée de l'angle 11° 28′ 26″,8 peut se faire au moyen de celle d'un triangle plan isoscèle dont la base est la cinquième partie du côté. L'angle de ce triangle compris entre ses côtés égaux est 11° 28′ 42″,0, et ne diffère par conséquent du précédent que de 15″,2, différence insensible dans une construction pratique.

Proposition X.

Deux angles solides quelconques, qui ont leurs sommets au centre d'une même sphère, sont entre eux comme les portions de la surface de cette sphère contenues entre les faces des deux angles.

Les polygones sphériques compris entre les faces des deux angles solides sont entre eux comme les sommes des angles intérieurs des plans de leurs côtés moins les produits de deux angles droits par le nombre de leurs côtés moins deux (Élém. de Géom. par Le-

gendre, 12:e Édit., Paris 1823, Liv. VII, Prop. 24 *)). Or les angles solides correspondants sont dans le même rapport (Prop. IX). Donc les angles solides sont entre eux comme les polygones sphériques y correspondants (V: 11 des Élém. d'Euclide).

---

*) Cette proposition, ainsi que celles sur les triangles sphériques sur lesquelles elle s'appuie, sont rigoureusement prouvées dans l'ouvrage cité, bien qu'on pût souhaiter que la forme des raisonnements et l'énoncé des propositions fussent un peu plus géométriques.

QUELQUES REMARQUES

SUR

LA TANTALITE EN FINLANDE,

ET RECHERCHES SUR SA CRISTALLISATION,

PAR

N. NORDENSKIÖLD.

(Lu à la Société, le 25 Avril 1839.)

La pierre assez rare, où l'on a découvert le Tantale au commencement de ce siècle, et qui a été nommée Tantalite, a été trouvée chez nous ces dernières années, outre à Skogsböhle, paroisse de Kimito, à six endroits différents, que je nommerai en quelques mots, selon le temps où les découvertes en question ont été faites:

À Katiala, paroisse de Kuortane, dans une gangue d'albite-granite, on a trouvé la Tantalite, quoique très-rarement, avec le mica de lithion, la tourmaline noire et l'émeraude non colorée.

A Kiwiwuorenwehmais, au voisinage de Torro, paroisse de Tammela, il y a une gangue de granite ordinaire en grain

très-gros, où se trouvent des émeraudes vertes en assez grande quantité. On a trouvé la Tantalite en prismes très-petits, placés en dedans ou en dehors des cristaux des émeraudes.

Il y a aux environs de Härkäsaari, également près du village de Torro, une gangue d'albite-granite, où l'on a trouvé de grands cristaux de Tantalite avec le quartz rose, et un minéral qui a reçu le nom de Gigantolith. C'est là qu'ont été trouvés des cristaux très-prononcés, qui ont servi à déterminer la forme de cristallisation, que je détaillerai dans cet exposé.

À Kavitaskallio, dans un rocher très-aplati, dans le grand marais de Torro, on a encore découvert un grand cristal de tantalite, placé à ce qu'il paraît dans un granite très-riche de feldspath. Jusqu'ici on n'y a pourtant entrepris aucune exploitation, en conséquence de quoi le genre de la roche n'a pu être déterminé avec certitude.

A Björkskär, île non loin d'Ekenäs, appartenant à la paroisse de Pojo, se trouve une gangue d'albite-granite, qui contient aussi des cristaux de Tantalite plus ou moins prononcés; ils ont en tout une grande ressemblance avec ceux de Härkäsaari.

La carrière à quartz, Kaidasuo, près du village de Penickoja, paroisse de Somero, est enfoncée dans une gangue d'albite-granite, qui contient beaucoup de tourmalines et d'émeraudes, auxquelles sont attachés de petits cristaux de Tantalite.

Une singularité remarquable en fait de géologie c'est, que dans sept endroits différents où l'on a découvert jusqu'ici la tantalite chez nous, elle se trouve toujours, à l'exception d'un seul endroit, dans des gangues d'albite-granite, et est accompagnée ordinairement d'émeraudes, deux minéraux qui du reste ont si peu d'analogie. — De même à Skogsböhle, la carrière de tantalite la plus ancienne et la plus fréquemment exploitée en Finlande, l'émeraude a été trouvée, il y a quelques années, par Mr. v. Wœrth. En Suède, en Allemagne et dans l'Amérique du Nord, la tantalite ainsi que l'émeraude se sont trouvées réunies à l'albite-granite. La Tantalite dont je me propose principalement de donner la description dans la suite de cet exposé, ressemble parfaitement, quant à l'extérieur, à la Tantalite de Kimito; ce n'est qu'au chalumeau qu'on peut les distinguer, en ce que la première ne laisse aucune ou presque point de trace d'étain. Dans une analyse que j'en ai faite en 1832, je l'ai trouvée contenir:

Oxide tantalique	83,44
Oxide ferreux	13,75
Oxide manganeux	1,12
Oxide d'étain . . . . trace	
Perte	1,69
	100,00.

La formule en est $(\dot{Fe}, \dot{Mn})\,\ddot{\overline{Ta}}$; d'où l'on voit qu'elle ne diffère que par une plus grande quantité de fer et l'absence de l'étain, de la tantalite de Kimito.

La dureté en est la même que celle de la tantalite de Kimito, ou à peu près égale à celle du feldspath.

Pesanteur spécifique = 7,264.

La forme cristalline appartient au système prismatique de Mohs; les cristaux ont une tendance particulière à former des cristaux doubles, dont la forme est souvent tellement compliquée, que le développement en a été souvent fort difficile. Quoique les faces en soient généralement unies, sans réfléchir les objets, elles sont souvent criblées de petits trous, et ont l'air d'être corrodées. Si je n'avais pas réussi à trouver un petit cristal qui, quoique simple, eût des faces tellement resplendissantes, qu'on pouvait les mesurer par un goniomètre à réflexion, une détermination exacte des dimensions de la forme primitive n'aurait guère été possible.

Fig. 1 (Tab. VI) représente ce cristal, avec la forme primitive désignée par des lignes ponctuées, tel qu'il serait, si toutes les autres faces en avaient disparu. Les lettres qui se trouvent à cette figure se réfèrent uniquement à la forme primitive. En admettant AA comme axe principal, que l'on désigne ordinairement par a, BB devient le grand axe diagonal $= b$, et CC le petit axe diagonal $= c$; donc les angles qui déterminent la forme, ou l'angle entre les faces ABC et $ABC = x$, entre les faces ACB et $ACB = y$ et entre CAB et $CAB = z$, d'après les dénominations généralement adoptées. Pouvant mesurer par réflexion aussi bien l'angle y que x, et l'angle supplémentaire à z, je suis parvenu à déter-

miner ces angles par plusieurs séries d'expériences, tant au jour, qu'à la lueur d'une lampe de Locatelli, placée à une grande distance du cristal, et je me suis particulièrement servi d'un goniomètre à réflexion nouvellement arrivé de Berlin, qui indique immédiatement chaque demi-minute, étant muni d'un excellent mécanisme pour fixer le cristal et en rectifier la position. A chaque fois que le cristal a été attaché à l'instrument et la position ajustée le plus exactement possible, j'ai pris le medium de dix à vingt mesures différentes, et chacun de ces termes moyens compose les nombres des séries suivantes:

$y = 112° 37',6$	$x = 126° 3',0$	$z_{,} = 88° 9',2$
28,2	5,3	18,9
27,8	3,5	18,6
29,5	1,7	13,0
35,3	0,8	17,0
30,2	125° 56,4	$z_{,} = 88° 15',3$
31,6	$x = 126° 1',8.$	d'où $z = 91° 44',7.$
$y = 112° 31',5.$		

Si, d'après la méthode des moindres carrés, on calcule l'erreur probable de chaque série, on trouve que:

$y = 112° 31',5 \pm 0',94$; $x = 126° 1',8 \pm 0',84$; $z = 91° 44'7 \mp 1',25$.

Selon la relation qui existe entre ces angles:

$$\text{Cos}\, x + \text{Cos}\, y + \text{Cos}\, z = -1.$$

Si on additionne les valeurs des Cos. ci-dessus, la somme se trouve plus petite qu'elle ne devrait être. Si l'on rapporte toute l'erreur à l'angle z, cet angle se serait trouvé trop grand de 6,5 minutes. Cette erreur ne disparait pas, quand même on prend négativement toutes les erreurs probables trouvées selon la méthode des moindres carrés, ce qui indique par conséquent une erreur constante appartenant à tous les trois angles. Il est facile de voir qu'il en doit être ainsi, lorsqu'on considère, que si le cristal n'est pas attaché à l'instrument de manière que la ligne de jonction entre les deux surfaces soit parallèle à l'axe du goniomètre, il en résulte un angle toujours plus grand qu'il ne doit être effectivement. Comme cependant dans ce cas, on ne peut supposer la mesure d'un angle plus juste que celle de l'autre, j'ai procédé de la manière suivante; par les expériences j'ai trouvé:

$$x = 126°\ 1',8 \qquad \tfrac{1}{2}x = 63°\ 0',9$$
$$y = 112°\ 31',5 \quad \text{d'où} \quad \tfrac{1}{2}y = 56°\ 15',75$$
$$z = 91°\ 44',7 \qquad \tfrac{1}{2}z = 45°\ 52',35$$

mais le rapport entre les axes et les angles en question est:

$$a : b :: \text{Cos}\ \tfrac{1}{2}x : \text{Cos}\ \tfrac{1}{2}z :: 1 : 1,53443$$
$$a : c :: \text{Cos}\ \tfrac{1}{2}y : \text{Cos}\ \tfrac{1}{2}z :: 1 \qquad : 1,25364$$
$$\text{d'où}\ a : b : c :: 1 : 1,53443 : 1,25364.$$

Si l'on admet la justesse de ces rapports entre les axes, et que l'on en cherche les angles, en supposant que l'erreur provient d'une déviation dans le développement du cristal, on obtient

les valeurs les plus probables pour x, y et z selon les formules ordinaires:

$$\text{Cos } x = \frac{a^2c^2 - a^2b^2 - b^2c^2}{a^2c^2 + a^2b^2 + b^2c^2}$$

$$\text{Cos } y = \frac{a^2b^2 - a^2c^2 - b^2c^2}{a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2}$$

$$\text{Cos } z = \frac{b^2c^2 - a^2b^2 - a^2c^2}{b^2c^2 + a^2b^2 + a^2c^2}.$$

Ces formules développées au moyen des valeurs déjà indiquées pour a, b et c donnent:

$$\left.\begin{array}{l} x = 126^\circ\ 0'\ 15'' \\ y = 112^\circ\ 29'\ 32'' \\ z = 91^\circ\ 41'\ 47'' \end{array}\right\} \text{ l'expérience a donné: } \left\{\begin{array}{l} x = 126^\circ\ 1'\ 48'',\ \Delta = 1'\ 33'' \\ y = 112^\circ\ 31'\ 30'',\ \Delta = 1'\ 58'' \\ z = 91^\circ\ 44'\ 42'',\ \Delta = 2'\ 55'' \end{array}\right.$$

total des différences $= 6'\ 26''$.

Il s'en suit, que dans la valeur obtenue par les expériences pour z, se trouve la plus grande erreur, provenant vraisemblablement de la difficulté de fixer exactement le cristal pour mesurer cet angle.

La fig. 2 représente un cristal avec toutes les faces que j'ai observées dans la Tantalite, et la fig. 3 le même cristal vu d'en haut, pour mieux représenter le parallelisme des faces.

Les faces *P* appartiennent à la forme primitive désignée selon la méthode de Weiss $= (a : b : c)$.

Sans calcul et par suite du parellelisme on trouve:

$$m = (\ \ a : \ \ b : \infty c)$$
$$s = (\infty a : \infty b : \ \ c)$$
$$t = (\infty a : \ \ b : \infty c).$$

Les autres surfaces sont déterminées de la manière suivante:

L'inclinaison de la face r vers la face r, prise sur la face t, a été trouvée par réflexion = 122° 57′ d'où:

$$r = (\infty a : 4b : 9c),$$

d'où l'angle r aurait dû être = 122° 54′.

D'après une mesure approximative, faite avec le goniomètre de Haüy, l'inclinaison de la face q vers t est d'environ 150½ degrés; d'où

$$q = (a : \tfrac{1}{3}b : \infty c)$$

dans cette occasion il y a pourtant une différence de plus de 2 degrés; l'angle aurait dû être = 152° 58′.

L'inclinaison des faces n entr'elles s'est trouvée à peu près = 168°, d'où

$$n = (a : 6b : \infty c)$$

et l'inclinaison de n à n devrait être = 167° 38′.

Par une mesure aproximative par dessus la face m, l'inclinaison de la face $v : v$ se trouve à peu près = 90° et la face $o : o$ à peu près = 70°, d'où

$$v = (a : b : \tfrac{2}{3}c)$$
$$o = (a : b : \tfrac{1}{2}c)$$

et l'inclinaison de $v:v$ devrait être $= 91° 59'$, et l'inclinaison de $o:o = 73° 37'$.

À la fig. 3 se trouve marquée par des lignes ponctuées, une face x, qui n'est pas encore suffisamment déterminée; si toute fois le parallelisme, que j'ai cru reconnaître et qui est indiqué à la fig. 3, est vrai, il faudra le désigner:

$$= (a : \tfrac{1}{3}b : c).$$

La parfaite identité de la forme cristalline de la Tantalite de Kimito avec celle, dont je viens de faire la description, a déjà été mentionnée. Les prismes des faces r et t se présentent surtout fréquemment. La Tantalite de Pojo a encore la même forme cristalline, puisqu'on y a trouvé un cristal, où les faces r et t sont très bien développées. — Près de Kiwiwuorenwehmais on a trouvé de petits prismes quadrangulaires de Tantalite, avec des faces terminales, appartenant probablement à la pyramide o; cependant ces cristaux ont été de si petites dimensions, qu'on n'a pu les mesurer.

SPECIMINA

MUTATI CURRENTE SÆCULO TEMPORIS,

QUO GLACIES FLUMINUM ANNUÆ DISSOLUTÆ SUNT,

PROPONIT

GUST. GABR. HÄLLSTRÖM.

(Societ. exhib. d. 25 Aprilis 1839.)

Tempus, quo ineunte vere calor in nostris regionibus aquilonaribus serius ocius eo usque crescit, ut glaciei ex rivulis et fluminibus dissolvendæ sufficiat, momentum constituere haud spernendum climatis loci accuratius cognoscendi, satis notum est. Cum autem idem ob varias rationes intra limites parum arctos variabile sit, unde efficitur, ut ad illius valorem medium verisimillimum, in quo acquiescere possimus, inveniendum multis opus sit observationibus, quarum vero non nisi unica quotannis colligi potest, facile perspicitur, multos præterlabi annos, antequam experientiam ita congestam habeamus, ut in computum eandem vocare queamus.

Vulgo utique desperare solet singulus observator se tamdiu posse adnotationes tales continuare, ut se vivente certæ ex hac sua opera deduci possint conclusiones, in qua re sæpissime est quærenda causa, cur adnotationes hæ de tempore dissolutionis glaciei in Ephemeridibus meteorologicis desiderentur. Eam vero rei rationem cognitioni nostræ promovendæ officere clarum est, cum per se intelligatur, talium observationum pleniorem seriem adjumentum fore non spernendum dijudicandi, an longiori annorum decursu mutata sint locorum climata. Si tamen, etiamsi ob rationem allatam raræ sint series memoratarum adnotationum, eædem hic illic reperiantur, avide eas arripiet attentus naturæ scrutator, sperans se utiles ex illis deducere posse conclusiones.

Quatuor nobis propinquiora sunt loca, ubi, quantum quidem illud ad nostram pervenit cognitionem, series adeo extensæ observationum de tempore regelationis aquarum collectæ & continuatæ habentur, ut ad calculum de supposita variatione climatis instituendam aptæ possint æstimari, nempe Petropolis Russiæ, Borgoa & Aboa Finlandiæ, nec non Arosia Sueciæ. Sunt quidem eadem hæc loca adeo a se invicem dissita, ut eorum series separatim computo subjici mereantur, sed simul adeo sibi vicina, circa latitudinem scilicet geographicam fere 60° borealem, ut, quas suppeditat calculus, conclusiones multi sine dubio pretii admittant comparationem.

Seriem temporis, quo flumen Nevæ Petropoli fuit quotannis *regelatum*, ab anno usque 1719 ad nostram omnino ætatem exten-

sam, invenimus allatam in *Annalibus Physicis* Poggendorffii, *Vol.* 43 (119), *pag.* 426 *sequ.*, addita indicatione, dies secundum stilum, ut dicitur, novum seu Calendarium Gregorianum fuisse computatos. Comparatio vero tam eorum, quæ de hac re in Actis Academiæ Scientiarum Petropolitanæ sparsim inveniuntur adnotatæ, quam etiam quæ in collectione a se edita: *Observations meteorologiques faites à l'Acad. des Sciences de S:t Petersbourg de* 1822 *à* 1834, *p.* 213, publicavit Cl. Kupffer, ostendit aperte stilum Julianum in Annalibus citatis re vera respici debere. Indifferens omnino in se esset res utrum Calendarium adhibeatur; cum vero anno 1800, adeoque decursu illius temporis, quod hic obvenit considerandum, differentia inter stilum veterem & novum uno die aucta sit, confusionis evitandæ causa omnia data ex illo in hunc transposuimus, quo facto facilior quoque cum reliquis locis evadit comparatio.

Finis, quem nobis hic proposuimus, est ut non tantum medium diem, quo regelatio fluminum quovis loco accidit, determinemus, sed etiam ut mutationem hujus temporis sæcularem, si aliqua adfuit, transactis scilicet centum annis, ex observationibus eruamus. Non igitur sufficere judicamus ut in medio dierum regelationis arithmetico inveniendo subsistamus; supponenda insuper est quædam tempori anteacto directe & simpliciter proportionalis variatio, quæ etiam observationum ope est determinanda. Implicatiorem aliquam temporis rationem supponere necessarium non esse vel inde patet, quod clarum sit variationem quæsitam parvam

satis esse, adeoque illam in serie quadam convergente expressam terminos ostendere altiorum dignitatum evanescentes, sicut etiam rei ratio suadet ad minores partes diei non esse hic attendendum.

Incipiunt adnotationes Petropolitanæ ab anno 1719, & ad annum usque 1836 serie non abrupta extenduntur, quæ quidem ostendunt, exceptis 14 annis, intra mensem Aprilem incidisse reliquorum annorum regelationem. Significante igitur x diem Aprilis, quo anno z æræ nostræ accidit regelatio, m & n numeros ex observationibus determinandos, habebitur $x = m + n(z - 1718)$, in quam æquationem successive substituantur omnes experientia dati valores, quo facto calculo secundum methodum quadratorum minimorum subducto eruuntur valores sequentes verisimillimi

$$x = 18{,}24 + 0{,}0222\,(z - 1718),$$

cujus æquationis usus sequentes præbet comparationes:

Annus	x observat.	x computat.	Differentia	Annus	x observat.	x computat.	Differentia
1719	30 Apr.	18,2	+ 11,8	28	7 Apr.	18,5	— 11,5
1720	22	18,3	+ 3,7	29	17	18,5	— 1,5
21	21	18,3	+ 2,7	1730	23	18,5	+ 4,5
22	27	18,3	+ 8,7	31	35	18,5	+ 16,5
23	2	18,3	— 16,3	32	15	18,5	— 3,5
24	16	18,4	— 2,4	33	25	18,6	+ 6,4
25	23	18,4	+ 4,6	34	26	18,6	+ 7,4
26	17	18,4	— 1,4	35	6	18,6	— 12,6
27	25	18,4	+ 6,6	36	23	18,6	+ 4,4

37	22 Apr.	18,7	+ 3,3	64	12 Apr.	19,3	— 7,3
38	22	18,7	+ 3,3	65	9	19,3	—10,3
39	37	18,7	+18,3	66	19	19,3	— 0,3
1740	35	18,7	+16,3	67	12	19,3	— 7,3
41	30	18,7	+11,3	68	26	19,3	+ 6,7
42	37	18,8	+18,2	69	17	19,4	— 2,4
43	10	18,8	— 8,8	1770	17	19,4	— 2,4
44	16	18,8	— 2,8	71	30	19,4	+10,6
45	21	18,8	+ 2,2	72	18	19,4	— 1,4
46	25	18,9	+ 6,1	73	16	19,5	— 3,5
47	36	18,9	+17,1	74	21	19,5	+ 1,5
48	25	18,9	+ 6,1	75	22	19,5	+ 2,5
49	35	18,9	+16,1	76	25	19,5	+ 5,5
1750	5	18,9	—13,9	77	30	19,5	+10,5
51	6	19,0	—13,0	78	19	19,6	— 0,6
52	17	19,0	— 2,0	79	11	19,6	— 8,6
53	17	19,0	— 2,0	1780	21	19,6	+ 1,4
54	18	19,0	— 1,0	81	25	19,6	+ 5,4
55	14	19,1	— 5,1	82	18	19,7	— 1,7
56	13	19,1	— 6,1	83	25	19,7	+ 5,3
57	8	19,1	—11,1	84	25	19,7	+ 5,3
58	20	19,1	+ 0,9	85	33	19,7	+13,3
59	20	19,1	+ 0,9	86	22	19,7	+ 2,3
1760	32	19,2	+12,8	87	24	19,8	+ 4,2
61	15	19,2	— 4,2	88	20	19,8	+ 0,2
62	13	19,2	— 6,2	89	30	19,8	+10,2
63	34	19,2	+14,8	1790	32	19,8	+12,2

91	21 Apr.	19,9	+ 1,1	14	18 Apr.	20,4	— 2,4
92	11	19,9	— 8,9	15	24	20,4	+ 3,6
93	20	19,9	+ 0,1	16	23	20,4	+ 2,6
94	11	19,9	— 8,9	17	23	20,4	+ 2,6
95	20	19,9	+ 0,1	18	29	20,5	+ 8,5
96	22	20,0	+ 2,0	19	21	20,5	+ 0,5
97	15	20,0	— 5,0	1820	17	20,5	— 3,5
98	19	20,0	— 1,0	21	26	20,5	+ 5,5
99	19	20,0	— 1,0	22	— 14	20,5	—34,5
1800	24	20,1	+ 3,9	23	8	20,6	—12,6
1	17	20,1	— 3,1	24	15	20,6	— 5,6
2	5	20,1	—15,1	25	18	20,6	— 2,6
3	10	20,1	—10,1	26	4	20,6	—16,6
4	26	20,1	+ 5,9	27	13	20,7	— 7,7
5	21	20,2	+ 0,8	28	23	20,7	+ 2,3
6	26	20,2	+ 5,8	29	33	20,7	+12,3
7	40	20,2	+19,8	1830	20	20,7	— 0,7
8	25	20,2	+ 4,8	31	16	20,7	— 4,7
9	28	20,3	+ 7,7	32	16	20,8	— 4,8
1810	42	20,3	+21,7	33	25	20,8	+ 4,2
11	24	20,3	+ 3,7	34	12	20,8	— 8,8
12	27	20,3	+ 6,7	35	28	20,8	+ 7,2
13	12	20,3	— 8,3	36	3	20,9	—17,9

In hujus generis disquisitionibus, ubi inter limites late extensos oscillare videntur singulæ observationes, determinandum est, si unquam, quanta certitudine inventi sint valores quæsiti. Habemus

jam hic numerum observationum = 118, atque summam quadratorum errorum e serie numerorum, quam supra nomine differentiarum insignivimus, $S = 9404{,}85$, quare secundum regulas cognitas erit error in uniuscujusque anni observatione verisimillimus metuendus $E = 0{,}6745\sqrt{\frac{S}{116}} = \pm\, 6{,}1$ diebus, qui limites constituunt, inter quos vacillare videntur singulorum annorum observationes. Si hos excedi interdum experientia docet, inter anomalias est referenda ejus anni ratio. Deinde eruitur hinc error valoris x verisimillimus $E(x) = \frac{6{,}1}{\sqrt{118}} = \pm\, 0{,}56$, ostendens valorem inventum x ad dimidii diei certitudinem usque hac computatione determinatum haberi; tandemque reperietur coëfficientis n error verisimilis $E(n) = \frac{0{,}56}{\sqrt{136909}} = \pm\, 0{,}0015$, qui ostendit esse valorem numeri, qui variationem determinat sæcularem, $= 0{,}0222 \pm 0{,}0015$, adeoque pro centum annis haberi variationem eandem $= 2{,}22 \pm 0{,}15$, in qua determinatione error probabiliter metuendus non superat partem 0,15 diei, qui adeo est in disquisitione hujus generis omnino negligendus. Ita igitur post anteactos centum annos mutatum esse clima Petropolitanum hinc cernitur, ut $2\frac{1}{4}$ diebus serius, quam ante centum annos observabatur, jam fiat regelatio vernalis aquarum fluminis Nevæ.

Adnotationum de tempore quoque *congelationis* Nevæ Petropolitanæ occurrit in Annalibus Poggendorffianis (l. c.) longa series, ab anno scilicet 1718 ad 1833 inclusive extensa, quam similiter comparationis instituendæ causa computatione dignam judicavimus. Perhibetur quidem supposito stilo Gregoriano illam va-

lere, attentius vero examen facile inveniet dies secundum Julianum esse adnotatos. Ad Gregorianum illos omnes transtulimus, atque additis duorum novissimorum annorum observationibus, totam seriem computo subjecimus, quo invenimus diem congelationis autumnalis $x = 26,5 - 0,021\,(z - 1717)$ Novembris, quæ quidem æquatio sequentem nobis præbuit comparationem:

Annus	x		Differentia	Annus	x		Differentia
	observat.	computat.			observat.	computat.	
1718	22 Nov.	26,5	— 4,5	36	18 Nov.	26,1	— 8,1
19	41	26,4	+ 14,6	37	20	26,1	— 6,1
1720	18	26,4	— 8,4	38	20	26,1	— 6,1
21	31	26,4	+ 4,6	39	3	26,0	— 23,0
22	39	26,4	+ 12,6	1840	25	26,0	— 1,0
23	27	26,4	+ 0,6	41	25	26,0	— 1,0
24	28	26,3	+ 1,7	42	32	26,0	+ 6,0
25	39	26,3	+ 12,7	43	31	26,0	+ 5,0
26	35	26,3	+ 8,7	44	27	25,9	+ 1,1
27	41	26,3	+ 14,7	45	7	25,9	— 18,9
28	27	26,3	+ 0,7	46	19	25,9	— 6,9
29	41	26,2	+ 14,8	47	19	25,9	— 6,9
1730	20	26,2	— 6,2	48	14	25,8	— 11,8
31	30	26,2	+ 3,8	49	31	25,8	+ 5,2
32	38	26,2	+ 11,8	1750	2	25,8	— 23,8
33	34	26,2	+ 7,8	51	18	25,8	— 7,8
34	12	26,1	— 14,1	52	27	25,8	+ 1,2
35	17	26,1	— 9,1	53	37	25,7	+ 1,3

54	27 Nov.	25,7	+ 1,3	1780	21 Nov.	25,2	— 4,2
55	35	25,7	+ 9,3	81	22	25,1	— 3,1
56	23	25,7	— 2,7	82	22	25,1	— 3,1
57	31	25,7	+ 5,3	83	17	25,1	— 8,1
58	15	25,6	—10,6	84	35	25,1	+ 9,9
59	20	25,6	— 5,6	85	38	25,1	+12,9
1760	29	25,6	+ 3,4	86	5	25,0	—20,0
61	26	25,6	+ 0,4	87	25	25,0	0
62	31	25,5	+ 5,5	88	26	25,0	+ 1,0
63	19	25,5	— 6,5	89	25	25,0	0
64	35	25,5	+ 9,5	1790	25	25,0	0
65	35	25,5	+ 9,5	91	36	24,9	+11,1
66	34	25,5	+ 8,5	92	22	24,9	— 2,9
67	34	25,4	+ 8,6	93	31	24,9	+ 6,1
68	42	25,4	+16,6	94	45	24,9	+20,1
69	—1	25,4	—26,4	95	41	24,8	+16,2
1770	22	25,4	— 3,4	96	25	24,8	+ 0,2
71	23	25,3	— 2,4	97	22	24,8	— 2,8
72	53	25,3	+27,7	98	25	24,8	+ 0,2
73	19	25,3	— 6,3	99	34	24,8	+ 9,2
74	7	25,3	—18,3	1800	23	24,7	— 1,7
75	10	25,3	—15,3	1	50	24,7	+25,3
76	12	25,2	—13,2	2	8	24,7	—16,7
77	26	25,2	+ 0,8	3	17	24,7	— 7,7
78	13	25,2	—12,2	4	8	24,7	—16,7
79	32	25,2	+ 6,8	5	—3	24,6	—27,6

1806	10 Nov.	24,6	— 14,6	1821	35 Nov.	24,3	+ 10,7
7	36	24,6	+ 11,4	22	51	24,3	+ 26,7
8	29	24,6	+ 4,4	23	19	24,3	— 5,3
9	14	24,6	— 10,6	24	48	24,2	+ 23,8
1810	15	24,5	— [illegible],5	25	33	24,2	+ 8,8
11	— 1	24,5	— 25,5	26	55	24,2	+ 30,8
12	10	24,5	— 14,5	27	46	24,2	+ 21,8
13	4	24,5	+ 16,5	28	18	24,2	— 6,2
14	38	24,5	+ 13,5	29	16	24,1	— 8,1
15	32	24,4	+ 7,6	1830	31	24,1	+ 6,9
16	20	24,4	— 4,4	31	27	24,1	+ 2,9
17	21	24,4	— 3,4	32	13	24,1	— 11,1
18	27	24,4	+ 2,6	33	32	24,1	+ 7,9
19	8	24,3	— 16,3	34	17	24,0	— 7,0
1820	14	24,3	— 10,3	35	12	24,0	— 12,0

Apparet igitur calculo subducto, tempus medium congelationis Nevæ, quæ anno 1718 in diem 26, & anno 1835 in diem 24 Novembris, regulari ordine incidere debuisset, annuas in universum habuisse oscillationes verisimillimas $E = 0{,}6745 \sqrt{\frac{16717}{116}} = \pm 8{,}34$ dierum, & incertitudinem $E(x) = \frac{8{,}34}{\sqrt{118}} = \pm 0{,}77$ dierum. Sæcularis autem variatio fuit $= - 2{,}09 \pm 0{,}21$ dierum, quibus ocior facta est congelatio autumnalis nostris temporibus quam fuit ante 100 abhinc annos, unde, si addantur mutationes sæculares, perspicitur æstatem, numeratam a regelatione aquarum vernali ad congelationem autumnalem, post decursum sæculi totius Petropoli decre-

visse 4½ diebus, quibus crevit hiems. Eandem fere determinationem jam antea quoque ex observationibus summario calculo deduxit Nob. Ehrenheim (*Tal om Climaternas rörlighet, Stockh.* 1824, *p.* 87). Operæ certe pretium erit investigare, an mutationem quandam huic conclusioni analogam observationes Petropoli factæ medii caloris tam totius anni quam diversorum anni temporum indicent, quo pateat quid hoc respectu posteris sit vel metuendum vel sperandum.

Tempus annuæ aquarum *regelationis*, quo in amne urbi Borgoæ adfuso intra annos 70 ultimo elapsos accidit, a fidis observatoribus adnotatum, in Ephemeridibus ejusdem urbis sub die 11 Maji 1839 N:o 37 publice indicatum apparet. Hanc quoque seriem calculo subjecimus, & significante, ut ante, x diem Aprilis quo incidit, z vero annum, invenimus: $x = 22{,}76 + 0{,}00281(z - 1770)$, qui valor sequentem suppeditat comparationem:

Annus	x observat.	x computat.	Differentia	Annus	x observat.	x computat.	Differentia
1771	33 Apr.	22,8	+ 10,2	1779	4 Apr.	22,8	— 18,8
72	22	22,8	— 0,8	1780	32	22,8	+ 9,2
73	14	22,8	— 8,8	81	21	22,8	— 1,8
74	21	22,8	— 1,8	82	22	22,8	— 0,8
75	27	22,8	+ 4,2	83	20	22,8	— 2,8
76	26	22,8	+ 3,2	84	27	22,8	+ 4,2
77	31	22,8	+ 8,2	85	34	22,8	+ 11,2
78	18	22,8	— 4,8	86	23	22,8	+ 0,2

1787	19 Apr.	22,8	— 3,8	1810	39 Apr.	22,9	+ 16,1
88	24	22,8	+ 1,2	11	28	22,9	+ 5,1
89	30	22,8	+ 7,2	12	35	22,9	+ 12,1
				13	17	22,9	— 5,9
1790	27	22,8	+ 4,2	14	18	22,9	— 4,9
91	18	22,8	— 4,8	15	24	22,9	+ 1,1
92	9	22,8	— 13,2	16	25	22,9	+ 2,1
93	24	22,8	+ 1,2	17	23	22,9	+ 0,1
94	9	22,8	— 13,2	18	38	22,9	+ 15,1
95	20	22,8	— 2,8	19	28	22,9	+ 5,1
96	27	22,8	+ 4,2				
97	15	22,8	— 7,8	1820	23	22,9	+ 0,1
98	19	22,8	— 3,8	21	25	22,9	+ 2,1
99	25	22,8	+ 2,2	22	— 12*)	22,9	— 34,9
				23	28	22,9	+ 5,1
1800	23	22,8	+ 0,2	24	20	22,9	— 2,9
1	17	22,8	— 5,8	25	26	22,9	+ 3,1
2	5	22,8	— 17,8	26	21	22,9	— 1,9
3	10	22,8	— 12,8	27	13	22,9	— 9,9
4	28	22,9	+ 5,1	28	23	22,9	+ 0,1
5	21	22,9	— 1,9	29	34	22,9	+ 11,1
6	32	22,9	+ 9,1				
7	36	22,9	+ 13,1	1830	25	22,9	+ 2,1
8	34	22,9	+ 11,1	31	18	22,9	— 4,9
9	32	22,9	+ 9,1	32	10	22,9	— 12,9

*) Hunc correctum valorem e schedis originariis observatoris accepimus, loco + 20, quem offerunt Ephemerides citatæ.

1833	25 Apr.	22,9	+ 2,1	1837	24 Apr.	22,9	+ 1,1
34	18	22,9	— 4,9	38	25	22,9	+ 2,1
35	27	22,9	+ 4,1	39	35	23,0	+ 12,0
36	9	22,9	— 13,9				

Invenitur hinc, calculo subducto, $S = 5325,77$; adeoque erunt limites vacillationum annuarum $E = 0,6745 \sqrt{\frac{S}{67}} = \pm 6,01$, nec non error verisimilis in valore x, ex omnibus observationibus simul adhibitis eruto, metuendus $E(x) = \frac{6,01}{\sqrt{69}} = \pm 0,72$ diei, atque $E(n) = \frac{0,72}{\sqrt{27370}} = \pm 0,0044$. Cum itaque valor $n = 0,0028 \pm 0,0044$, considerato illius errore probabili, minor sit quam ut ex hisce observationibus possit certe determinari, evanescens erit habendus; unde sequitur, variationem quoque sæcularem, quam determinat n, adeo esse Borgoæ parvam, ut jure negligatur, atque clima illius loci stationarium respiciatur.

Ex observationibus meteorologicis, quæ Aboæ sunt institutæ, satis quoque longam collegimus seriem adnotationum de tempore regelationis amnis, qui urbem perfluit. Extenditur eadem ab anno 1740 ad præsens usque tempus, adeoque sæculum jam complectitur, ubi quidem observandum est, plurium annorum adnotationes hic illic desiderari, eum tamen defectum non impedire quominus reliquæ, numerum implentes 77, ad calculum adplicari & mereantur & possint. Hic autem calculus ostendit, incidere regelationem aquarum vernalem amnis Aboënsis in diem Aprilis stili Gregoriani

$$x = 20,55 - 0,0334\,(z - 1740),$$

qui valor sequentem sistit comparationem:

Anni	x observat.	x computat.	Differentia	Anni	x observat.	x computat.	Differentia
1740	38	20,6	+ 17,4	1765	10	19,7	— 9,7
41	30	20,5	+ 9,5	68	25	19,7	+ 5,3
42	31	20,5	+ 10.5	69	15	19,6	— 4,6
43	24	20,4	+ 3.6	1771	32	19,5	+ 12,5
44	13	20,4	— 7,4	72	15	19,5	— 4,5
45	22	20,4	+ 1,6	73	12	19,5	— 7,5
46	24	20,3	+ 3,7	74	17	19,4	— 2,4
47	26	20,3	+ 5.7	75	26	19,4	+ 6,6
48	28	20,3	+ 7,7	76	24	19,4	+ 4,6
49	31	20,3	+ 10,7	77	25	19,3	+ 5,7
1750	— 6	20,2	— 26,2	78	20	19,3	+ 0,7
51	+ 11	20,2	— 9,2	79	— 5	19,3	— 24,3
52	17	20,2	— 3.2	1784	+ 19	19,1	— 0,1
53	12	20,1	— 8.1	85	25	19,1	+ 5,9
54	17	20,1	— 3.1	1800	21	18,6	+ 2.4
55	15	20,1	— 5.1	1	12	18.5	— 6,5
56	16	20,0	— 4.0	2	5	18.5	— 13.5
57	11	20,0	— 9,0	3	6	18.4	— 12.4
58	22	20,0	+ 2.0	4	26	18.4	+ 7.6
59	25	19,9	+ 5.1	5	12	18.4	— 6,4
1760	31	19,9	+ 11,1	6	25	18.3	+ 6.7
61	12	19,9	— 7.9	7	30	18,3	+ 11.7
62	17	19,8	— 2.8	8	25	18,3	+ 6,7
63	30	19,8	+ 10.2	9	27	18.2	+ 8.8
64	7	19,8	— 12,8	1810	28	18,2	+ 9.8

1811	18	18,2	— 0,2	1825	16	17,7	— 1,7
12	31	18,1	+ 12,9	26	10	17,7	— 7,7
13	8	18,1	— 10,1	27	11	17,6	— 6,6
14	14	18,1	— 4,1	28	18	17,6	+ 0,4
15	12	18,1	— 6,1	29	30	17,6	+ 12,4
16	19	18,0	+ 1,0	1830	21	17,5	+ 3,5
17	22	18,0	+ 4,0	31	16	17,5	— 1,5
18	28	17,9	+ 10,1	33	18	17,5	+ 0,5
19	16	17,9	— 1,9	34	6	17,4	— 11,4
1820	16	17,9	— 1,9	35	11	17,4	— 6,4
21	20	17,8	+ 2,2	36	8	17,4	— 9,4
22	— 25	17,8	— 42,8	37	18	17,3	+ 0,7
23	+ 22	17,8	+ 4,2	38	24	17,3	+ 6,7
24	10	17,7	— 7,7	39	32	17,3	+ 14,7

Habentur hinc $S = 7409{,}63$; $E = \pm\, 6{,}66$; $E(x) = \pm\, 0{,}76$; $E(n) = \pm\, 0{,}0027$; adeoque annua variatio $= -\,0{,}0334 \pm 0{,}0027$, & sæcularis variatio $= -\,3{,}34 \pm 0{,}27$ diebus, quibus ocior evasit Aboæ regelatio nostris temporibus, quam fuit ante centum annos.

Illustrandæ causa relationis illius, quæ mutationem climatis, transacto sæculo, locorum ad partem orientalem maris Baltici sic ostendit, parem aliquam in plaga ejusdem maris occidentali teste experientia observandam afferamus. Occurrit in Actis Academiæ Scientiarum Stockholmiensis annorum 1765 (pag. 116) & 1793 (pag. 323) series observationum de tempore regelationis aquarum, in lacu Mälarensi Arosiæ Sueciæ ab anno 1712 ad annum 1793 inclusive

factarum, completa, quæ quidem, omnibus numeris ad stilum Gregorianum reductis, calculo subjecta ostendit, diem regelationis ibidem fuisse Aprilis

$$x = 16{,}77 + 0{,}1376\,(z - 1711),$$

unde sequentem deduximus comparationem:

Annus	x observat.	x computat.	Differentia	Annus	x observat.	x computat.	Differentia
1712	28	16,9	+ 11,1	1730	18	19,4	— 1,4
13	20	17,0	+ 3,0	31	19	19,5	— 0,5
14	23	17,2	+ 5,8	32	24	19,6	+ 4,4
15	9	17,3	— 8,3	33	— 9	19,8	—28,8
16	20	17,5	+ 2,5	34	19	19,9	— 0,9
17	37	17,6	+ 19,4	35	7	20,1	—13,1
18	21	17,7	+ 3,3	36	21	20,2	+ 0,8
19	8	17,9	— 9,9	37	25	20,3	+ 4,7
1720	11	18,0	— 7,0	38	8	20,5	—12,5
21	29	18,1	+ 10,9	39	29	20,6	+ 8,4
22	24	18,3	+ 5,7	1740	40	20,8	+ 19,2
23	— 3	18,4	—21,4	41	27	20,9	+ 6,1
24	22	18,6	+ 3,4	42	30	21,0	+ 9,0
25	— 2	18,7	—20,7	43	10	21,2	—11,2
26	12	18,8	— 6,8	44	27	21,3	+ 5,7
27	17	19,0	— 2,0	45	38	21,4	+ 16,6
28	13	19,1	— 6,1	46	40	21,6	+ 18,4
29	21	19,2	+ 1,8	47	35	21,7	+ 13,3

1748	36	21,9	+ 14,1	1771	26	25,0	+ 1,0
49	39	22,0	+ 17,0	72	23	25,2	— 2,2
1750	— 18	22,1	— 40,1	73	13	25,3	— 12,3
51	20	22,3	— 2,3	74	26	25,4	+ 0,6
52	24	22,4	+ 1,6	75	23	25,6	— 2,6
53	17	22,5	— 5,5	76	30	25,7	+ 4,3
54	33	22,7	+ 10,3	77	27	25,8	+ 1,2
55	19	22,8	— 3,8	78	25	26,0	— 1,0
56	17	23,0	— 6,0	79	— 15	26,1	— 41,1
57	18	23,1	— 5,1	1780	39	26,3	+ 12,7
58	35	23,2	+ 11,8	81	25	26,4	— 1,4
59	7	23,4	— 16,4	82	31	26,5	+ 4,5
1760	33	23,5	+ 9,5	83	28	26,7	+ 1,3
61	15	23,6	— 8,6	84	47	26,8	+ 20,2
62	26	23,8	+ 2,2	85	40	26,9	+ 13,1
63	37	23,9	+ 13,1	86	44	27,1	+ 16,9
64	14	24,1	— 10,1	87	19	27,2	— 8,2
65	30	24,2	+ 5,8	88	41	27,4	+ 13,6
66	26	24,3	+ 1,7	89	43	27,5	+ 15,5
67	37	24,5	+ 12,5	1790	— 12	27,6	— 39,6
68	32	24,6	+ 7,4	91	12	27,8	— 15,8
69	15	24,7	— 9,7	92	25	27,9	— 2,9
1770	27	24,9	+ 2,1	93	31	28,0	+ 3,0

Hinc vero facile computantur sequentes valores:

$S = 13436,68$; $E = \pm 8,78$; $E(x) = \pm 0,97$; $E(n) = \pm 0,0045$;

atque variatio sæcularis = 13,76 ± 0,45 dierum, quibus in lacu Mälarensi serius, quam ante centum annos, jam incidit tempus regelationis vernalis. Summario calculo invenit Nob. Ehrenheim (l. c. pag. 86), cui adfuit copia observationum usque ad annum 1821 continuatarum, 15 dierum fuisse hanc sæcularem mutationem.

Quo allatas has diversorum locorum rationes uno adspectu facilius possimus contueri, valores inventos x, a diversis initiis supra computatos, ad communem omnibus epocham, v. c. ad initium currentis jam sæculi, vel etiam ad præsens tempus, reducamus; & sic quidem habebimus diem mensis Aprilis, quo regelantur flumina:

$x = 20{,}06 + 0{,}0222\,(z - 1800)$ -- Petropoli;
$x = 22{,}84 + 0{,}0028\,(z - 1800)$ -- Borgoæ;
$x = 18{,}55 - 0{,}0334\,(z - 1800)$ -- Aboæ;
$x = 29{,}02 + 0{,}1376\,(z - 1800)$ -- Arosiæ;

nec non $x = 20{,}95 + 0{,}0222\,(z - 1840)$ -- Petropoli;
$x = 22{,}95 + 0{,}0028\,(z - 1840)$ -- Borgoæ;
$x = 17{,}25 - 0{,}0334\,(z - 1840)$ -- Aboæ;
$x = 34{,}52 + 0{,}1376\,(z - 1840)$ -- Arosiæ.

Diversa illa rei ratio, quæ hujus disquisitionis summa esse videtur, quod scilicet tempus regelationis vernalis fluminum post præterlapsum sæculi spatium Petropoli duobus atque Arosiæ tredecim diebus serius incidat, contra vero Aboæ tres dies regressum sit, non poterit facile adeo plene explicari ut omni satisfiat consi-

derationi. Vulgaris est opinio, culturam locorum ad clima mitigandum conducere, quod quidem eo etiam effectum putares, si veris initium ocius instare observaveris; quare eo respectu contrarii quid in ipsis interioribus Sueciæ, ubi per plura jam sæcula floruit soli cultura, minime exspectares. Neque procrastinationem veris Petropoli, ubi cultura terræ currente sæculo minime fuit neglecta, præsagire potuisses. Animadvertet forte quis, rem ab una tantum parte esse consideratam quando tempus, quo regelantur flumina, uti indicium depravati climatis consideramus, cum nihilo secius calor æstivus fertilitatem terræ omnem promovens auctus observari potuerit. Quomodocunque sit, nullus tamen negabit durius tandem exstitisse clima illius loci, ubi continua progressione per sæcula procrastinata observatur regelatio aquarum vernalis. Forte erit sperandum transituram fore olim eam rei rationem, quamprimum optatum stabilitatis statum fuerimus assecuti.

Tempus regelationis aquarum vernalis medium ab indole utique climatis loci in universum pendet, variationes vero ejus annuæ a majore vel minore quantitate pluviarum & nivium quotannis demissarum pendere videntur. Sub coelo temporis vernalis sereno noctes sunt frigidæ, unde fit, ut nives diurnis horis regelatæ nocturnis denuo congelentur, quod quidem universalem nivium regelationem retardat. Contra vero si tempestas vernalis est pluviosa, frigora quoque ita mitescunt, ut tempore tam nocturno quam diurno nives regelentur, unde aquarum cito auctarum quantitas gla-

ciem fluminum & lacuum tempestive elevat & rumpit, atque cum illa defluit. Novimus vero omnes, tempestatem in regionibus silvestribus pluviosiorem quam in nudis esse, unde intelligitur in eadem ratione, qua per culturam locorum silvæ evanuerunt, regelationem vernalem aquarum differri. Cumque sine prævia quoque & speciali loci cognitioni concludere possimus, silvas in regionibus Mälarensibus optime jam cultis paullatim fuisse deletas, quod idem de regionibus circa Petropolin valet; inde quidem phænomenon dilati temporis regelationis horum locorum non inepte explicari putamus. Unde vero contraria regelationis, properatæ scilicet, ratio regionum Aboënsium per plura jam sæcula optime cultarum pendeat, definire non periclitemur, antequam reliquas earum affectiones meteorologicas examinaverimus.

Ex allatis computationibus apparet, tempus regelationis aquarum ad oras Finlandiæ australes a regione occidentali ad orientalem continuitatis quadam lege mutatum fuisse, ita ut ad mediam fere distantiam, circa Helsingforsiam & Borgoam stationarium, indeque versus occidentem properatum, versus orientem vero dilatum fuerit. Aliam quoque memoratu dignam ostendunt relationem hisce regionibus communem, quæ nempe in annuis variationibus cernitur. Facta scilicet graphica delineatione differentiarum inter determinationes temporis observati & computati, quæ differentiæ annuam a medio valore aberrationem ostendunt, singularis apparet inter Aboam, Borgoam & Petropolin convenientia, quæ universa-

liorem & toti nostræ provinciæ communem innuit variationis annuæ causam. Sumtis ergo pro annis 1800—1830 temporis numeratione in linea abscissarum, variationibus vero quæsitis loco ordinatarum, ea oritur comparatio, quam spectandam sistit Tab. IX his adnexa, ubi pro singulo fere anno & omnibus memoratis locis similes occurrunt partes simul vel ascendentes vel descendentes, quæ indubiam gignit conclusionem, secundum legem communem hæc omnia determinari.

NOTE

SUR

LA DÉTERMINATION DU TROISIÈME CÔTÉ D'UN TRIANGLE RECTILIGNE AU MOYEN DES DEUX AUTRES ET L'ANGLE COMPRIS,

PAR

N. G. DE SCHULTÉN.

(Lu à la Société, le 5 Nov. 1838.)

La Trigonométrie rectiligne est, comme on sait, sujette à l'imperfection particulière de ne pas offrir une méthode pour la détermination du troisième côté d'un triangle au moyen des deux autres et l'angle compris, qui pour la simplicité et la commodité soit comparable à celles, par lesquelles se déterminent les inconnus dans tous les autres cas. Le procédé prescrit pour le cas dont il s'agit dans tous les traités de Trigonométrie qui me sont connus, consiste ou dans la supputation préliminaire d'un angle inconnu et le calcul consécutif du côté cherché par la proportionnalité des Sinus des angles avec les côtés opposés, ou dans l'emploi de quelques formules particulières pour la déduction directe

de ce côté, dont l'application est aussi laborieuse que la méthode indirecte au moyen des angles, sans avoir l'avantage de celle-ci de fournir en même temps tous les inconnus. Ayant réussi à trouver, il y a quelque temps, une méthode nouvelle pour la détermination dont il s'agit, qui me paraît préférable à celles qu'on a employées jusqu'à présent, j'ai cru de mon devoir de la faire connaître aux géomètres, d'autant plus qu'elle se lie si naturellement à la détermination des angles inconnus, qu'elle l'emporte sur les anciennes soit qu'il s'agisse de calculer tous les inconnus en même temps, soit qu'on ne cherche que le troisième côté seul.

La déduction de la méthode en question est très-simple. Les côtés d'un triangle rectiligne étant désignés par a, b, c et les angles opposés par A, B, C, on aura la formule connue

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \operatorname{Cos} C};$$

laquelle, au moyen des relations

$$\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}C^2 + \operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}C^2 = 1,$$

$$\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}C^2 - \operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}C^2 = \operatorname{Cos} C,$$

pourra prendre les formes

$$c = \sqrt{a^2(\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}C^2 + \operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}C^2) + b^2(\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}C^2 + \operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}C^2) - 2ab(\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}C^2 - \operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}C^2)}$$

$$= \sqrt{(a^2 + b^2 - 2ab)\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}C^2 + (a^2 + b^2 + 2ab)\operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}C^2}$$

$$= \sqrt{(a - b)^2 \operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}C^2 + (a + b)^2 \operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}C^2}$$

$$= (a - b) \operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}C \sqrt{1 + \left(\tfrac{a+b}{a-b}\right)^2 \cdot \operatorname{Tg}\tfrac{1}{2}C^2} \text{ (posé } a > b)$$

$$= (a + b) \operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}C \sqrt{1 + \left(\tfrac{a-b}{a+b}\right)^2 \cdot \operatorname{Cot}\tfrac{1}{2}C^2}.$$

Supposant

$$\mathrm{Tg}\varphi = \frac{a-b}{a+b}.\mathrm{Cot}\tfrac{1}{2}C \,..\, 1),$$

on aura

$$\sqrt{1+\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2.\mathrm{Tg}\tfrac{1}{2}C^2} = \sqrt{1+\frac{1}{\mathrm{Tg}\varphi^2}} = \frac{1}{\mathrm{Sin}\varphi},$$

$$\sqrt{1+\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2.\mathrm{Cot}\tfrac{1}{2}C^2} = \sqrt{1+\mathrm{Tg}\varphi^2} = \frac{1}{\mathrm{Cos}\,\varphi}.$$

Donc

$$c = \frac{(a-b)\mathrm{Cos}\frac{1}{2}C}{\mathrm{Sin}\,\varphi} = \frac{(a+b)\mathrm{Sin}\frac{1}{2}C}{\mathrm{Cos}\,\varphi} \,..\, 2).$$

Les équations 1), 2) fournissent la méthode dont il s'agit. Pour sentir sa préférence sur les anciennes, il faudra observer que

1:o L'équation 1) est celle, par laquelle se déterminent le plus commodément les angles inconnus A et B, puisque

$$\left.\begin{array}{l} A = 90^\circ - \frac{1}{2}C + \varphi \\ B = 90^\circ - \frac{1}{2}C - \varphi \end{array}\right\},$$

φ étant pris positif et moindre que 90°.

2:o La détermination la plus simple du côté c, au moyen des angles inconnus, se fait par conséquent par les formules

$$\left.\begin{array}{r} \mathrm{Tg}\varphi = \frac{a-b}{a+b}.\mathrm{Cot}\frac{1}{2}C \\ A = 90^\circ - \frac{1}{2}C + \varphi \\ c = \frac{a\,\mathrm{Sin}\,C}{\mathrm{Sin}\,A} \end{array}\right\} \,..\, 3)$$

ou

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Tg}\varphi &= \tfrac{a-b}{a+b}.\operatorname{Cot}\tfrac{1}{2}C \\ B &= 90^\circ - \tfrac{1}{2}C - \varphi \\ c &= \tfrac{b \operatorname{Sin} C}{\operatorname{Sin} B} \end{aligned}\right\} \ldots 4).$$

3:o Les formules ordinaires pour le calcul *direct* du côté c sont

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Tg}\psi &= \frac{2\sqrt{ab}.\operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}C}{a-b} \\ c &= \frac{a-b}{\operatorname{Cos}\psi} \end{aligned}\right\} \ldots 5)$$

ou

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{Sin}\omega &= \frac{2\sqrt{ab}.\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}C}{a+b} \\ c &= (a+b)\operatorname{Cos}\omega \end{aligned}\right\} \ldots 6).$$

La seule inspection des équations 1)..6) suffit pour constater la préférence des formules nouvelles pour la simplicité et la commodité du calcul.

Reste à examiner dans quels cas on doit employer de préférence l'une ou l'autre des formules 2). Mettant les 1), 2) sous les formes

$$L\operatorname{Tg}\varphi = L(a-b) - L(a+b) + L\operatorname{Cot}\tfrac{1}{2}C = \alpha$$

$$\left.\begin{aligned} Lc &= L(a-b) + L\operatorname{Cos}\tfrac{1}{2}C - L\operatorname{Sin}\varphi = \beta - L\operatorname{Sin}\varphi \\ Lc &= L(a+b) + L\operatorname{Sin}\tfrac{1}{2}C - L\operatorname{Cos}\varphi = \gamma - L\operatorname{Cos}\varphi \end{aligned}\right\},$$

où la caractéristique L désigne des logarithmes ordinaires, on aura par la différentiation (le module 0,434.. étant exprimé par m)

$$\frac{m\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{Sin}\,\varphi\,\mathrm{Cos}\,\varphi} = \mathrm{d}\alpha$$

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{d}Lc &= \mathrm{d}\beta - m\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{Cot}\varphi = \mathrm{d}\beta - \mathrm{d}\alpha\,\mathrm{Cos}\varphi^2\\ \mathrm{d}Lc &= \mathrm{d}\gamma + m\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{Tg}\varphi = \mathrm{d}\gamma + \mathrm{d}\alpha\,\mathrm{Sin}\varphi^2\end{aligned}\right\}.$$

Désignant par $\pm\alpha_1$, $\pm\beta_1$, $\pm\gamma_1$ les limites connues des petites erreurs possibles dans α, β, γ, et par L_1, L_2 les limites en dépendantes des erreurs possibles dans la valeur de Lc, d'après que celle-ci est déterminée par la première ou la seconde des 2), on aura donc

$$\left.\begin{aligned}L_1 &= \pm(\beta_1 + \alpha_1\,\mathrm{Cos}\varphi^2)\\ L_2 &= \pm(\gamma_1 + \alpha_1\,\mathrm{Sin}\varphi^2)\end{aligned}\right\}.$$

Or, il est évident qu'on pourra poser

$$\beta_1 = \gamma_1.$$

Donc

$$L_2 >=< L_1,$$

suivant que

$$\mathrm{Sin}\varphi^2 >=< \mathrm{Cos}\varphi^2,$$

c'est-à-dire

$$\varphi >=< 45^\circ.$$

Il en résulte que, pour faire le calcul de c le plus exactement possible, on devra employer la première des 2) si $\varphi > 45^\circ$, et la seconde si $\varphi < 45^\circ$. Si $\varphi = 45^\circ$, on pourra se servir indifféremment de l'une ou de l'autre de ces formules *).

---

*) Pour obtenir les vraies limites des erreurs possibles dans Lc, exprimées dans l'unité du dernier chiffre décimal de ce logarithme, il faudra obser-

En vertu de ce qui précède les formules les plus convenables pour la détermination des A, B, c, soit qu'il s'agisse de les calculer tous trois, soit qu'on n'en cherche qu'un ou deux, seront

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{Tg}\,\varphi &= \tfrac{a-b}{a+b}.\mathrm{Cot}\tfrac{1}{2}C \\ A &= 90^\circ - \tfrac{1}{2}C + \varphi \\ B &= 90^\circ - \tfrac{1}{2}C - \varphi \\ c &= \frac{(a-b)\,\mathrm{Cos}\tfrac{1}{2}C}{\mathrm{Sin}\,\varphi} = \frac{(a+b)\,\mathrm{Sin}\tfrac{1}{2}C}{\mathrm{Cos}\,\varphi} \end{aligned}\right\} \ldots 7),$$

où l'angle φ doit être employé positif et moindre que 90°, et l'on doit se servir de la première ou seconde des valeurs de c, suivant que la caractéristique du logarithme de $\mathrm{Tg}\,\varphi$ est composée de deux chiffres ou d'un seul.

J'ajouterai, à l'usage des commençants, la déduction suivante très-élémentaire des équations 7) *).

Soit ABC (Tab. VII) un triangle, dont le côté $BC > AC$. Ayant prolongé BC vers D, posons $CD = CE = CA$, joignons

---

ver que, celle-ci étant adoptée pour unité, chaque logarithme contenu dans α, β, γ amenera la possibilité d'une erreur égale à $\frac{1}{2}$, et que, de plus, le passage, au moyen des tables trigonométriques, de $L\,\mathrm{Tg}\,\varphi$ à $L\,\mathrm{Sin}\,\varphi$ ou $L\,\mathrm{Cos}\,\varphi$, amenera la possibilité d'une erreur dans ces derniers logarithmes égale à $\frac{1}{2}$ + la variation des mêmes logarithmes correspondante à celle de $\frac{1}{2}$ dans $L\,\mathrm{Tg}\,\varphi$. Les limites dont il s'agit seront donc $1 + \frac{3}{2}\,\mathrm{Cos}\,\varphi^2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\mathrm{Cos}\,\varphi^2$ et $1 + \frac{3}{2}\,\mathrm{Sin}\,\varphi^2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\mathrm{Sin}\,\varphi^2$, c'est-à-dire $\frac{3}{2} + 2\,\mathrm{Cos}\,\varphi^2$ et $\frac{3}{2} + 2\,\mathrm{Sin}\,\varphi^2$.

*) La première moitié de cette déduction est connue depuis long-temps, mais il a fallu la répéter ici, puisque la détermination de c est étroitement liée à celle de φ.

AD, AE et menons EF parallèle à AD. L'angle CAD étant égal à CDA, et CAE à CEA, l'angle DAE sera la moitié de la somme des angles du triangle ADE, et par conséquent droit. Donc l'angle AEF sera aussi droit, et par suite

$$DA : EF = \mathrm{Tg}\, AED : \mathrm{Tg}\, EAF.$$

Or, EF étant parallèle à DA, on a

$$DA : EF = BD : BE.$$

Donc

$$BD : BE = \mathrm{Tg}\, AED : \mathrm{Tg}\, EAF.$$

Désignant les côtés du triangle ABC respectivement opposés aux angles A, B, C par a, b, c, et l'angle EAF par φ, on aura

$$BD = a + b,\ BE = a - b,$$

$$\angle AED = \tfrac{1}{2} ACD = \tfrac{1}{2}(180^\circ - C) = 90^\circ - \tfrac{1}{2}C,\ \mathrm{Tg} AED = \mathrm{Cot}\tfrac{1}{2}C.$$

Donc

$$a + b : a - b = \mathrm{Cot}\tfrac{1}{2}C : \mathrm{Tg}\,\varphi = \tfrac{a-b}{a+b}.\mathrm{Cot}\tfrac{1}{2}C.$$

De plus

$$A = BAC = EAC + EAF = AED + EAF = 90^\circ - \tfrac{1}{2}C + \varphi,$$

$$B = AED - EAF = 90^\circ - \tfrac{1}{2}C - \varphi.$$

Enfin, les triangles BAE et BAD donnent

$$\mathrm{Sin}\, BAE : \mathrm{Sin}\, BEA = BE : BA$$

$$\mathrm{Sin}\, BAD : \mathrm{Sin}\, BDA = BD : BA,$$

et l'on a évidemment,

$\text{Sin}\, BEA - \text{Sin}\, AED = \text{Sin}\,(90^\circ - \frac{1}{2}C) = \text{Cos}\,\frac{1}{2}C,$

$\text{Sin}\, BAD = \text{Sin}\,(90^\circ + \varphi) = \text{Sin}\,[180^\circ - (90^\circ - \varphi)] = \text{Sin}\,(90^\circ - \varphi) = \text{Cos}\,\varphi,$

$\text{Sin}\, BDA = \text{Sin}\,\frac{1}{2}C.$

Donc

$$\text{Sin}\,\varphi : \text{Cos}\,\tfrac{1}{2}C = a - b : c = \frac{(a-b)\,\text{Cos}\,\frac{1}{2}C}{\text{Sin}\,\varphi}$$

$$\text{Cos}\,\varphi : \text{Sin}\,\tfrac{1}{2}C = a + b : c = \frac{(a+b)\,\text{Sin}\,\frac{1}{2}C}{\text{Cos}\,\varphi}.$$

DEDUCTIO

TIRONUM USUI ACCOMMODATA FORMULARUM COMMODISSIMARUM AD COMPUTANDOS ANGULOS TRIANGULI RECTILINEI EX DATIS EJUS LATERIBUS,

AUCTORE

HENR. GUST. BORENIO.

(Societ. exhib. d. 4 Febr. 1839).

Notum est in tradendis trigonometriæ elementis demonstrationes geometricas plerumque tironibus multo magis arridere, atque clarius ab iis perspici et intelligi, quam demonstrationes analyticas; quamvis his eandem ac illis tribuendam esse fidem nemo certe negaverit. Quam etiam ob causam elementa hujus disciplinæ a multis auctoribus ita proposita invenimus, ut vel demonstrationibus analyticis haud supervacaneum duxerint addere geometricas, vel deductionem formularum maxime necessariarum geometricæ præcipue demonstrandi methodo superstruxerint. Cum vero auctores hunc in modum omnes ceteros trigonometriæ planæ casus geometrice tractasse deprehenderimus, in casu ultimo, in quo datis trianguli rectilinei lateribus determinandi sunt anguli, ejusmodi tra-

ctandi ratio geometrica eo magis desiderari nobis visa est, quod formularum deductio methodo analytica ad hunc casum valde complicata, atque conceptui tironum minime accommodata evaderet. Quam ob rem me haud prorsus inutilem suscepturum esse laborem judicavi, si desideratam illam hucusque methodum, qua, in casu de quo agitur, geometrico præcipue modo deducendæ sunt formulæ calculis practicis accommodatissimæ, investigandam mihi sumerem; cujus rei nunc tentamen a me factum Societatis scientiarum Fennicæ indulgenti subjicere mihi liceat censuræ.

Sit G (Tab. VIII) centrum circuli in triangulo ABC inscripti, radius vero hujus circuli $DG = EG = FG = r$; eruntque anguli A, B et C per lineas AG, BG et CG in partes æquales divisi. Producta linea AC eousque ut sit $AH = AB$, punctisque B et H per lineam BH conjunctis, habebimus, significantibus a, b, c lateribus oppositis angulis A, B, C,

$$a = BE + EC = BE + FC,$$
$$b = AF + FC = AD + FC,$$
$$c = AD + DB = AD + BE;$$

unde, posito $\frac{a+b+c}{2} = s$, erit

$$s = AD + BE + FC,$$
$$s - a = AD,$$
$$s - b = BE,$$
$$s - c = FC;$$

adeoque

$$\operatorname{Tg} \tfrac{1}{2}A = \frac{r}{s-a},$$

$$\operatorname{Tg} \tfrac{1}{2}B = \frac{r}{s-b},$$

$$\operatorname{Tg} \tfrac{1}{2}C = \frac{r}{s-c}.$$

Cum vero in quovis triangulo summa duorum laterum sit ad eorundem laterum differentiam in ratione tangentium dimidiæ summæ atque dimidiæ differentiæ angulorum oppositorum, habebimus in triangulo HBC

$$HC+BC : HC-BC = \operatorname{Tg} \tfrac{1}{2}(HBC+BHC) : \operatorname{Tg} \tfrac{1}{2}(HBC-BHC).$$

id est

$$HC+BC : HC-BC = \operatorname{Tg} \tfrac{1}{2}(180^\circ - C) : \operatorname{Tg} \tfrac{1}{2}(HBC-HBA).$$

vel

$$b+c+a : b+c-a = \operatorname{Cot} \tfrac{1}{2}C : \operatorname{Tg} \tfrac{1}{2}B.$$

unde

$$\frac{b+c+a}{2} : \frac{b+c-a}{2} = \frac{1}{\operatorname{Tg} \frac{1}{2}C} : \operatorname{Tg} \tfrac{1}{2}B,$$

id est

$$s : s-a = \frac{s-c}{r} : \frac{r}{s-b}.$$

adeoque

$$\frac{sr}{s-b} = \frac{(s-a)(s-c)}{r};$$

quæ æquatio dabit

$$sr^2 = (s-a)(s-b)(s-c),$$

eritque igitur

$$r = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}}.$$

Habebimusque igitur ad hunc casum formulas

$$\left.\begin{aligned} r &= \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}} \\ \mathrm{Tg}\,\tfrac{1}{2}A &= \frac{r}{s-a} \\ \mathrm{Tg}\,\tfrac{1}{2}B &= \frac{r}{s-b} \\ \mathrm{Tg}\,\tfrac{1}{2}C &= \frac{r}{s-c} \end{aligned}\right\} \ldots 1);$$

vel, substituto valore quantitatis r,

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{Tg}\,\tfrac{1}{2}A &= \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}} \\ \mathrm{Tg}\,\tfrac{1}{2}B &= \sqrt{\frac{(s-a)(s-c)}{s(s-b)}} \\ \mathrm{Tg}\,\tfrac{1}{2}C &= \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}} \end{aligned}\right\} \ldots 2).$$

Adhibendæ vero sunt ex his formulæ 2) vel 1), prout vel unus quilibet, vel omnes determinandi sunt anguli.

Si quæratur area trianguli, observandum est triangulorum BGC, AGC et AGB areas habere $\frac{ar}{2}$, $\frac{br}{2}$ et $\frac{cr}{2}$; unde in triangulo ABC erit

$$\begin{aligned} \text{Area} &= \frac{ar}{2} + \frac{br}{2} + \frac{cr}{2}, \\ &= sr, \\ &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}. \end{aligned}$$

NÅGRA ANMÄRKNINGAR

OM

XYLOPHAGUS MACULATUS,

AF

CARL REINH. SAHLBERG.

(Föredragne för Vet. Soc. d. 25 April 1839.)

Då denna Fluga första gången blef beskrefven och benämnd af den berömde Dipterologen Joh. Wilh. Meigen i dennes äldre arbete: *Klassificazion und Beschreibung der Europäischen Zweyflügligen Insekten*, tryckt i Braunschweig 1804, hade han deraf sett endast ett han-exemplar, som en Herr Baumhauer funnit på uppradad ved i skogen vid S:t Germain nära intill Paris. Sexton år derefter utkom andra delen af samme Författares nyare verk: *Systematische Beschreibung der bekannten Europäischen Zweyflügeligen Insekten*, hvaruti Xylophagus maculatus åter är upptagen. Oaktadt denna långa mellantid, hvilken Meigen med outtröttelig flit använde att insamla Insekter af Dipter-ordningen, och oaktadt de vidsträckta förbindelser han förskaffat sig med Eu-

ropas öfriga Dipterologer, hade det dock ännu icke lyckats honom att få undersöka flere individuer af denna flugart, än den förutnämnde af Baumhauer funne Hanen och dertill ännu blott en Hona, hvilken blifvit honom tillskickad af Herr Megerle von Mühlefeld ifrån Wien. Emellertid hade väl också framledne Professoren Fallén, uti sina i Lund utgifna Disputationer om Sveriges Tvåvingade Flugor, uppgifvit Xylophagus maculatus, såsom Svensk; men äfven han anmärker, att deraf blott ett exemplar blifvit fångadt i en trädgård i S:t Olofs Socken i Skåne. Den obestämda uppgift, som förekommer i Fabricii *Systema Antliatorum*, att nemligen denna flugas hemvist vore Tyskland, synes så mycket mera vara opålitlig och på höft tagen, som anledning är att förmoda, att den saknades i Fabricii Samling, och att han endast på Meigens auctoritet införde den i sitt verk. Emedan nu ända till år 1826, då Fallén utgaf Supplementerna till sitt i Disputationer fulländade arbete öfver Svenska Dipterer, vetterligen endast 3:ne individuer af Xylophagus maculatus voro kända, så borde denna Fluga anses för en af Europas mest sällsynta Insekter. Då dessutom Meigen i sitt nyare verk anmärker, att larfven äfvensom puppan till Xylophagus maculatus är alldeles okänd, så torde följande upplysningar för Entomologer icke sakna allt värde.

För hvar och en, som älskar att känna Finlands Naturalster, är den upptäckt, att äfven vår Fauna hyser denna sällsynta

Flugart, må hända icke utan intresse; och den som sysselsätter sig med undersökningar om Insekters Geographiska utbredning, upplyses derigenom, att Xylophagus maculatus har sitt hemvist betydligen högre opp i Norden, än man härtills haft sig bekant.

Om våren år 1828 var jag i tillfälle att tidigare och oftare än både förut och sedermera besöka en skogstrakt, som för de många utmärkt sällsynta Insekter, hvilka der blifvit fångade, tillvunnit sig icke blott min utan äfven andra Finska Insektsamlares uppmärksamhet, och som i omliggande Socknar allmänt kallas *Kolwa,* eller *Kolwa skogen,* samt ligger på sydvestra sidan om Säkylä eller Pyhäjärvi Träsk, vid pass 5 mil norr om Åbo. En fareld hade för 3 eller 4 år förut till den grad förstört en icke obetydlig flacka af den del af denna skog som tillhör Yläne Kapell, att blott här och hvar något enda förtorkadt träd ännu stod qvar, men de öfriga lågo nedblåsta, mer och mindre torra eller öfvergångna till förruttnelse. Då jag en dag, i slutet af Maji månad, jemte några andra sökte Skalbaggar på denna förbrända skogsmark, fann en af mina biträdare under barken på en nedfallen förtorkad Asp, som låg på en Berghäll, ett så betydligt antal Puppor, att han tillkallade mig att se på dem. Som dessa för mig voro okända, så plockades af dem omkring 50 stycken i en liten flaska, hvilken jag efter min hemkomst ställde på ett fönster, mera af nyfikenhet att få erfara hvilken Insekt dessa puppor skulle tillhöra, än under hopp att af dem erhålla några rariteter. Efter

få dagar hade redan några flugor blifvit utkläckta, hvilka vid anställd undersökning befunnos vara den af Meigen beskrefne Xylophagus maculatus. De återstående Pupporna blefvo nu med all möjlig omsorg vårdade: och inom en vecka hade jag den glädjen att erhålla omkring 30 fullbildade exemplar af denna likaså vackra som sällsynta Flugart. Så snart denna skörd var gjord, reste jag genast åter till Kolwa, för att uppsöka den väl bekanta torra Aspen, och att antingen ännu under dess bark inberga flera Puppor, eller i trakten deromkring uppfånga några af de ifrån dessa möjligen redan utkrupna Flugorna. Men min resa misslyckades helt och hållet. Af minst 200 Puppor, som ännu funnos qvar i samma Asp, hvarifrån jag förut tagit omkring 50, återstod icke en enda, som icke var tom; och förgäfves bemödade jag mig äfven att finna någon utvecklad Xylophagus maculatus. I flera dagar skalades barken ifrån alla Aspar som på den vidsträckta förbrända flackan öfverkommos, och under hela sommaren var min uppmärksamhet i synnerhet fästad på kullfallna Aspar; men icke en puppa stod mera att på förutnämnde skogsflacka finnas. Deremot, då jag om hösten i September månad, uti en invid den förbrända skogsmarken belägen mörk och djup Granskog, egenteligen sysselsatt att undersöka Svampar, då och då äfven under barken på vindfällen anställde ytterligare forskningar, fann jag i den svarta mycket fuktiga inre barken af en stor, gammal, längesedan nedfallen Asp, en hop hvitgråa 5 linier långa larfver, hvilka tycktes vara mogna att öfvergå till puppor, och hvilkas något

platta form gaf mig anledning att misstänka, att de möjligen kunde tillhöra Xylophagus maculatus. Varsamt inflyttades några af dem åter i en flaska, och insattes vid hemkomsten under barken på ett stycke asp, som sedan förvarades på skuggrikt ställe. Men alla larver voro döda och förtorkade då jag i December eftersåg dem; sannolikt emedan de saknade den temperatur, fuktighet och skugga som de voro ämnade att hafva i en skog, der solen icke kunde åtkomma deras bostad.

Följande året, då jag i den mörka Granskogen åter anträffade förutnämnda hvitgråa larfver, märkte jag de Aspar, uti hvilka dessa funnos, och tillsade en Dräng att tidigt nästinstundande vår under barken uppsöka och insamla sådana puppor, som det prof, jag gaf honom, utvisade. Denna utväg lyckades utöfver min förhoppning, så att jag vid min ankomst till Yläne midsommarstiden år 1830 fick emottaga nära 80 uppstuckna fullbildade exemplar af ifrågavarande Xylophagus.

Till följe af denna erfarenhet, och hvilken jag äfven sedermera varit i tillfälle att förnya, anser jag det vara fullkomligen upplyst, att denna sällsynta fluga undergår sina Metamorphoser i den svarta, fuktiga, förruttnande inre barken på mycket gamla nerfallna Aspar, uti mörka och djupa skogar, och att den utgår ur sin puppa tidigt om våren. Att de första pupporna funnos på den

förbrända skogsflackan, i en mera torr Asp, var säkert en blott tillfällighet, hvilken möjligen kan förklaras antingen af den mörka obrända skogens nära grannskap, eller ock deraf, att den torra Aspen föregående sommaren, då äggen lades deruti, kunde hafva varit beskuggad af en hop då ännu uppstående träd.

Anmärkningsvärdt är emellertid det, att under 10 års förlopp, och oaktadt jag otaliga gånger besökt den skog, der jag årligen sett både larfver och puppor af Xylophagus maculatus, likväl icke ett enda exemplar deraf blifvit fångadt eller ens sett i sitt utvecklade tillstånd. Månne denna flugas lifstid är så ephemeriskt kort, att den derföre så ytterst sällan anträffas? Deremot talar likväl Professor Falléns uppgift, att den i Skåne, der den säkert tidigare än hos oss utkläckes, fångades ännu i Julii månad. Eller månne den, för att i de mörka skogarne komma närmare ljuset, uppehåller sig högre opp på trädstammarna, eller månne den, lika ömtålig för solljuset, som många andra trädätande Insekter, och som den i sitt larf- och puppe-tillstånd sjelf tyckes vara, endast flyger i mörkret eller skymningen? Eller månne möjligen den har någon fiende, som just vid dess utgång ifrån sin förvandlingsplats genast uppfångar den? Dessa frågor skall väl en framtida erfarenhet närmare besvara. Af den mängd puppor och larfver jag sett, synes det mig sannolikt, att den utbildade flugans sällsynthet icke bör tillskrifvas en alltför sparsam propagation hos densamma.

Sluteligen får jag här, till Insektsamlares upplysning, tillägga en kort beskrifning på puppan till denna fluga. Den är till färgen ljusbrun eller gråaktigt brun, omkring 5 linier lång, ofvanifrån och neråt något plattad, med åt sidorna utstående dock icke synnerligen skarpa kanter, samt är sammansatt af 12 väl märkbara ringar eller segmenter.

NOTE

SUR

LA THÉORIE ANALYTIQUE DES MAXIMA ET MINIMA,

PAR

N. G. DE SCHULTÉN.

(Lu à la Société, le 9 Dec. 1839.)

Tous les auteurs du Calcul Différentiel enseignent que les valeurs de x, qui rendent une fonction quelconque reelle fx un maximum ou minimum, rendent aussi son coefficient différentiel du premier ordre par rapport à cette variable nul ou infini. Je vais faire voir que cette règle, considérée jusqu'ici comme générale, souffre des exceptions.

En effet la fonction

$$1+4x^2+\int_0 dx \,\mathrm{Sin}\frac{1}{x}$$

en offre une, puisqu'elle présente un véritable minimum pour $x=o$, sans que son coefficient différentiel par rapport à x, qui dans ce cas devient

$$\mathrm{Sin}\frac{1}{o},$$

soit nul ni infini.

Pour le prouver, j'observe que x étant positif, m un nombre quelconque entier et positif, et $\pi = 3,14159..$, l'expression

$$\int_{\frac{1}{(m+1)\pi}}^{\frac{1}{m\pi}} dx \,\mathrm{Sin}\frac{1}{x} + \int_{\frac{1}{(m+2)\pi}}^{\frac{1}{(m+1)\pi}} dx \,\mathrm{Sin}\frac{1}{x}$$

a nécessairement pour limites

$$o \text{ et } \pm \frac{1}{\pi}\left(\frac{1}{m(m+1)} - \frac{1}{(m+1)(m+2)}\right);$$

le signe $+$ ou $-$ ayant lieu suivant que m est pair ou impair *).

Donc, pour un nombre quelconque pair n, l'intégrale

$$\int_{\frac{1}{(m+n)\pi}}^{\frac{1}{m\pi}} dx \,\mathrm{Sin}\frac{1}{x}$$

sera comprise entre zéro et

$$\pm \frac{1}{\pi}\left\{\frac{1}{m(m+1)} - \frac{1}{(m+1)(m+2)} + \frac{1}{(m+2)(m+3)} - \frac{1}{(m+3)(m+4)} + \ldots \right.$$
$$\left. + \frac{1}{(m+n-2)(m+n-1)} - \frac{1}{(m+n-1)(m+n)}\right\};$$

c'est-à-dire entre

$$o \text{ et } \pm \frac{1}{\pi m(m+1)};$$

le double signe étant employé comme auparavant.

Ce résultat ayant lieu quelque grand que soit n, sera encore vrai pour $n = \infty$, d'où

*) Ce résultat, qu'il suffit d'indiquer ici, se vérifie aisément par la construction de la ligne dont l'équation est $y = \mathrm{Sin}\frac{1}{x}$. Il en sera de même des limites de deux autres intégrales, dont nous ferons mention dans ce qui suit.

$$\int_0^{\frac{1}{m\pi}} \mathrm{d}x \,\mathrm{Sin}\frac{1}{x}$$

aura pour limites

$$o \text{ et } \pm\frac{1}{\pi m(m+1)},$$

le signe supérieur répondant à m pair et le signe inférieur à m impair.

Les intégrales

$$\int_0^{\frac{1}{m\pi}} \mathrm{d}x \,\mathrm{Sin}\frac{1}{x} \text{ et } \int_0^{\frac{1}{(m+1)\pi}} \mathrm{d}x \,\mathrm{Sin}\frac{1}{x}$$

auront donc des signes contraires, d'où l'on doit conclure qu'il existe une certaine valeur p, intermédiaire entre $\frac{1}{m\pi}$ et $\frac{1}{(m+1)\pi}$, pour laquelle

$$\int_0^p \mathrm{d}x \,\mathrm{Sin}\frac{1}{x} = o.$$

Désignant par q un nombre quelconque plus grand que p et moindre que $\frac{1}{m\pi}$, et par q' un nombre quelconque moindre que p et plus grand que $\frac{1}{(m+1)\pi}$, nous aurons d'abord

$$\left.\begin{aligned}\int_0^q \mathrm{d}x \,\mathrm{Sin}\frac{1}{x} &= \int_p^q \mathrm{d}x \,\mathrm{Sin}\frac{1}{x} + \int_0^p \mathrm{d}x \,\mathrm{Sin}\frac{1}{x}\\ \int_0^p \mathrm{d}x \,\mathrm{Sin}\frac{1}{x} &= \int_{q'}^p \mathrm{d}x \,\mathrm{Sin}\frac{1}{x} + \int_0^{q'} \mathrm{d}x \,\mathrm{Sin}\frac{1}{x}\end{aligned}\right\},$$

c'est-à-dire

$$\left.\begin{aligned}\int_0^q \mathrm{d}x \,\mathrm{Sin}\frac{1}{x} &= \int_p^q \mathrm{d}x \,\mathrm{Sin}\frac{1}{x}\\ \int_0^{q'} \mathrm{d}x \,\mathrm{Sin}\frac{1}{x} &= -\int_{q'}^p \mathrm{d}x \,\mathrm{Sin}\frac{1}{x}\end{aligned}\right\}.$$

Or, tant $\int_p^q dx \,\text{Sin}\frac{1}{x}$ que $\int_{q'}^{p'} dx \,\text{Sin}\frac{1}{x}$ ont évidemment pour limites

$$o \text{ et } \pm \frac{1}{\pi m(m+1)},$$

le double signe étant employé comme auparavant. Donc

$$\int_o^q dx \,\text{Sin}\frac{1}{x}$$

sera comprise entre

$$o \text{ et } \pm \frac{1}{\pi m(m+1)},$$

et

$$\int_o^{q'} dx \,\text{Sin}\frac{1}{x}$$

entre

$$o \text{ et } \mp \frac{1}{\pi m(m+1)},$$

les signes supérieurs ou inférieurs ayant lieu selon que m est pair ou impair.

De ce qui précède résulte, que l'intégrale

$$\int_o dx \,\text{Sin}\frac{1}{x}$$

est contenue entre les limites

$$+\frac{1}{\pi m(m+1)} \text{ et } -\frac{1}{\pi m(m+1)},$$

pour une valeur quelconque de x plus grande que $\frac{1}{(m+1)\pi}$ et ne surpassant pas $\frac{1}{m\pi}$, m désignant un nombre quelconque entier et positif.

Or, l'inégalité

$$x > \frac{1}{(m+1)\pi}$$

conduit à

$$m+1>\frac{1}{\pi x},\quad m>\frac{1}{\pi x}-1,\quad m(m+1)>\frac{1}{\pi x}\left(\frac{1}{\pi x}-1\right),$$

$$\frac{1}{m(m+1)}<\frac{1}{\frac{1}{\pi x}\left(\frac{1}{\pi x}-1\right)},\quad \frac{1}{\pi m(m+1)}<\frac{\pi x^2}{1-\pi x}.$$

Donc

$$\int_0 \mathrm{d}x \,\mathrm{Sin}\frac{1}{x}$$

sera comprise entre les limites

$$+\frac{\pi x^2}{1-\pi x} \text{ et } -\frac{\pi x^2}{1-\pi x},$$

indépendamment du nombre entier m, c'est-à-dire pour une valeur *quelconque* de x moindre que $\frac{1}{\pi}$.

Or

$$4x^2>\frac{\pi x^2}{1-\pi x},$$

si

$$x<\frac{4-\pi}{4\pi}.$$

Donc l'expression

$$4x^2-\frac{\pi x^2}{1-\pi x},$$

et à plus forte raison la fonction

$$4x^2+\int_0 \mathrm{d}x \,\mathrm{Sin}\frac{1}{x},$$

sera *positive* pour toute valeur de x positive et moindre que $\frac{4-\pi}{4\pi}$ *),

*) La fonction $4x^2+\int_0 \mathrm{d}x\,\mathrm{Sin}\frac{1}{x}$ reste positive pour une valeur quelconque de x (excepté zéro); mais la déduction de cette propriété étant un peu compliquée, je me suis contenté de celle du texte, comme suffisante au but de cette Note.

ce qui, avec la propriété manifeste de cette fonction de ne pas varier par le changement du signe de x, suffit pour établir que la fonction

$$1 + 4x^2 + \int_0 dx \,\mathrm{Sin}\frac{1}{x}$$

présente un véritable *minimum* pour $x = o$.

La remarque actuelle s'étend à des fonctions de plusieurs variables, comme le prouve par ex. l'expression

$$1 + 4(x^2 + y^2) + \int_0^{\sqrt{x^2+y^2}} dz \,\mathrm{Sin}\frac{1}{z},$$

qui offre un minimum pour $x = o$, $y = o$, bien que ses coefficients différentiels du premier ordre par rapport à x et à y deviennent alors $\mathrm{Sin}\frac{1}{o}$.

Il faut conclure de ce qui précède, que la théorie générale des maxima et minima doit être complétée par la considération d'une troisième condition de la possibilité de maximum ou minimum, à laquelle on n'a pas fait attention jusqu'ici, savoir celle, que les coefficients différentiels du premier ordre de la fonction dont il s'agit se trouvent, pour les valeurs de la variable indépendante relatives au maximum ou minimum, *véritablement indéterminés*.

CLIMA HELSINGFORSIÆ,

EX OBSERVATIONIBUS UNDECIM ANNORUM ERUTUM,

EXPONIT

GUST. GABR. HÄLLSTRÖM.

(Societ. exhib. d. 6 Aprilis 1840).

Præcipuum momentum, quod præ reliquis multis clima locorum determinat, calorem aëris atmosphærici esse constat, cui igitur cognoscendo multam, pro suo loco quique, naturæ scrutatores non pauci per longam jam annorum seriem impenderunt operam, unde factum crederes, ut sufficientes sine dubio, climatologiæ multarum regionum cognoscendæ inservientes, jam adsint nobis observationum thermometricarum collectiones. Non utique desunt hæ, sed ita mancas esse illas, ut parum plerumque utilitatis in scientifica rei tractatione afferre hucusque valuerint, attentior animadvertet examinator, quod quidem partim difficultati rei, partim quoque normæ, ad quam sunt institutæ, est tribuendum.

Inter plerosque scilicet observatores bis tantummodo quotidie vel ter, tempore nempe matutino & meridiano, vel etiam matutino, meridiano & vespertino, loci temperiem adnotandi invaluit mos, quo quidem effectum est, ut aliquam de multorum locorum climate jam habeamus notitiam, quæ vero longe abest ut completa censeatur, quia ex hisce duabus vel tribus observationibus non facile poteris de statu intermedio reliquorum temporum concludere. Cum enim variabilis pro diversis tam anni quam diei temporibus sit ubique aëris temperatura, ad hanc determinandam, vel potius ad inveniendam universalem regulam, secundum quam pro quovis tempore determinetur maxime verisimilis ejus valor, paucorum mensium anni, vel horarum diei, non sufficiunt observationes, quas continua atque longa serie multiplicatas requirit rei ratio. Paucissimi vero fuere observatores, qui tantam huic investigationi, cui non nisi assidua, per singulas horas diei noctisque continuata, attentione omni ex parte esset consultum, impendere vellent vel possent operam, cum contra moris fuit plurimis Meteorologis calorem locorum medium, qui præcipuum constituit eorum characterem climaticum, uti medium arithmeticum e tribus observationibus memoratis, vel etiam e duabus, minimi scilicet & maximi caloris, determinare, omissa prævia accuratius instituenda disquisitione, quatenus magis vel minus ad veritatem accedat hæc approximatio. Neque umquam certe sperandum videtur fore, ut in posterum magis quam hucusque omnibus numeris completæ ubique instituantur observationes meteorologicæ, quare scientiæ nostræ promovendæ

optime consulere nos censendum est, si examinamus, quomodo frequentissimis hisce antiquiorum observationibus, quæ alioquin omnino inanes perirent, in emolumentum scientiæ rite possimus uti. Fundamentum vero hujus examinis aliter non posse rite poni facile apparet, quam ut certa eligantur loca, ubi per aliquod tempus studio ita indefesso instituantur observationes, ut ex mutua earum ratione de reliquis certæ possint fieri conclusiones.

Adsunt jam, uti notum, tales plurium locorum observationes, quarum diligentius examinandarum occasionem mox arripiendam nobis reservamus. Hæc quidem egregia efficiunt ad Meteorologiam promovendam adjumenta; nondum vero certe constat an determinationibus ceterorum quoque locorum normæ instar plene omnino possint inservire. Exoptandum itaque est fore, ut quotquot poterint naturæ scrutatores, his negotiis suo quique loco operam impendant necessariam, quo tandem, sufficiente parata observationum copia, innotescat an universales quædam ubique terrarum æque adhibendæ inveniantur leges, vel an diversæ pro variis locis eruendæ sint.

In id omni studio diu invigilavimus, ut quo exoptatiores essent observationes characterem climatis regionis nostræ hyperboreæ definituræ, eo diligentius adnotarentur. Ipsi quidem a medio jam anni 1820 ad medium anni 1827, horis omnibus diurnis a matutina septima ad vespertinam undecimam inclusive, temperiem

aëris quotidie Aboæ adnotavimus, vel nobis absentibus adnotandam curavimus, addita observatione caloris minimi nocturni a Thermometrographo indicati. Quum vero hæ observationes flammis perirent, Helsingforsiam deinde advenientibus nobis curæ erat, ut similes hic instituеremus, quas igitur annorum jam undecim, ab initio nempe anni 1829 ad finem anni 1839, collectas habemus, & quidem in usum scientificum adhibendas esse judicamus. Usi sumus Thermometro centigrado in umbra posito, atque ad distantiam 12 pedum supra solum libere suspenso, supra libellam vero maris ad 50 pedum altitudinem circiter elevato. Permisit vitæ nostræ ratio, ut continuo fere ipsi hisce occupationibus invigilare possemus; cum vero interdum tamen pauciorum horarum intervallo ita abesse cogeremur, ut in observationibus nostris hic illic lacunæ orirentur, easdem adhibita interpolatione apta, methodo graphica confecta, ita supplevimus, ut nullus e defectu quarundam observationum error assignabilis sit metuendus. Et quidem in schedis nostris originariis omnes illos valores, qui tali interpolatione sunt determinati, signo notavimus, quo & nobis ipsis, & aliis quorum interest, si dubia quædam posthac orirentur, occasio eosdem accuratius examinandi non deesset. Continet sequens conspectus horum observationum media arithmetica cujusque anni mensis & horæ seorsim quæsita.

Hora diei.	*Mense Januario annorum*											Medium annorum.
	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	
Minim. nocturn.	—13,61	—11,50	—13,79	— 6,99	— 5,71	—13,28	— 4,83	— 9,02	— 8,00	—14,30	— 7,05	— 9,83
a. m. 7	—11,94	— 9,83	—11,97	— 4,89	— 4,06	—10,90	— 3,82	— 7,98	— 7,96	—14,26	— 6,40	— 8,55
8	—11,82	— 9,75	—11,45	— 4,58	— 3,92	—10,51	— 3,80	— 7,95	— 8,02	—14,19	— 6,04	— 8,37
9	—11,61	— 9,73	—11,29	— 4,49	— 3,76	—10,30	— 3,74	— 7,98	— 8,04	—14,07	— 5,66	— 8,24
10	—11,28	— 9,10	—10,98	— 4,18	— 3,50	—10,11	— 3,32	— 7,78	— 7,80	—13,73	— 5,37	— 7,92
11	—10,82	— 8,45	—10,70	— 4,00	— 3,19	— 9,91	— 2,84	— 7,18	— 7,20	—13,19	— 4,65	— 7,47
Merid. 12	—10,58	— 8,04	—10,48	— 3,91	— 2,84	— 9,71	— 2,22	— 6,72	— 6,52	—12,57	— 4,31	— 7,08
p. m. 1	—10,41	— 7,81	—10,01	— 3,82	— 2,63	— 9,57	— 2,09	— 6,43	— 6,35	—12,28	— 4,19	— 6,87
2	—10,26	— 7,75	—10,01	— 3,92	— 2,60	— 9,73	— 2,19	— 6,34	— 6,27	—12,32	— 4,13	— 6,87
3	—10,40	— 7,94	—10,23	— 4,23	— 2,71	— 9,95	— 2,29	— 6,60	— 6,51	—12,46	— 4,21	— 7,05
4	—10,70	— 8,14	—10,56	— 4,52	— 2,82	—10,24	— 2,45	— 6,81	— 6,51	—12,61	— 4,52	— 7,26
5	—11,10	— 8,42	—10,88	— 4,73	— 2,82	—10,42	— 2,49	— 6,93	— 6,81	—12,90	— 4,78	— 7,48
6	—11,12	— 8,40	—11,21	— 4,75	— 2,87	—10,68	— 2,62	— 7,01	— 6,83	—13,12	— 4,87	— 7,59
7	—11,18	— 8,52	—11,47	— 4,74	— 2,98	—10,95	— 2,88	— 7,06	— 6,89	—13,28	— 4,98	— 7,72
8	—11,43	— 8,54	—11,53	— 4,79	— 3,18	—11,14	— 3,08	— 7,10	— 6,94	—13,47	— 4,95	— 7,83
9	—11,57	— 8,55	—11,48	— 4,83	— 3,18	—11,37	— 3,22	— 7,06	— 7,06	—13,60	— 5,03	— 7,90
10	—11,61	— 8,70	—11,41	— 4,77	— 3,39	—11,47	— 3,33	— 6,94	— 7,01	—13,73	— 5,25	— 7,97
11	—11,63	— 9,04	—11,53	— 4,80	— 3,58	—11,54	— 3,43	— 6,94	— 7,02	—13,85	— 5,40	— 8,07

Hora diei.	*Mense Februario annorum*											Medium anno-rum.
	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	
Minim. nocturn.	−16,00	−10,50	−9,15	−4,02	−7,66	−7,11	−3,35	−7,17	−4,68	−15,40	−8,7	−8,53
a. m. 7	−16,00	−10,48	−6,80	−2,05	−6,35	−4,94	−3,03	−4,97	−3,90	−15,20	−8,20	−7,45
8	−15,23	−10,21	−6,18	−1,80	−6,28	−4,31	−2,79	−4,66	−3,53	−14,08	−7,69	−6,9
9	−14,56	−9,55	−5,81	−1,35	−5,79	−3,92	−2,38	−4,34	−3,24	−13,06	−7,30	−6,48
10	−13,55	−8,53	−4,83	−0,94	−5,13	−3,63	−1,89	−3,69	−2,77	−11,97	−6,42	−5,76
11	−12,76	−7,66	−4,24	−0,50	−4,40	−3,10	−1,40	−3,16	−2,18	−11,04	−5,66	−5,10
Merid. 12	−12,23	−6,92	−3,87	−0,07	−3,99	−2,76	−1,16	−2,73	−1,87	−10,19	−5,04	−4,62
p. m. 1	−11,63	−6,39	−3,59	+ 0,31	−3,59	−2,48	−1,07	−2,55	−1,44	−9,58	−4,64	−4,24
2	−11,45	−6,53	−3,77	+ 0,33	−3,73	−2,39	−1,11	−2,51	−1,62	−9,38	−4,70	−4,24
3	−11,70	−6,89	−4,06	+ 0,31	−3,92	−2,59	−1,31	−2,69	−1,67	−9,50	−4,73	−4,43
4	−12,27	−7,35	−4,37	−0,13	−4,35	−2,79	−1,46	−2,98	−1,99	−9,76	−5,30	−4,79
5	−13,04	−7,68	−4,66	−0,43	−4,55	−3,21	−1,68	−3,45	−2,16	−10,50	−6,01	−5,22
6	−13,70	−7,89	−4,76	−0,72	−4,75	−3,42	−1,87	−3,83	−2,31	−11,15	−6,26	−5,50
7	−13,91	−8,06	−4,75	−0,95	−4,83	−3,55	−2,05	−4,07	−2,46	−11,48	−6,56	−5,70
8	−13,99	−8,31	−4,85	−1,22	−4,94	−3,65	−2,19	−4,26	−2,63	−11,68	−6,84	−5,87
9	−14,30	−8,59	−5,04	−1,37	−4,92	−3,72	−2,25	−4,44	−2,72	−12,06	−7,08	−6,05
10	−14,61	−8,75	−5,24	−1,45	−5,10	−3,67	−2,47	−4,70	−2,86	−12,42	−7,37	−6,24
11	−14,63	−8,90	−5,35	−1,51	−5,26	−3,70	−2,58	−4,93	−2,97	−12,60	−7,74	−6,47

Hora diei.	Mense Martio annorum											Medium annorum.
	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	
Minim. nocturn.	—12,20	— 5,50	—12,47	— 4,93	— 9,29	— 4,61	— 4,23	— 2,14	—10,51	—10,50	—12,95	— 8,12
a. m. 7	—11,69	— 4,86	— 9,59	— 2,88	— 7,59	— 3,38	— 3,36	— 0,24	— 8,01	—10,20	—12,40	— 6,75
8	—10,56	— 3,96	— 8,43	— 2,25	— 6,72	— 2,78	— 2,73	+ 0,31	— 7,05	— 9,38	—11,38	— 5,90
9	— 8,91	— 2,74	— 6,71	— 1,55	— 5,58	— 2,02	— 1,72	+ 0,91	— 5,43	— 8,27	— 9,71	— 4,70
10	— 7,49	— 1,84	— 5,21	— 0,90	— 4,65	— 0,97	— 0,79	+ 1,41	— 4,28	— 6,97	— 8,05	— 3,61
11	— 6,64	— 1,01	— 4,20	— 0,58	— 3,81	— 0,20	— 0	+ 1,68	— 3,16	— 6,00	— 6,61	— 2,78
Merid. 12	— 5,84	— 0,59	— 3,52	— 0,40	— 3,28	+ 0,35	+ 0,51	+ 1,70	— 2,36	— 5,25	— 5,65	— 2,21
p. m. 1	— 5,45	— 0,25	— 2,90	— 0,30	— 2,87	+ 0,70	+ 0,72	+ 1,65	— 2,03	— 4,40	— 5,12	— 1,84
2	— 5,04	— 0,04	— 2,84	— 0,34	— 2,55	+ 0,69	+ 0,86	+ 1,62	— 1,95	— 4,06	— 4,82	— 1,68
3	— 5,31	— 0,22	— 2,87	— 0,48	— 2,66	+ 0,42	— 0,74	+ 1,54	— 2,10	— 3,99	— 4,84	— 1,93
4	— 5,96	— 0,22	— 3,26	— 0,79	— 3,06	+ 0,14	— 0,32	+ 1,38	— 2,50	— 4,33	— 5,16	— 2,19
5	— 6,69	— 1,05	— 4,17	— 1,27	— 3,69	— 0,17	— 0,31	+ 1,08	— 3,00	— 4,97	— 5,88	— 2,74
6	— 7,57	— 1,89	— 5,19	— 1,65	— 4,18	— 0,67	— 0,90	+ 0,78	— 3,97	— 5,85	— 7,09	— 3,47
7	— 8,37	— 2,33	— 6,11	— 1,88	— 4,74	— 1,07	— 1,54	+ 0,55	— 4,66	— 6,64	— 8,05	— 4,08
8	— 8,92	— 2,79	— 6,80	— 2,07	— 5,19	— 1,43	— 1,95	+ 0,41	— 4,90	— 7,12	— 8,53	— 4,48
9	— 9,46	— 3,15	— 7,26	— 2,15	— 5,63	— 1,68	— 2,21	+ 0,26	— 5,64	— 7,55	— 8,91	— 4,85
10	— 9,92	— 3,55	— 7,96	— 2,27	— 5,91	— 1,90	— 2,28	+ 0,08	— 6,24	— 8,08	— 9,18	— 5,20
11	—10,27	— 3,65	— 8,31	— 2,41	— 6,08	— 2,20	— 2,47	— 0,08	— 7,80	— 8,57	— 9,12	— 5,58

Hora diei.	Mense Aprili annorum											Medium annorum.
	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	
Minim. nocturn.	— 4,40	— 2,51	— 2,39	— 1,99	— 3,58	— 0,40	— 2,67	— 0,01	— 3,73	— 3,00	— 5,22	— 2,72
a. m. 7	— 3,00	+ 0,66	+ 1,34	+ 1,63	— 0,92	+ 1,39	— 0,57	+ 2,10	— 1,30	— 2,20	— 2,87	— 0,39
8	— 1,87	+ 0,96	+ 2,45	+ 2,79	— 0,27	+ 2,37	+ 0,52	+ 3,00	+ 0,19	— 1,18	— 1,60	+ 0,67
9	— 0,80	+ 1,73	+ 3,38	+ 3,83	+ 0,63	+ 3,42	+ 1,57	+ 3,43	+ 1,31	— 0,03	— 0,47	+ 1,64
10	— 0,01	+ 2,46	+ 4,05	+ 4,67	+ 1,59	+ 4,19	+ 2,34	+ 3,88	+ 2,23	+ 0,82	+ 0,59	+ 2,44
11	+ 0,43	+ 2,93	+ 4,49	+ 5,05	+ 2,23	+ 4,79	+ 2,87	+ 4,36	+ 3,02	+ 1,52	+ 1,39	+ 3,01
Merid. 12	+ 0,87	+ 3,24	+ 4,77	+ 5,28	+ 2,50	+ 4,94	+ 3,22	+ 4,75	+ 3,41	+ 2,00	+ 2,06	+ 3,37
p. m. 1	+ 1,17	+ 3,36	+ 5,10	+ 5,18	+ 2,91	+ 5,18	+ 3,16	+ 5,07	+ 3,80	+ 2,52	+ 2,27	+ 3,61
2	+ 1,30	+ 3,31	+ 5,06	+ 5,14	+ 3,08	+ 5,22	+ 3,24	+ 5,14	+ 4,12	+ 2,88	+ 2,34	+ 3,71
3	+ 1,02	+ 3,14	+ 4,92	+ 5,05	+ 2,85	+ 5,11	+ 3,25	+ 4,95	+ 4,24	+ 2,84	+ 2,16	+ 3,59
4	+ 0,32	+ 2,82	+ 4,68	+ 4,75	+ 2,67	+ 4,86	+ 3,24	+ 4,93	+ 3,96	+ 2,78	+ 2,13	+ 3,38
5	+ 0,14	+ 2,19	+ 4,25	+ 4,35	+ 2,37	+ 4,45	+ 2,94	+ 4,45	+ 3,55	+ 2,37	+ 1,45	+ 2,96
6	— 0,45	+ 1,62	+ 3,86	+ 3,64	+ 1,73	+ 3,82	+ 2,45	+ 3,99	+ 2,81	+ 1,64	+ 0,88	+ 2,35
7	— 1,13	+ 1,05	+ 3,05	+ 2,95	+ 1,01	+ 3,27	+ 1,65	+ 3,40	+ 1,64	+ 0,68	— 0,25	+ 1,58
8	— 1,84	+ 0,61	+ 2,32	+ 2,26	+ 0,27	+ 2,69	+ 0,91	+ 3,03	+ 0,67	+ 0,05	— 1,13	+ 0,89
9	— 2,48	+ 0,33	+ 1,70	+ 1,71	— 0,02	+ 2,06	+ 0,39	+ 2,92	+ 0,07	— 0,49	— 1,75	+ 0,44
10	— 2,96	+ 0,11	+ 1,03	+ 1,29	— 0,32	+ 1,71	+ 0,08	+ 2,75	— 0,37	— 0,94	— 2,25	— 0,17
11	— 3,31	— 0,10	+ 0,52	+ 0,99	— 0,53	+ 1,25	— 0,16	+ 2,58	— 0,91	— 1,29	— 2,62	— 0,33

Hora diei.	*Mense* *Majo* *annorum*											Medium anno-rum.
	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	
Minim. nocturn.	5,00	0,79	3,77	2,39	2,92	5,00	2,35	1,68	4,06	3,60	5,83	3,40
a. m. 7	7,53	5,24	8,07	6,03	7,23	7,83	5,35	5,66	7,46	5,50	10,84	6,98
8	8,29	5,93	8,98	6,92	7,94	8,44	6,47	6,76	8,48	6,76	11,35	7,85
9	9,07	6,34	9,82	7,59	8,79	9,25	7,35	7,55	8,90	7,96	11,80	8,58
10	9,66	6,96	10,60	8,15	9,72	9,73	8,02	7,96	9,52	8,53	12,28	9,19
11	9,94	7,41	11,04	8,83	9,95	10,16	8,63	8,43	10,04	9,22	12,81	9,68
Merid. 12	9,85	7,77	11,36	9,15	10,28	10,65	8,70	8,81	10,72	9,46	13,25	10,00
p. m. 1	9,83	8,09	11,46	9,35	10,43	10,78	8,86	9,17	10,97	9,79	13,75	10,22
2	9,79	8,34	11,16	9,74	10,33	10,83	8,96	9,39	11,07	10,08	14,26	10,36
3	9,54	8,35	10,93	9,56	10,48	10,76	8,96	9,26	11,11	10,31	14,41	10,33
4	9,25	8,24	10,24	9,03	10,30	10,66	8,93	9,02	10,85	10,16	14,56	10,11
5	8,90	7,99	10,11	8,28	9,89	10,28	8,64	8,54	10,32	10,04	14,35	9,76
6	8,27	7,29	9,65	7,66	9,41	9,60	8,23	8,18	9,92	9,51	13,74	9,22
7	7,66	6,27	9,06	7,00	8,83	8,96	7,35	7,67	9,36	8,76	12,97	8,54
8	6,95	5,36	8,50	6,44	8,28	8,33	6,43	6,94	8,45	7,87	11,69	7,75
9	6,46	4,66	7,92	5,98	7,54	7,74	5,72	6,33	7,65	6,64	10,71	7,03
10	6,04	4,01	7,50	5,65	6,76	7,14	5,15	5,80	7,27	5,67	9,83	6,44
11	5,63	3,68	7,99	5,34	6,16	6,70	4,75	5,33	6,96	4,90	9,26	5,97

Hora diei.	*Mense Junio annorum*											Medium annorum.
	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	
Minim. nocturn.	9,11	8,08	10,77	8,29	8,37	8,21	10,02	6,90	8,76	6,81	9,25	8,60
a. m. 7	13,71	12,54	15,78	13,54	13,85	14,35	14,17	11,11	13,91	12,30	13,49	13,53
8	14,73	13,30	16,87	14,63	14,16	14,99	15,08	12,03	14,51	13,62	14,66	14,42
9	15,28	14,03	17,70	15,37	14,87	15,54	16,01	12,59	15,18	14,31	15,45	15,12
10	15,80	14,52	18,17	15,92	15,14	15,95	16,36	13,23	15,77	14,94	16,02	15,62
11	16,13	14,78	18,54	16,26	15,51	16,61	16,69	13,60	16,17	15,56	16,59	16,04
Merid. 12	16,39	15,02	18,71	16,50	15,94	16,86	16,95	14,13	16,57	15,93	17,18	16,38
p. m. 1	16,50	15,15	18,81	16,68	16,28	17,14	17,11	14,74	16,77	16,19	17,44	16,62
2	16,78	15,25	18,86	16,86	16,45	17,34	16,99	14,70	16,66	16,31	17,65	16,71
3	17,01	15,21	18,80	16,56	16,35	17,35	17,34	14,78	16,69	16,35	17,67	16,74
4	16,67	14,94	18,56	16,16	16,39	17,17	17,49	14,72	16,54	16,17	17,72	16,59
5	16,31	14,71	18,38	15,62	16,16	16,75	17,67	14,44	16,52	15,84	17,36	16,34
6	15,65	14,26	17,76	14,97	15,57	16,10	17,39	13,86	15,98	15,31	16,87	15,79
7	14,91	13,55	17,17	14,15	15,10	15,44	16,73	13,24	15,57	14,60	16,16	15,16
8	14,19	12,78	16,44	13,22	14,57	14,66	15,83	12,34	14,75	13,86	15,22	14,35
9	13,39	11,96	15,66	12,45	13,83	13,85	14,53	11,45	13,77	12,79	13,86	13,41
10	12,52	11,17	14,92	11,71	13,15	13,08	13,62	10,54	12,87	11,12	12,53	12,48
11	11,91	10,61	14,22	11,04	12,35	12,70	12,60	9,70	12,00	10,01	11,00	11,65

Hora diei.	*Mense Julio annorum*											Medium annorum.
	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	
Minim. nocturn.	14,82	11,52	13,07	9,45	11,31	11,15	11,55	10,91	10,65	8,74	12,12	11,39
a. m. 7	18,93	15,54	17,52	13,40	15,85	16,26	14,78	13,55	13,94	16,11	17,88	15,80
8	19,95	16,53	18,99	14,23	16,39	17,55	15,77	14,75	14,86	18,01	19,23	16,97
9	20,65	17,20	19,86	14,83	17,25	18,54	16,25	15,68	15,61	19,34	20,15	17,76
10	20,98	18,09	20,55	15,38	17,95	19,57	16,67	16,30	16,47	20,22	20,95	18,47
11	92,92	18,81	21,01	15,85	18,39	19,99	17,10	16,95	16,94	20,86	21,49	18,94
Merid 12	20,74	19,24	21,17	16,62	18,72	20,20	17,63	17,21	17,18	20,83	21,84	19,22
p. m. 1	20,32	19,39	21,68	17,00	18,94	20,32	17,72	17,46	17,49	20,92	21,84	19,37
2	19,98	19,41	21,95	16,73	18,93	20,22	18,02	17,71	17,53	20,92	21,74	19,38
3	19,86	19,22	21,54	16,03	18,91	20,26	18,22	17,44	17,60	20,63	21,52	19,20
4	19,12	19,00	21,04	15,56	18,79	20,00	18,05	17,01	17,30	20,16	21,02	18,82
5	18,71	18,40	20,75	15,17	18,61	19,66	17,52	16,59	17,04	19,50	20,27	18,38
6	17,85	17,90	20,15	14,51	18,22	19,09	16,98	16,00	16,50	18,64	19,66	17,77
7	16,98	17,20	19,40	13,50	17,46	18,02	16,18	15,18	15,80	17,68	18,90	16,94
8	16,06	16,43	18,52	12,87	16,77	16,90	15,41	14,33	15,17	16,64	18,09	16,11
9	15,48	15,58	17,50	12,29	15,99	15,83	14,22	13,56	14,34	15,50	17,09	15,22
10	14,79	14,99	16,50	11,63	15,56	15,04	13,00	12,82	13,69	14,18	16,22	14,40
11	14,24	14,52	15,50	11,00	15,00	14,20	12,00	12,15	12,86	13,00	15,26	13,61

Hora diei	Mense Augusto annorum											Medium anno mm.
	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	
Minim. nocturn.	11,00	11,09	11,07	10,49	6,69	14,49	8,14	10,01	12,22	9,51	10,86	10,50
a. m. 7	14,11	13,69	14,38	13,68	11,72	17,40	11,21	12,48	14,80	13,17	15,10	13,79
8	14,98	14,50	15,61	14,99	12,09	18,51	12,72	13,51	15,68	14,54	16,90	14,91
9	15,60	15,11	16,57	15,80	12,93	19,44	14,10	14,51	16,57	15,20	18,18	15,82
10	16,23	15,82	17,45	16,65	13,52	20,40	15,15	15,95	17,40	15,99	18,70	16,66
11	16,70	16,39	18,05	17,12	13,81	21,11	16,11	16,83	18,13	16,56	18,94	17,25
Merid. 12	17,06	16,75	18,52	17,95	14,02	21,70	16,56	17,45	18,65	16,88	18,94	17,68
p. m. 1	17,20	16,96	18,63	17,96	14,19	22,17	16,86	17,49	19,15	16,97	19,02	17,87
2	17,21	16,72	18,80	17,49	14,11	22,62	17,09	17,45	19,38	16,90	19,00	17,88
3	16,75	16,64	18,68	16,97	14,24	22,75	16,93	16,92	19,31	16,77	18,85	17,71
4	16,33	16,29	18,29	16,52	14,19	22,41	16,45	16,30	19,15	16,56	18,40	17,35
5	15,74	15,94	17,73	15,97	14,66	21,68	16,10	15,78	18,63	15,96	17,84	16,86
6	15,00	15,20	16,96	15,19	13,68	21,06	15,51	14,55	18,11	15,55	17,15	16,18
7	14,42	14,55	16,24	14,25	13,16	20,21	14,16	13,79	17,41	14,90	16,25	15,39
8	13,77	13,89	15,33	13,46	12,63	19,36	12,97	13,05	16,69	14,04	15,06	14,57
9	13,27	13,52	14,74	12,92	12,16	18,46	12,07	12,50	15,88	13,30	14,00	13,89
10	12,72	13,27	14,34	12,57	11,63	17,50	11,42	12,02	15,10	12,41	13,00	13,27
11	12,29	13,05	13,83	12,20	11,00	16,50	10,70	11,54	14,42	11,50	12,60	12,64

Hora diei.	Mense Septembri annorum 1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	Medium annorum.
Minim. nocturn.	8,76	6,34	4,16	6,30	7,43	6,40	8,39	4,82	7,46	10,04	7,86	7,09
a. m. 7	11,12	9,01	7,11	7,84	10,38	8,13	10,61	7,31	8,80	12,00	10,60	9,36
8	11,80	9,97	8,43	8,48	11,39	9,10	11,62	8,15	9,72	13,43	10,97	10,28
9	12,57	10,81	10,03	9,27	12,07	10,31	12,44	9,16	10,66	14,09	11,59	11,00
10	13,05	11,72	10,95	9,96	12,77	11,08	13,19	10,09	11,57	14,75	12,42	11,96
11	13,50	12,31	11,46	10,57	13,29	12,02	13,78	10,88	12,27	15,30	12,77	12,56
Merid. 12	13,80	12,80	12,00	11,33	13,61	12,58	14,36	11,69	12,72	15,86	13,15	13,08
p. m. 1	13,98	13,06	12,22	11,44	13,96	12,73	14,79	11,93	12,96	16,20	13,17	13,31
2	14,11	13,03	12,04	11,49	13,94	12,76	15,04	12,13	12,96	16,32	13,30	13,37
3	13,86	12,83	11,80	11,14	13,79	12,51	14,80	11,91	12,81	16,00	13,33	13,16
4	13,58	12,43	11,48	10,67	13,51	12,07	14,32	11,53	12,41	15,61	13,05	12,79
5	13,20	11,95	10,84	10,11	13,25	11,53	13,91	10,94	11,86	15,07	12,65	12,30
6	12,66	11,26	10,06	9,42	12,92	10,85	13,20	10,10	11,16	14,40	12,04	11,64
7	12,21	10,70	9,06	8,83	12,44	10,05	12,20	9,37	10,55	13,68	11,56	11,06
8	11,82	10,16	8,46	8,40	12,05	9,59	11,55	8,81	10,05	13,25	11,14	10,48
9	11,49	9,91	7,96	8,14	11,59	8,84	11,24	8,38	9,58	12,98	10,84	10,09
10	11,23	9,70	7,51	7,92	11,42	8,51	10,85	7,95	9,14	12,71	10,55	9,74
11	10,92	9,50	7,16	7,66	10,60	7,80	10,50	7,62	8,76	12,40	10,40	9,39

Hora diei.	Mense *Octobri* annorum											Medium annorum.
	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	
Minim. nocturn.	2,80	2,96	3,22	3,85	5,67	1,85	4,31	3,74	3,40	1,41	2,99	3,29
a. m. 7	3,76	5,01	4,91	5,73	7,48	4,41	5,20	5,55	4,02	3,04	5,55	4,97
8	4,25	5,61	5,20	6,29	7,94	4,79	5,58	6,09	4,51	3,58	6,51	5,49
9	4,61	6,25	5,74	6,78	8,37	5,26	6,04	6,70	5,03	4,20	7,04	6,00
10	5,16	6,79	6,22	7,37	8,77	5,82	6,41	7,27	5,62	4,94	7,41	6,53
11	5,46	7,39	6,60	7,88	9,11	6,21	6,79	7,68	5,93	5,62	7,87	6,96
Merid.12	5,71	7,64	6,82	8,12	9,32	6,49	6,98	8,15	6,23	6,20	8,27	7,27
p. m. 1	5,84	7,78	7,00	8,26	9,44	6,71	7,07	8,20	6,36	6,31	8,52	7,41
2	5,78	7,78	7,05	8,22	9,31	6,76	7,02	8,32	6,37	6,39	8,51	7,41
3	5,60	7,49	6,91	8,07	9,14	6,54	6,93	8,08	6,12	6,15	8,28	7,21
4	5,32	7,16	6,65	7,65	8,85	6,16	6,76	7,56	5,77	5,81	7,91	6,87
5	5,12	6,76	6,25	7,36	8,38	5,70	6,51	7,03	5,38	5,36	7,51	6,49
6	4,88	6,37	5,93	7,20	8,19	5,50	6,33	6,63	5,07	4,91	7,19	6,20
7	4,66	6,11	5,63	6,90	8,03	5,30	6,15	6,45	4,76	4,52	6,94	5,95
8	4,50	5,95	5,43	6,65	7,82	5,16	6,03	6,48	4,50	4,21	6,73	5,77
9	4,29	5,84	5,25	6,44	7,69	5,09	5,87	6,38	4,37	3,77	6,62	5,60
10	4,15	5,82	5,03	6,45	7,49	4,97	5,77	6,29	4,14	3,59	6,33	5,46
11	3,92	5,50	4,95	6,38	7,25	4,70	5,65	6,12	3,99	3,31	6,00	5,25

Hora diei.	Mense Novembri annorum											Medium annorum.
	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	
Minim. nocturn.	— 5,00	+ 0,03	— 1,14	— 2,02	+ 2,04	— 3,40	— 5,20	— 2,85	+ 1,50	— 1,84	— 3,97	— 1,99
a. m. 7	— 3,99	+ 1,98	+ 0,62	— 0,49	+ 3,10	— 1,69	— 2,89	— 1,13	+ 2,30	— 1,00	— 2,20	— 0,49
8	— 3,75	+ 2,35	+ 0,87	— 0,30	+ 3,20	— 1,44	— 2,67	— 0,92	+ 2,79	— 0,67	— 1,42	— 0,18
9	— 3,64	+ 2,61	+ 1,01	— 0,19	+ 3,31	— 1,29	— 2,64	— 0,73	+ 2,98	— 0,29	— 1,20	— 0,01
10	— 3,15	+ 2,93	+ 1,17	+ 0,21	+ 3,65	— 1,01	— 2,41	— 0,48	+ 3,05	+ 0,04	— 0,70	+ 0,30
11	— 2,84	+ 3,17	+ 1,35	+ 0,39	+ 4,03	— 0,54	— 2,03	— 0,23	+ 3,27	+ 0,49	— 0,27	+ 0,62
Merid. 12	— 2,62	+ 3,36	+ 1,43	+ 0,59	+ 4,23	— 0,16	— 1,69	— 0,11	+ 3,38	+ 0,86	+ 0,15	+ 0,86
p. m. 1	— 2,40	+ 3,50	+ 1,52	+ 0,70	+ 4,40	— 0,11	— 1,67	+ 0,07	+ 3,38	+ 1,12	+ 0,21	+ 0,98
2	— 2,55	+ 3,49	+ 1,43	+ 0,69	+ 4,26	— 0,01	— 1,72	+ 0,12	+ 3,32	+ 1,10	+ 0,14	+ 0,93
3	— 2,88	+ 3,31	+ 1,30	+ 0,69	+ 4,06	— 0,03	— 1,91	— 0,01	+ 3,09	+ 1,13	+ 0,02	+ 0,80
4	— 3,30	+ 3,01	+ 1,17	+ 0,63	+ 3,84	— 0,21	— 2,16	— 0,26	+ 2,90	+ 0,58	— 0,37	+ 0,53
5	— 3,43	+ 2,87	+ 1,10	+ 0,65	+ 3,72	— 0,33	— 2,50	— 0,49	+ 2,88	+ 0,17	— 0,57	+ 0,37
6	— 3,48	+ 2,65	+ 1,05	+ 0,61	+ 3,54	— 0,55	— 2,93	— 0,57	+ 2,83	+ 0,03	— 0,68	+ 0,23
7	— 3,55	+ 2,53	+ 0,97	+ 0,65	+ 3,39	— 0,79	— 3,26	— 0,63	+ 2,81	— 0,12	— 0,78	+ 0,11
8	— 3,57	+ 2,41	+ 0,98	+ 0,60	+ 3,29	— 1,00	— 3,20	— 0,71	+ 2,73	— 0,09	— 0,94	+ 0,05
9	— 3,66	+ 2,29	+ 0,91	+ 0,52	+ 3,11	— 1,20	— 3,38	— 0,72	+ 2,73	— 0,22	— 1,10	— 0,07
10	— 3,78	+ 2,17	+ 0,83	+ 0,36	+ 2,98	— 1,32	— 3,48	— 0,95	+ 2,67	— 0,27	— 1,30	— 0,19
11	— 3,84	+ 2,14	+ 0,65	+ 0,21	+ 2,80	— 1,50	— 3,60	— 1,28	+ 2,58	— 0,21	— 1,33	— 0,31

Hora diei.	Mense *Decembri* annorum											Medium anno-rum
	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	
Minim. nocturn.	— 8,36	— 4,90	— 5,46	— 4,66	— 6,83	— 4,83	—12,12	— 4,43	— 4,70	— 3,45	—10,19	— 6,36
a. m. 7	— 7,11	— 3,48	— 4,07	— 2,96	— 5,00	— 3,89	—10,99	— 4,09	— 4,60	— 2,20	— 7,67	— 5,10
8	— 6,77	— 3,35	— 3,85	— 2,49	— 4,57	— 3,85	—10,86	— 4,21	— 4,46	— 2,13	— 7,50	— 4,91
9	— 6,59	— 3,36	— 3,64	— 2,59	— 4,81	— 3,94	—10,80	— 4,09	— 4,37	— 2,05	— 7,56	— 4,89
10	— 6,32	— 3,44	— 3,46	— 2,66	— 4,88	— 3,63	—10,40	— 3,93	— 4,12	— 1,74	— 7,45	— 4,73
11	— 6,11	— 2,97	— 3,16	— 2,55	— 4,67	— 3,48	—10,02	— 3,67	— 3,84	— 1,50	— 7,28	— 4,48
Merid. 12	— 5,79	— 2,80	— 3,16	— 2,47	— 4,43	— 3,10	— 9,33	— 3,41	— 3,38	— 1,33	— 7,12	— 4,21
p. m. 1	— 5,65	— 2,56	— 3,23	— 2,40	— 4,22	— 2,73	— 9,12	— 3,31	— 3,29	— 1,18	— 7,06	— 4,07
2	— 5,55	— 2,51	— 3,39	— 2,38	— 4,00	— 2,83	— 9,12	— 3,47	— 3,01	— 1,32	— 7,13	— 4,07
3	— 5,67	— 2,57	— 3,58	— 2,44	— 4,01	— 2,96	— 9,37	— 3,73	— 3,22	— 1,64	— 7,33	— 4,23
4	— 5,83	— 2,72	— 3,74	— 2,49	— 4,08	— 3,01	— 9,53	— 3,80	— 3,62	— 1,80	— 7,10	— 4,37
5	— 6,09	— 2,82	— 3,84	— 2,47	— 4,13	— 2,92	— 9,58	— 3,93	— 3,72	— 1,95	— 7,67	— 4,46
6	— 6,21	— 2,95	— 3,99	— 2,37	— 4,12	— 2,97	— 9,90	— 4,04	— 3,81	— 2,09	— 7,64	— 4,57
7	— 6,33	— 3,07	— 4,06	— 2,41	— 4,09	— 3,10	— 9,82	— 4,19	— 3,93	— 2,27	— 7,59	— 4,62
8	— 6,45	— 3,12	— 4,12	— 2,31	— 4,15	— 3,17	— 9,79	— 4,26	— 3,96	— 2,29	— 7,72	— 4,67
9	— 6,64	— 3,10	— 4,11	— 2,39	— 4,05	— 3,18	— 9,64	— 4,37	— 4,02	— 2,30	— 7,70	— 4,69
10	— 6,71	— 3,09	— 3,95	— 2,33	— 4,02	— 3,30	— 9,42	— 4,48	— 4,04	— 2,33	— 7,75	— 4,67
11	— 6,97	— 3,06	— 3,97	— 2,33	— 4,00	— 3,38	— 9,30	— 4,49	— 3,97	— 2,30	— 7,77	— 4,68

His pro quovis mense sic erutis valoribus, in calculo secundum methodum quadratorum minimorum subducto adhibitis, usi sumus; cum vero valores horarum a duodecima nocturna ad sextam matutinam inclusive desiderentur, defectum hunc per adhibitas aptas approximationes atque interpolationem ab urgente continuitatis lege determinatam, utut illam, valores simul considerando nocturnos minimos reliquosque omnes datos, convenientissimum judicavimus, ita omnem supplevimus, ut incommodo arbitrarii illius, quod ex eliminationibus hujusmodi metuit Dove *), omnino esse subventum censeamus. Magni primum in hoc negotio pretii est valor ille cognitus minimus nocturnus; etiamsi enim locus illius immediate mox non sit datus, diu tamen hic non erit dubius, cum scilicet inspectione valorum reliquorum datorum ad utramque partem sitorum approximative saltem facile determinatur, quo facto limitem, quem attingere, debent, & infra quem nulli adesse possunt valores, ostendit. Deinde per aptam cognitorum combinationem plura possumus adhuc incognita approximative determinare. Valorum nempe adeo periodicorum, ut peracto circulo iidem, quales hic jam adsunt, recurrant, a se æquidistantium totius gyri summa ex natura rei ubique esse deberet æqualis; obvenit vero in nostro problemate illa, quam alia occasione speciatim examinandam nobis proponimus, valorum modificatio, ut diviso gyro in partes duas æquales, valorum pro horis homonymis (ante & post meridiem)

*) *Repertorium der Physik, B. III. p.* 376.

media summa a vera omnium media adhuc quantitate ± 1° aberrare possit, divisio vero in tres æquales partes hanc aberrationem fere ad ± 0°,1 minuat, atque tandem divisio in quatuor partes æquales eandem vix = ± 0°,01 relinquat, unde facilis fingi potest methodus quamcunque seriem, in qua plures vel pauciores occurrunt interpolatione inventi valores, critico inspiciendi oculo, easque, quæ illa opera indigere videntur, corrigendi determinationes. Et si quidem calculo deinde subducto differentias valorum horum, minime jam fortuito acceptorum, ab illis, quos computus accuratius definivit, nimis adhuc aberrare intelleximus, calculum novum, adhibendo valores hosce horarum nocturnarum nuper computatos, instituimus, usque quo omnes inter se satis probabiliter convenirent, quod quidem inde erat dijudicandum, si differentiæ inter valores computatos & illos, quibus superstructus fuit calculus, non fuerunt majores pro hisce interpolatione inventis quam pro reliquis observatione datis valoribus. In hoc vero opere eadem nobis, quam quæ quoque Cl. Kämtz *) obvia erat, sese sæpissime obtulit observatio, valorem scilicet caloris minimi nocturni, qualis Thermometrographo determinatus habebatur, minorem esse eo, quem tota compages omnium observationum admittere videbatur, cujus causam satis probabiliter explicat, inde derivandam, quod in alias horas utrinque sitas, quam quæ est medii caloris minimi omnium dierum, incidant sæpe observati illi valores.

---

*) *Meteorol. B. I., p.* 88.

Adhibita jam forma functionis

$$T_n = T + u' \operatorname{Sin}(n.15^\circ + v') + u'' \operatorname{Sin}(n.30^\circ + v'') + u''' \operatorname{Sin}(n.45^\circ + v'''),$$

ubi T denotat calorem mensis medium Thermometro centigrado observatum, n vero horam diei a meridie more Astronomorum computatam, & T_n hujus horæ calorem quærendum, sequentes characterem climaticum Helsingforsiæ (sub latitudine geographica 60° 10′ boreali, & longitudine 5° 21′ occidentali ab Observatorio Petropolitano) exposituras nacti sumus determinationes, ubi simul valorum computatorum ab observatis aberrationem verisimilem $= \varepsilon$, & errorem in valore computato T_n metuendum verisimilem $= \varepsilon(T_n)$ indicavimus.

Mense *Januario.*

$$\text{I.)}\quad T_n = -\,8°,065 + 1,056\ \text{Sin}\,(n.\,15° + 38°.\,17')$$
$$+\,0,351\ \text{Sin}\,(n.\,30 + 105.\,48)$$
$$+\,0,151\ \text{Sin}\,(n.\,45 + 308.\ \ 3);$$

$$\varepsilon = 0°,089;\qquad \varepsilon(T_n) = 0,018.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observat.	Computat.			Observat.	Computat.	
0	−7°,08	−7°,19	+0°,11	XII	−8°,30	−8°,26	−0°,04
I	−6,87	−6,99	+0,12	XIII	−8,50	−8,65	+0,15
II	−6,87	−6,91	+0,04	XIV	−8,90	−9,05	+0,15
III	−7,05	−7,02	−0,03	XV	−9,30	−9,30	0
IV	−7,26	−7,15	−0,11	XVI	−9,83	−9,48	−0,35
V	−7,48	−7,42	−0,06	XVII	−9,70	−9,59	−0,11
VI	−7,59	−7,67	+0,08	XVIII	−9,00	−9,14	+0,14
VII	−7,72	−7,83	+0,11	XIX	−8,55	−8,79	+0,24
VIII	−7,83	−7,88	+0,05	XX	−8,37	−8,42	+0,05
IX	−7,90	−7,86	−0,04	XXI	−8,24	−8,08	−0,16
X	−7,97	−7,87	−0,10	XXII	−7,92	−7,75	−0,17
XI	−8,07	−7,99	−0,08	XXIII	−7,47	−7,46	−0,01

Mense *Februario.*

$$\text{II.)}\quad T_n = -\,6^\circ{,}247 + 1{,}781 \,\mathrm{Sin}\,(n.\,15^\circ + 40^\circ.18')$$
$$+\,0{,}535 \,\mathrm{Sin}\,(n.\,30 + 95.\,58)$$
$$+\,0{,}122 \,\mathrm{Sin}\,(n.\,45 + 328.\,\,3);$$

$$\varepsilon = 0^\circ{,}050; \qquad \varepsilon\,(T_n) = 0{,}010.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observat.	Computat.			Observat.	Computat.	
0	−4°,62	−4°,63	+0°,01	XII	−6°,75	−6°,80	+0°,05
I	−4,24	−4,32	+0,08	XIII	−7,20	−7,31	+0,11
II	−4,24	−4,25	+0,01	XIV	−7,75	−7,81	+0,06
III	−4,43	−4,41	−0,02	XV	−8,25	−8,19	−0,06
IV	−4,79	−4,75	−0,04	XVI	−8,53	−8,38	−0,15
V	−5,22	−5,16	−0,06	XVII	−8,30	−8,32	+0,02
VI	−5,50	−5,53	+0,03	XVIII	−8,00	−8,03	+0,03
VII	−5,70	−5,77	+0,07	XIX	−7,45	−7,58	+0,13
VIII	−5,87	−5,93	+0,06	XX	−6,98	−7,00	+0,02
IX	−6,05	−6,02	−0,03	XXI	−6,48	−6,37	−0,11
X	−6,24	−6,15	−0,09	XXII	−5,76	−5,72	−0,04
XI	−6,47	−6,40	−0,07	XXIII	−5,10	−5,11	+0,01

Mense *Martio*.

$$\text{III.)}\quad T'_n = -4^\circ{,}763 + 2{,}819 \operatorname{Sin}(n.\,15^\circ + 45^\circ.\,4')$$
$$+ 0{,}684 \operatorname{Sin}(n.\,30 + 87.\,34)$$
$$+ 0{,}108 \operatorname{Sin}(n.\,45 + 254.\,28);$$

$$\varepsilon = 0^\circ{,}053; \qquad \varepsilon(T'_n) = 0^\circ{,}011.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observat.	Computat.			Observat.	Computat.	
0	$-2{,}21^\circ$	$-2{,}19^\circ$	$-0{,}02^\circ$	XII	$-6{,}00^\circ$	$-5{,}97^\circ$	$-0{,}03^\circ$
I	−1,84	−1,81	−0,03	XIII	−6,50	−6,51	+0,01
II	−1,68	−1,70	+0,02	XIV	−7,00	−7,09	+0,09
III	−1,80	−1,86	+0,06	XV	−7,60	−7,61	+0,01
IV	−2,19	−2,25	+0,06	XVI	−8,12	−7,91	−0,21
V	−2,74	−2,81	+0,07	XVII	−7,80	−7,88	+0,08
VI	−3,47	−3,43	−0,04	XVIII	−7,30	−7,47	+0,17
VII	−4,08	−4,02	−0,06	XIX	−6,75	−6,73	−0,02
VIII	−4,48	−4,51	+0,03	XX	−5,90	−5,75	−0,15
IX	−4,85	−4,89	+0,04	XXI	−4,70	−4,70	0
X	−5,20	−5,21	+0,01	XXII	−3,61	−3,68	+0,07
XI	−5,58	−5,55	−0,03	XXIII	−2,78	−2,82	+0,04

Mense *Aprili.*

IV.) $T_n = 0°,739 + 3,115 \text{ Sin } (n.\ 15° + 53°.\ 36')$

$+ 0,436 \text{ Sin } (n.\ 30 + 133.\ 17)$

$+ 0,188 \text{ Sin } (n.\ 45 + 261.\ 22)$;

$\varepsilon = 0°,069$; $\varepsilon(T_n) = 0°,014$.

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observat.	Computat.			Observat.	Computat.	
0	+ 3°,37	+ 3°,37	0°	XII	— 1°,50	— 1°,26	— 0°,24
I	+ 3,61	+ 3,61	0	XIII	— 2,00	— 1,88	— 0,12
II	+ 3,71	+ 3,70	+ 0,01	XIV	— 2,40	— 324	+ 0,03
III	+ 3,59	+ 3,63	— 0,04	XV	— 2,60	— 2,75	+ 0,15
IV	+ 3,38	+ 3,36	+ 0,02	XVI	— 2,72	— 2,72	0
V	+ 2,96	+ 2,90	+ 0,06	XVII	— 2,30	— 2,27	— 0,03
VI	+ 2,36	+ 2,30	+ 0,06	XVIII	— 1,50	— 1,46	— 0,04
VII	+ 1,58	+ 1,64	— 0,06	XIX	— 0,39	— 0,41	+ 0,02
VIII	+ 0,89	+ 1,00	— 0,11	XX	+ 0,67	+ 0,68	— 0,01
IX	+ 0,44	+ 0,41	+ 0,03	XXI	+ 1,64	+ 1,67	— 0,03
X	— 0,17	— 0,12	— 0,05	XXII	+ 2,44	+ 2,43	+ 0,01
XI	— 0,33	— 0,67	+ 0,34	XXIII	+ 3,01	+ 2,99	+ 0,02

Mense *Majo.*

V.) $T_n = 7°,507 + 3,141 \text{ Sin } (n.\ 15° + 57°.\ 7')$

$+ 0,366 \text{ Sin } (n.\ 30 + 179.\ 30)$

$+ 0,186 \text{ Sin } (n.\ 45 + 294.\ 56)$;

$\varepsilon = 0°,054$; $\varepsilon(T_n) = 0,011$.

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observat.	Computat.			Observat.	Computat.	
0	10°,00	9°,98	+0°,02	XII	4°,93	5°,04	−0°,11
I	10,22	10,25	−0,03	XIII	4,34	4,40	−0,06
II	10,36	10,41	−0,05	XIV	4,00	3,98	+0,02
III	10,33	10,39	−0,06	XV	3,97	3,90	+0,07
IV	10,11	10,15	−0,04	XVI	4,28	4,23	+0,05
V	9,76	9,72	+0,04	XVII	4,88	4,93	−0,05
VI	9,22	9,13	+0,09	XVIII	5,72	5,88	−0,16
VII	8,54	8,48	+0,06	XIX	6,98	6,90	+0,08
VIII	7,75	7,81	−0,06	XX	7,85	7,83	+0,02
IX	7,03	7,15	−0,12	XXI	8,58	8,60	−0,02
X	6,44	6,48	−0,04	XXII	9,19	9,18	+0,01
XI	5,97	5,76	+0,21	XXIII	9,68	9,63	+0,05

Mense *Junio.*

VI.) $T_n = 13°,612 + 3,766 \text{ Sin } (n. 15° + 57°. 36')$
$+ 0,799 \text{ Sin } (n. 30 + 201. 40)$
$+ 0,253 \text{ Sin. } (n. 45 + 312. 0)$;

$\varepsilon = 0°,049$; $\varepsilon(T_n) = 0,010$.

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observat.	Computat.			Observat.	Computat.	
0	16,38	16,31	+ 0,07	XII	10,25	10,32	— 0,07
I	16,62	16,56	+ 0,06	XIII	9,36	9,40	— 0,04
II	16,71	16,75	— 0,04	XIV	8,89	8,89	0
III	16,74	16,80	— 0,06	XV	8,98	8,94	+ 0,04
IV	16,59	16,64	— 0,05	XVI	9,60	9,59	+ 0,01
V	16,34	16,28	+ 0,06	XVII	10,66	10,71	— 0,05
VI	15,79	15,75	+ 0,04	XVIII	12,00	12,06	— 0,06
VII	15,16	15,11	+ 0,05	XIX	13,53	13,36	+ 0,17
VIII	14,35	14,37	— 0,02	XX	14,42	14,43	— 0,01
IX	13,41	13,52	— 0,11	XXI	15,12	15,19	— 0,07
X	12,48	12,53	— 0,05	XXII	15,62	15,68	— 0,06
XI	11,65	11,43	+ 0,22	XXIII	16,04	16,02	+ 0,02

Mense *Julio.*

$$\text{VII.)}\quad T_n = 16°{,}008 + 3{,}782\ \text{Sin}\ (n.\ 15° + 64°.\ 10')$$
$$+ 0{,}567\ \text{Sin}\ (n.\ 30 + 184.\ 21)$$
$$+ 0{,}197\ \text{Sin}\ (n.\ 45 + 289.\ 41),$$

$$\varepsilon = 0{,}041; \qquad \varepsilon(T_n) = 0{,}008.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observat.	Computat.			Observat.	Computat.	
0	19,22	19,18	+ 0,04	XII	12,79	12,75	+ 0,04
I	19,37	19,32	+ 0,05	XIII	12,07	12,06	+ 0,01
II	19,38	19,33	+ 0,05	XIV	11,62	11,66	— 0,04
III	19,20	19,19	+ 0,01	XV	11,62	11,69	— 0,07
IV	18,82	18,85	— 0,03	XVI	12,15	12,23	— 0,08
V	18,38	18,32	+ 0,06	XVII	13,14	13,20	— 0,06
VI	17,77	17,63	+ 0,14	XVIII	14,43	14,47	— 0,04
VII	16,94	16,86	+ 0,08	XIX	15,80	15,79	+ 0,01
VIII	16,11	16,06	+ 0,05	XX	16,97	16,98	— 0,01
IX	15,22	15,25	— 0,03	XXI	17,76	17,90	— 0,14
X	14,40	14,42	— 0,02	XXII	18,47	18,53	— 0,06
XI	13,61	13,57	+ 0,04	XXIII	18,94	18,94	0

Mense *Augusto.*

$$\text{VIII.}\quad T_n = 14^\circ{,}575 + 3{,}495\ \text{Sin}\,(n.\,15^\circ + 59^\circ.\,22')$$
$$+\ 0{,}411\ \text{Sin}\,(n.\,30 + 147.\,32)$$
$$+\ 0{,}195\ \text{Sin}\,(n.\,45 + 275.\,23);$$

$$\varepsilon = 0{,}037; \qquad \varepsilon(T_n) = 0{,}008.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
0	17,08	17,01	+ 0,07	XII	12,04	11,98	+ 0,06
I	17,87	17,84	— 0,03	XIII	11,55	11,55	0
II	17,88	17,90	— 0,02	XIV	10,92	10,87	+ 0,05
III	17,71	17,76	— 0,05	XV	10,67	10,69	— 0,02
IV	17,35	17,40	— 0,05	XVI	10,80	10,92	— 0,12
V	16,86	16,83	+ 0,03	XVII	11,58	11,59	— 0,01
VI	16,18	16,12	+ 0,06	XVIII	12,73	12,59	+ 0,14
VII	15,39	15,35	+ 0,04	XIX	13,79	13,77	+ 0,02
VIII	14,57	14,61	— 0,04	XX	14,91	14,92	— 0,01
IX	13,89	13,93	— 0,04	XXI	15,82	15,91	— 0,09
X	13,27	13,29	— 0,02	XXII	16,66	16,68	— 0,02
XI	12,64	12,65	— 0,01	XXIII	17,25	17,23	+ 0,02

Mense *Septembri.*

$$\text{IX.)}\quad T_n = 10°,460 + 2,804\ \text{Sin}\ (n.\ 15° + 52°.\ 30')$$
$$+ 0,586\ \text{Sin}\ (n.\ 30 + 107.\ 16)$$
$$+ 0,241\ \text{Sin}\ (n.\ 45 + 261.\ 16)\ ;$$

$$\varepsilon = 0°,060;\qquad \varepsilon(T_n) = 0°,013.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observat.	Computat.			Observat.	Computat.	
0	13,08	13,01	+ 0,07	XII	9,00	9,03	— 0,03
I	13,31	13,25	+ 0,06	XIII	8,50	8,46	+ 0,04
II	13,37	13,33	+ 0,04	XIV	8,00	7,85	+ 0,15
III	13,16	13,21	— 0,05	XV	7,40	7,36	+ 0,04
IV	12,79	12,86	— 0,07	XVI	7,06	7,20	— 0,14
V	12,30	12,31	— 0,01	XVII	7,30	7,46	— 0,16
VI	11,64	11,65	— 0,01	XVIII	8,20	8,16	+ 0,04
VII	11,06	10,99	+ 0,07	XIX	9,36	9,13	+ 0,23
VIII	10,48	10,46	+ 0,02	XX	10,28	10,20	+ 0,08
IX	10,09	10,07	+ 0,02	XXI	11,00	11,19	— 0,19
X	9,74	9,78	— 0,04	XXII	11,96	12,00	— 0,04
XI	9,39	9,47	— 0,08	XXIII	12,56	12,60	— 0,04

Mense *Octobri.*

$$\text{X.)}\quad T_n = 5°,610 + 1,716 \text{ Sin } (n.\ 15° + 51°.\ 28')$$
$$+ 0,488 \text{ Sin } (n\ 30 + 121.\ 42)$$
$$+ 0,174 \text{ Sin } (n.\ 45 + 306.\ 20);$$
$$\varepsilon = 0,039; \qquad \varepsilon(T_n) = 0,008.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observat.	Computat.			Observat.	Computat.	
0	7,27	7,23	+ 0,04	XII	4,80	4,82	− 0,02
I	7,41	7,39	+ 0,02	XIII	4,40	4,29	+ 0,11
II	7,41	7,40	+ 0,01	XIV	3,80	3,80	0
III	7,21	7,23	− 0,02	XV	3,50	3,48	+ 0,02
IV	6,87	6,92	− 0,05	XVI	3,29	3,44	− 0,15
V	6,49	6,53	− 0,04	XVII	3,70	3,72	− 0,02
VI	6,20	6,16	+ 0,04	XVIII	4,30	4,23	+ 0,07
VII	5,95	5,89	+ 0,06	XIX	4,97	4,87	+ 0,10
VIII	5,77	5,74	+ 0,03	XX	5,49	5,51	− 0,02
IX	5,60	5,65	− 0,05	XXI	6,00	6,09	− 0,09
X	5,46	5,51	− 0,05	XXII	6,53	6,57	− 0,04
XI	5,25	5,25	0	XXIII	6,96	6,95	+ 0,01

Mense *Novembri.*

$$\text{V.)}\quad T_n = -\,0^\circ{,}115 + 1{,}103\ \mathrm{Sin}\,(n.\,15^\circ + 47^\circ.\,15')$$

$$+\,0{,}390\ \mathrm{Sin}\,(n.\,30 + 129.\,29)$$

$$+\,0{,}180\ \mathrm{Sin}\,(n.\,45 + 300.\,20):$$

$$\varepsilon = 0{,}091;\qquad \varepsilon\,(T_n) = 0{,}018.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observat.	Computat.			Observat.	Computat.	
0	+ 0,86	+ 0,84	+ 0,02	XII	— 0,50	— 0,47	— 0,03
I	+ 0,98	+ 0,95	+ 0,03	XIII	— 0,80	— 0,91	+ 0,11
II	+ 0,93	+ 0,99	— 0,06	XIV	— 1,30	— 1,35	+ 0,05
III	+ 0,80	+ 0,91	— 0,11	XV	— 1,80	— 1,64	— 0,16
IV	+ 0,53	+ 0,73	— 0,20	XVI	— 1,99	— 1,69	— 0,30
V	+ 0,37	+ 0,48	— 0,10	XVII	— 1,60	— 1,48	— 0,12
VI	+ 0,23	+ 0,24	— 0,01	XVIII	— 1,00	— 1,07	+ 0,07
VII	+ 0,11	+ 0,09	+ 0,02	XIX	— 0,49	— 0,59	+ 0,10
VIII	+ 0,05	+ 0,04	+ 0,01	XX	— 0,18	— 0,14	— 0,04
IX	— 0,07	+ 0,04	— 0,11	XXI	— 0,01	+ 0,22	— 0,23
X	— 0,19	+ 0,01	— 0,20	XXII	+ 0,30	+ 0,49	— 0,19
XI	— 0,31	— 0,14	— 0,17	XXIII	+ 0,62	+ 0,68	— 0,06

Mense *Decembri.*

XII.) $T_n = -4°,865 + 0,748 \text{ Sin } (n. 15° + 37°. 3')$

$+ 0,320 \text{ Sin } (n. 30 + 126. 51)$

$+ 0,207 \text{ Sin } (n. 45 + 303. 14);$

$\varepsilon = 0°,080; \quad \varepsilon(T_n) = 0°,016.$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observat.	Computat.			Observat.	Computat.	
0	—4,21	—4,33	+0,12	XII	—4,80	—4,89	+0,09
I	—4,07	—4,19	+0,12	XIII	—5,20	—5,29	+0,09
II	—4,07	—4,10	+0,03	XIV	—5,60	—5,71	+0,11
III	—4,23	—4,11	—0,12	XV	—6,06	—6,00	0
IV	—4,37	—4,25	—0,12	XVI	—6,36	—6,08	—0,28
V	—4,46	—4,45	—0,01	XVII	—6,00	—5,92	—0,08
VI	—4,55	—4,64	+0,09	XVIII	—5,40	—5,60	+0,20
VII	—4,62	—4,73	+0,11	XIX	—5,10	—5,25	+0,15
VIII	—4,67	—4,71	+0,04	XX	—4,91	—4,95	+0,04
IX	—4,69	—4,62	—0,07	XXI	—4,89	—4,74	—0,15
X	—4,67	—4,55	—0,12	XXII	—4,73	—4,59	—0,14
XI	—4,68	—4,63	—0,05	XXIII	—4,48	—4,47	—0,01

Cuique rem accuratius examinanti dilucide satis apparebit, rationem hanc tali computo temperiem aëris determinandi unicam esse, quæ de climate locorum justas præbeat conclusiones, eandemque computationem ne tum quidem esse prætermittendam, etsi omnium omnino horarum diei noctisque observationes immediate essent institutæ. In re nempe dijudicanda adeo variabili, utut semper, præsertim in nostris regionibus, est aëris atmosphærici temperies, minime est exspectandum ut omnes evanescant anomaliæ, nisi immensus præsto sit numerus observationum. In nostra saltem copia, etiamsi numerum 72000 superent, adhuc fuerunt utique animadvertendæ, raro tamen $\frac{1}{10}$ gradus thermometrici excedentes, anomaliæ. Cum vero has quoque calculo adhibito ita evitare valuerimus, ut in valoribus ultimo definitis certitudinem fere $\frac{1}{100}$ gradus attingeremus, nullus sane poterit jure nobis objicere, nos valoribus non satis accurate determinatis usos esse.

Hisce igitur, quæ attulimus, cognitis variationes caloris diurnas penitiori studio examinare poterimus, valores scilicet cujusque horæ ita graphice exponentes, ut expressionibus temporis, tamquam abscissis, respondeant valores caloris, vicem gerentes ordinatarum, quo quidem negotio, conjungendo extremitates ordinatarum, descripta oritur curva temperiei. Tales curvas pro singulis anni mensibus, Helsingforsiæ competentes, construximus, & examinaturis considerandas in Tab. X his adnexa jam sistimus, temporibus simul ortus solis litteris *e*, atque occasus litteris *a* designatis.

Easdem has curvas uti connexiones quatuor portionum parabolicarum considerare soliti sunt harum rerum scrutatores, & nos quoque antea consideravimus *); jam vero, meliora edocti, hanc examinandi rationem tamquam naturæ rei incongruam rejiciendam esse judicamus. Pro calidioribus anni temporibus non quidem videtur eadem inepta, frigidioribus autem minime est idonea; neque amplius opus est nobis commentitia hac atque admodum incommoda ratione uti. Temporis scilicet æstivi curva exspectatam fere caloris diurni variationem ostendit, præbens caloris incrementa & decrementa diurna eandem fere sequi legem continuitatis, quam inverso ordine observant nocturna, uti illud primo jam obtutu sistunt curvæ mensium Aprilis, Maji, Junii, Julii atque Augusti; a sequente vero mense Septembri ad Martium usque singularis quædam atque inesspectata, quam nullibi antea indicatam reperimus, sese conspectui offert variatio in eo consistens, ut primum solita ratione a nocturno calore minimo subito crescat temperies, eademque fere lege post maximum diurnum decrescat usque ad horam fere septimam vel octavam vespertinam, deinde vero lentius imminuatur ad mediam fere noctem, unde denuo ad tempus minimi nocturni seu matutini rapidius decrescit. Hancque rationem non climati tantum Helsingforsiæ esse propriam, sed universalem prodere legem ubique fere terrarum observandam, multorum locorum maxime quoque a se distantium suadet experientia, uti illud alia occasione fusius osten-

*) *In Annal. phys. Poggendorffii, Vol. IV.*

demus. Magnam quidem cum memoratis nostris lineis produnt similitudinem eæ, quas pro latitudine geographica 63° Sueciæ proposuit TÖRNSTEN *); ideo vero pro mensibus hiemalibus a nostris hæ differunt, quod erroneam secutus sit auctor rationem minimi caloris nocturni tempus æstimandi.

Vulgaris est experientia ubique terrarum constans, tempus maximi caloris diei in horam pomeridianam fere secundam incidere; uti quoque vulgo est accepta, non quidem experientiæ dictatis sed potius ratiocinationis cujusdam commentis fundata opinio, tempus caloris minimi nocturni proxime ante ortum solis adesse, quarum sententiarum illam confirmant fere nostræ observationes Helsingforsianæ, hanc vero omnino, pro hoc saltem loco, rejiciunt. Factis scilicet universaliter

$$\frac{dT_n}{dn} = 0 = u' \mathrm{Cos}(n.15^\circ + v') + 2u'' \mathrm{Cos}(n.30^\circ + v'') + 3u''' \mathrm{Cos}(n.45^\circ + v'''),$$

atque substitutis valoribus cuique mensi propriis, eruentur inde tempora n maximi & minimi caloris diurni omnium mensium medii, quibus ulterius in valoribus T_n adhibitis habentur determinationes horum calorum medio-maximorum atque medio-minimorum, qua quidem ratione calculus sequentes nobis præbuit valores:

---

*) Cfr. *Kongl. Vetensk. Academiens nya Handlingar, Tom. XVII, för år 1796, p.* 204, &c. *Tab. VI.*

Mense	Tempus caloris quotidiani		Calor quotidianus medio-	
	maximi.	minimi.	maximus.	minimus.
	h ′	h ′	0	0
Januario . . .	1. 58,6	15. 35,3	— 6,91	— 9,56
Februario . .	1. 48,1	16. 7,5	— 4,25	— 8,39
Martio	1. 53,2	16. 25,2	— 1,70	— 7,94
Aprili.	2. 5,2	15. 27,4	3,72	— 2,79
Majo	2. 24,4	14. 51,5	10,42	3,88
Junio	2. 30,4	14. 29,0	16,80	8,84
Julio	1. 38,2	14. 26,2	19,35	11,61
Augusto . . .	1. 51,4	15. 4,0	17,90	10,69
Septembri . .	1. 55,1	15. 57,4	13,33	7,20
Octobri. . . .	1. 32,9	15. 59,5	7,41	3,44
Novembri . .	1. 51,4	15. 41,3	0,99	— 1,70
Decembri . .	2. 24,1	15. 48,2	— 4,09	— 6,08

Perspicitur hinc, tempus maximi caloris quotidiani circa horam pomeridianam secundam incidere. Si quidem menses Aprilem, Majum & Junium respicias, maximum calorem tempore æstivo serius observari absque dubitatione contenderes; perpensis vero simul iis, quæ de mensibus Julio & Decembri hic experimur, oritur du-

lium an regularis quædam ibi adsit variatio, vel an fortuitæ tantum anomaliæ adspectui nostro sese sistant. Convenientissimum igitur certe erit assumere has anomalias re vera exsistere, atque deinde easdem, quantum fieri poterit, eliminare, quod quidem sequenti calculo, maxime probabiles valores determinaturo, fecimus. Designante nimirum m numerum mensis, ab initio Januarii computati, atque h horam maximi caloris diurni, valoribus supra allatis omnibus in calculum revocatis habebimus:

XIII) $h = 1{,}99 + 0{,}159\ \mathrm{Sin}\,(m.30^\circ + 32^\circ 5' 32'') + 0{,}085\ \mathrm{Sin}\,(m.60^\circ + 13^\circ 5' 48'')$.

cujus æquationis ope sequens pro medio quovis mense instituta est comparatio:

	Tempus maximi caloris quotidiani		Differ.
	Observat.	Computat.	
Januario	h 1,98	h 1,97	+ 0,01
Februario	1,60	1,98	— 0,38
Martio	1,89	2,02	— 0,13
Aprili	2,09	2,12	— 0,03
Majo	2,41	2,21	+ 0,20
Junio	2,51	2,19	+ 0,32
Julio	1,64	2,06	— 0,42
Augusto	1,86	1,88	— 0,02
Septembri	1,92	1,80	+ 0,12
Octobri	1,55	1,82	— 0,27
Novembri	1,86	1,90	— 0,04
Decembri	2,40	1,96	+ 0,44

Calculus harum differentiarum præbet valorem differentiæ inter determinationes hujus generis observatas & computatas maxime probabilem $= 0^h{,}175$, atque ostendit errorem, qui in valoribus hic computatis, ad quos definiendos tota series observationum simul contulit, metuendus restat, esse probabiliter $= \pm\, 0^h{,}05$, unde igitur intelligitur, tempus caloris maximi diurni mensibus vernalibus & æstivis, a Martio ad Julium inclusive, paullo post, & reliquis paullo ante horam secundam adesse.

Opinionem illam, qua minimum diei calorem paullo ante ortum solis vulgo observari contenditur, erroneam esse supra jam monuimus. Ostendunt nostræ observationes, quod etiam aliunde confirmatur, tempus minimi caloris a tempore ortus solis alia ratione non pendere, quam ut terminus minimi caloris, qui hiberno tempore circa horam matutinam quartam adesse solet, ab oriente sole media æstate retrorsum trudatur. Calculo enim cum determinationibus experientia datis, quas eam rem spectantes supra attulimus, instituto, invenimus maxime probabiles valores hujus temporis quæsiti hac æquatione erui:

XIV.) $h = 15^h{,}49 + 0{,}523\,\mathrm{Sin}(m.30^\circ + 93^\circ 18') + 0{,}535\,\mathrm{Sin}(m.60^\circ + 287^\circ 49')$,

ubi mensium numerus m ab initio anni computatur. Ejus ope sequentes nacti sumus determinationes, quæ pro medio quovis mense valent:

	Tempus minimi caloris quotidiani		Differentia.
	Observat.	Computat.	
Januario	15,59	15,63	— 0,04
Februario	16,12	16,00	+ 0,12
Martio	16,42	16,12	+ 0,30
Aprili	15,46	15,68	— 0,22
Majo	14,86	14,94	— 0,08
Junio	14,48	14,46	+ 0,02
Julio	14,44	14,64	— 0,20
Augusto	15,07	15,31	— 0,24
Septembri	15,96	15,91	+ 0,05
Octobri	15,99	16,01	— 0,02
Novembri	15,69	15,72	— 0,03
Decembri	15,80	15,48	+ 0,32

Valor differentiarum maxime probabilis est $= \pm\, 0^h{,}12$, atque error in valore h' metuendus $= \pm\, 0^h{,}04$.

Priusquam ad ulteriores conclusiones ex allatis deducendas progredimur, animadvertere debemus subductos calculos pro singulis speciatim valere mensibus, nulla adhuc inter hos observata

mutua relatione. Etiamsi nempe variationes temperaturæ cujusque mensis singuli satis quidem accurate sint determinatæ, fieri tamen potest, ut, facta simul omnium mensium comparatione, anomaliæ adhuc restent eliminandæ, quæ quidem illum æquationum allatarum terminum, qui ex observationibus immediate est deductus, valorem scilicet caloris mensium medium, spectant. Necessarium igitur erit relationem inter hos valores omnes medii caloris exactius calculo determinare.

Sit jam n numerus mensis cujusdam ab initio Januarii computatus, atque calor ejusdem mensis medius $= t$, eruitur:

$$\text{XV.)}\quad t = 3^\circ{,}704 + 11{,}783\ \text{Sin}\,(n.\,30^\circ + 244^\circ.\,43')$$
$$+\ 0{,}777\ \text{Sin}\,(n.\,60 +\ 82.\ 57\,)$$
$$+\ 0{,}467\ \text{Sin}\,(n.\,90 + 288.\ 59\,);$$

atque hinc habetur:

	Calor medius		Differentia.
	Observat.	Computat.	
Januario	— 8,07	— 7,39	— 0,68
Februario	— 6,25	— 6,87	+ 0,62
Martio	— 4,76	— 4,33	— 0,43
Aprili	+ 0,74	+ 0,47	+ 0,27
Majo	+ 7,51	+ 7,38	+ 0,13
Junio	+ 13,61	+ 13,73	— 0,12
Julio	+ 16,01	+ 16,22	— 0,21
Augusto	+ 14,58	+ 14,47	+ 0,11
Septembri	+ 10,46	+ 10,50	— 0,04
Octobri	+ 5,61	+ 5,51	+ 0,10
Novembri	— 0,12	— 0,16	+ 0,04
Decembri	— 4,87	— 5,08	+ 0,21

Verisimillimus valor erroris in *t* metuendi est $= \pm 0{,}07$. Differentiæ vero hic inventæ correctionem efficiunt, quæ e termino æquationum I—XII constante respective est subtrahenda, quo correctus valor caloris medii, qualis hic (æquat. XV) habetur computatus, oriatur. Eadem autem correctione ubique respective adhibita, definiuntur tandem sequentes valores medii:

Hora.	Jan.	Febr.	Mart.	Apr.	Maj	Junio	Julio	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.
Merid. 0	−6°,5	−5°,3	−1°,8	3°,1	9°,9	16°,4	19°,4	17°,5	13°,1	7°,1	0°,8	−4°,5
1	−6,3	−5,0	−1,4	3,3	10,1	16,7	19,5	17,7	13,3	7,3	0,9	−4,4
2	−6,2	−4,9	−1,3	3,4	10,3	16,9	19,5	17,8	13,4	7,3	1,0	−4,3
3	−6,3	−5,0	−1,4	3,4	10,3	16,9	19,4	17,7	13,3	7,1	0,9	−4,3
4	−6,5	−5,4	−1,8	3,1	10,0	16,8	19,1	17,3	12,9	6,8	0,7	−4,5
5	−6,7	−5,8	−2,4	2,6	9,6	16,4	18,5	16,7	12,4	6,4	0,4	−4,7
6	−7,0	−6,2	−3,0	2,0	9,0	15,9	17,8	16,0	11,7	6,1	0,2	−4,9
7	−7,2	−6,4	−3,6	1,4	8,4	15,2	17,1	15,2	11,0	5,8	0,1	−4,9
8	−7,2	−6,6	−4,1	0,7	7,7	14,5	16,3	14,5	10,5	5,6	0	−4,9
9	−7,2	−6,7	−4,5	0,1	7,0	13,6	15,5	13,8	10,1	5,6	0	−4,8
10	−7,2	−6,8	−4,8	−0,4	6,4	12,7	14,6	13,2	9,8	5,4	0	−4,8
11	−7,3	−7,0	−5,1	−0,9	5,6	11,6	13,8	12,5	9,5	5,2	−0,1	−4,8
12	−7,6	−7,4	−5,5	−1,5	4,9	10,4	13,0	11,9	9,1	4,7	−0,4	−5,1
13	−8,0	−7,9	−6,1	−2,2	4,3	9,5	12,3	11,2	8,5	4,2	−0,9	−5,5
14	−8,4	−8,4	−6,7	−2,7	3,9	9,0	11,9	10,8	7,9	3,7	−1,3	−5,9
15	−8,6	−8,8	−7,2	−3,0	3,8	9,1	11,9	10,6	7,4	3,4	−1,6	−6,2
16	−8,8	−9,0	−7,5	−3,0	4,1	9,7	12,4	10,8	7,2	3,3	−1,7	−6,3
17	−8,7	−8,9	−7,5	−2,5	4,8	10,8	13,4	11,5	7,5	3,6	−1,4	−6,1
18	−8,5	−8,7	−7,0	−1,7	5,8	12,2	14,7	12,5	8,2	4,1	−1,0	−5,8
19	−8,1	−8,2	−6,3	−0,7	6,8	13,5	16,0	13,7	9,2	4,8	−0,6	−5,5
20	−7,7	−7,6	−5,3	0,4	7,7	14,6	17,2	14,8	10,2	5,4	−0,1	−5,2
21	−7,4	−7,0	−4,3	1,4	8,5	15,3	18,1	15,8	11,2	6,0	0,2	−5,0
22	−7,1	−6,3	−3,3	2,2	9,1	15,8	18,7	16,6	12,0	6,5	0,5	−4,8
23	−6,8	−5,7	−2,4	2,7	9,5	16,1	19,2	17,1	12,6	6,9	0,6	−4,7
Med. …	−7,4	−6,9	−4,3	0,5	7,4	13,7	16,2	14,5	10,5	5,5	−0,2	−5,1

Hinc erit primum adnotandum, calorem aëris Helsingforsensis medium totius anni esse

$$= \frac{1}{4}[(\text{Jan.}) + (\text{Apr.}) + (\text{Jul.}) + (\text{Oct.})],$$
$$= \frac{1}{4}[(\text{Febr.}) + (\text{Maj.}) + (\text{Aug.}) + (\text{Nov.})],$$
$$= \frac{1}{4}[(\text{Mart.}) + (\text{Jun.}) + (\text{Sept.}) + (\text{Dec.})],$$
$$= 3°,7 \text{ Centigr.},$$

(significantibus (Jan.), (Febr.) &c. calorem medium horum mensium), qui valor ostendit correctione parvula egere positionem lineæ isothermalis 5° in regione Sinus Finnici, qualem illam pinxerunt recentissimi, quos novimus, Scrutatores harum rerum Schouw *) & Berghaus **). Hi scilicet calorem nostræ urbis medium annuum = + 4°,2 supposuisse videntur. Deinde si morem sequimur eorum, qui annum in quatuor partes æquales dividunt, hiemem, quæ menses Decembrem, Januarium & Februarium complectitur, ver, cui adnumerantur Martius, Aprilis & Majus, æstatem, cui pertinent Junius, Julius & Augustus, atque tandem autumnum, qui Septembrem, Octobrem & Novembrem continet, invenimus in nostra regione medium calorem

hiemis = — 6°,4,
veris = + 1,2,
æstatis = + 14,8,
autumni = + 5,3,

*) *Atlas till Schouws Europa*, Stockh. 1838.

**) *Physikalischer Atlas*, Gotha 1837. 1838. 1839.

quibus valoribus lineæ hujus loci isothera & isocheimona a Berghaus depictæ ab omni parte non conveniunt.

Cum vero patriæ nostræ solum ab initio Novembris ad finem usque Aprilis nive omnino ita sit obtectum, ut nulla plantarum vegetatio succedere possit, ad hiemem totum hoc tempus referre liceat, ad æstatem vero reliquos anni menses ab initio Maji ad finem Octobris, quo tempore vegetabilia plus minus crescunt; & tum quidem habemus medium calorem talis

$$\text{hiemis} = -\ 3\overset{\circ}{,}9,$$
$$\text{æstatis} = +\ 11,3. \quad {}^{*})$$

Si valores caloris cujusque mensis maximos & minimos e comparatione universali nuperrime (pag. 217) allata sejunctim colligimus, sequentem habebimus comparationem:

*) Hanc divisionem pro loco Haapakylä Paroeciæ Tornecönsis secutus est queque Burman in Act. Acad. Stockholm 1832, p. 76.

	Calor medio-maximus.	Calor medio-minimus.	Differentia.
Januario	— 6°,23	— 8°,88	2,65
Februario	— 4,87	— 9,01	4,14
Martio	— 1,27	— 7,51	6,24
Aprili	+ 3,45	— 2,96	6,41
Majo	10,29	+ 3,75	6,54
Junio	16,92	8,96	7,96
Julio	19,56	11,82	7,74
Augusto	17,79	10,58	7,21
Septembri	13,37	7,24	6,13
Octobri	7,31	3,34	3,97
Novembri	0,95	— 1,74	2,69
Decembri	— 4,30	— 6,29	1,99

Hi quidem, uti apparet, sunt valores medii caloris maximi & minimi ex omnium dierum cujusque mensis observationibus desumti. Simili ratione quæri possunt valores absolute maximi & minimi, collecti scilicet adnotando unicum tantum per singulos menses cujusque anni absolute maximum & minimum valorem. Ad formandam talem collectionem speciatim percurrimus totam seriem observationum, quo facto sequentem nacti sumus tabulam relationum:

Calor absolute maximus Helsingforsiæ.

Annus.	Jan.	Febr.	Mart.	Aprili	Majo	Junio	Julio	Aug.	Sept.	Octob.	Nov.	Dec.
1829	−2,7	+0,7	4,6	9,4	20,2	23,2	25,8	22,5	18,2	13,5	3,7	2,7
1830	+1,2	6,0	3,8	9,8	12,7	22,7	24,7	22,4	16,0	13,8	8,2	4,0
1831	1,5	2,0	9,5	10,7	21,3	28,0	26,5	25,5	16,4	11,5	7,4	3,0
1832	2,0	6,0	8,3	11,4	19,4	22,3	23,7	24,8	16,3	11,8	7,3	3,2
1833	4,2	2,1	4,5	9,3	16,5	22,7	26,2	20,2	18,6	12,3	8,3	4,4
1834	1,3	4,9	5,2	12,7	20,0	24,0	26,5	29,0	24,5	13,7	3,7	3,5
1835	3,5	4,3	5,4	10,0	16,2	27,7	25,0	20,7	17,0	14,7	4,0	3,9
1836	2,0	3,8	5,8	10,3	16,4	20,0	23,6	24,3	23,0	12,8	4,8	4,8
1837	2,8	2,8	4,0	14,4	22,0	23,8	23,5	23,9	17,2	12,7	8,0	4,0
1838	−0,3	1,5	2,2	10,7	19,8	26,0	25,3	21,2	19,5	12,7	9,9	4,8
1839	+3,0	1,8	2,0	9,4	21,5	23,2	30,5	29,8	17,8	13,7	6,0	1,2
Medium	1,68	3,26	5,03	10,74	18,73	23,96	25,57	24,03	18,59	13,02	6,48	3,59
Limites probabiles...	± 0,86	± 1,24	± 1,53	± 1,07	± 1,95	± 1,61	± 1,34	± 2,13	± 1,85	± 0,65	± 1,43	± 0,71

Calor absolute minimus Helsingforsiae.

Annus.	Jan.	Febr.	Mart.	Aprili	Majo	Junio	Julio	Aug.	Sept.	Octob.	Nov.	Dec.
1829	—24,0	—25,0	—23,5	—13,4	— 6,0	2,0	10,0	5,8	+ 1,8	— 7,2	—11,6	—22,3
1830	—26, 0	—22,3	—26,0	—13,0	— 5,0	3,0	5,3	8,4	+ 1,5	4,5	10,8	14,0
1831	—28,0	—23,5	27,0	—14,0	— 2,2	6,2	8,0	7,3	— 0,3	— 5,0	— 7,8	—20,5
1832	—22,0	—14,6	—15,3	— 6,0	— 1,7	— 0,5	3,5	8,0	+ 0,2	— 4,3	— 9,5	—11,3
1833	—24,0	—23,0	—21,5	—13,0	— 4,5	1,3	4,4	0,8	+ 0,8	+ 2,3	— 5,0	—17,0
1834	—23,2	—21,0	—14,0	— 3,7	+ 1,3	2,0	5,0	3,8	—4,7	— 5,8	—12,9	—15,0
1835	—16,2	—13,0	—14,0	—14,8	— 1,5	6,0	6,8	4,3	+ 3,8	— 0,5	14,5	—31,0
1836	—28,5	—18,5	—12,6	— 4,0	— 2,9	1,0	5,5	5,3	— 1,0	— 5,8	—12,0	—19,0
1837	—22,2	—14,0	—28,0	—17,5	— 1,0	0,1	6,7	4,3	— 2,0	— 2,0	— 9,8	—19,1
1838	—28,5	—29,8	—22,0	—15,2	— 3,0	0,5	2,6	4,0	+ 4,0	— 4,5	—17,0	—12,5
1839	—23,0	—25,0	—25,0	—12,4	— 0,5	2,6	6,5	6,0	0	—10,0	—15,0	—19,8
Medium	—24,15	—20,90	—20,81	—11,55	— 2,45	2,20	5,85	5,27	0,57	— 4,30	—11,45	—18,32
Limites probabiles...	± 2,43	± 3,60	± 3,90	± 3,19	± 1,20	± 1,41	± 1,10	± 1,48	± 1,52	± 1,74	± 1,91	± 3,70

Si curvas maximi & minimi caloris, quales pro medio in multis locis calore affert Berghaus *), construere intendimus, anomaliæ, quæ adhuc nostris observationibus adsunt, submovendæ erunt, quod utique efficiet sequens

Calculus pro determinando calore Helsingforsiæ medio-maximo, facto initio mensium numerationis n ab initio Januarii:

$$\text{XVI.)} \quad t = 6°,08 + 12,723 \text{ Sin } (n.\ 30° + 248°.\ 7') + 0,798 \text{ Sin } (n.\ 60 + 44.\ 41) + 0,504 \text{ Sin } (n.\ 90 + 278.\ 12);$$

	Calor medio-maximus		Differentia.
	Observat.	Computat.	
Januario	— 6,23	— 6,08	— 0,15
Februario	— 4,87	— 4,73	— 0,14
Martio	— 1,27	— 1,45	+ 0,18
Aprili	+ 3,45	+ 3,38	+ 0,07
Majo	10,29	10,21	+ 0,08
Junio	16,92	16,86	+ 0,06
Julio	19,56	19,78	— 0,22
Augusto	17,79	18,03	— 0,25
Septembri	13,37	13,20	+ 0,17
Octobri	7,31	7,24	+ 0,07
Novembri	0,95	0,82	+ 0,13
Decembri	— 4,30	— 4,30	0

*) L. c. 1 *Abtheil. Meteorologie N:o* 5, Potsdam 1839. Amat in delineationibus suis anomalias observationum retinere, quas, quantum fieri potuit, calculo eliminare nos maluimus.

Calculus pro determinando valore caloris medio-minimi:

XVII) $t = 0°,775 + 10,488 \text{ Sin } (n.\ 30° \div 240°.\ 45')$

$\div\ 0,801 \text{ Sin } (n.\ 60 \div 97.\ 32)$

$\div\ 0,335 \text{ Sin } (n.\ 90 \div 341.\ 48);$

	Calor medio-minimus		Differentia.
	Observat.	Computat.	
Januario	— 8,88	— 8,84	— 0,04
Februario	— 9,01	— 9,10	÷ 0,09
Martio	— 7,51	— 7,21	— 0,30
Aprili	— 2,96	— 2,77	— 0,10
Majo	÷ 3,75	÷ 3,64	÷ 0,11
Junio	8,96	9,33	— 0,37
Julio	11,82	11,66	÷ 0,16
Augusto	10,58	10,45	÷ 0,13
Septembri	7,24	7,28	— 0,04
Octobri	3,34	3,05	÷ 0,29
Novembri	— 1,74	— 1,90	÷ 0,16
Decembri	— 0,29	— 0,32	÷ 0,03

Calculus pro determinando valore caloris absolute maximi:

XVIII.) $t = 12^{\circ},89 + 12,087 \text{ Sin } (n.\ 30^{\circ} + 252^{\circ}.\ 9')$

$+ \ 1,115 \text{ Sin } (n.\ 60 + \ 73.\ 51)$

$+ \ 0,448 \text{ Sin } (n.\ 90 + \ 0.\ 36);$

	Calor absolute maximus		Differentia
	Observat.	Computat.	
Januario	1,68	2,22	— 0,54
Februario	3,26	2,76	+ 0,50
Martio	5,03	5,70	— 0,67
Aprili	10,74	10,90	— 0,16
Majo	18,73	18,42	+ 0,31
Junio	23,96	23,66	+ 0,30
Julio	25,57	25,72	— 0,15
Augusto	24,03	24,11	— 0,08
Septembri	18,59	18,99	— 0,40
Octobri	13,02	12,72	+ 0,30
Novembri	6,48	6,29	+ 0,19
Decembri	3,59	3,19	+ 0,40

Calculus pro determinando valore caloris absolute minimi:

$$\text{XIX.)}\ t = -8^\circ{,}353 + 14{,}661\ \text{Sin}\,(n.\,30^\circ + 241^\circ.\,27')$$
$$+\ 0{,}894\ \text{Sin}\,(n.\,60 + 162.\ 26)$$
$$+\ 0{,}268\ \text{Sin}\,(n.\,90 + 321.\ 25);$$

	Calor absolute minimus		Differentia.
	Observat.	Computat.	
Januario	— 24°,15	— 22,77	— 1,38
Februario	— 20,90	— 23,00	+ 2,10
Martio	— 20,81	— 19,08	— 1,73
Aprili	— 11,55	— 11,86	+ 0,31
Majo	— 2,45	— 3,32	+ 0,87
Junio	+ 2,20	+ 3,14	— 0,94
Julio	5,85	5,67	+ 0,18
Augusto	5,27	4,60	+ 0,67
Septembri	0,37	1,18	— 0,81
Octobri	— 4,30	— 4,46	+ 0,16
Novembri	— 11,45	— 11,68	+ 0,23
Decembri	— 18,32	— 18,65	+ 0,33

Hisce cognitis innotescit illa inter calorem cujusque mensis maximum & minimum differentia, quæ ad magnam partem cha-

racterem climatis determinat. Habetur vero eadem admodum diversa secundum diversam, qua res consideratur, rationem. Est nempe

	Differentia inter medio-maximum & minimum calorem	Differentia inter absolute maximum & minimum calorem
Januario	2°,76	24°,99
Februario	4,37	25,76
Martio	5,76	24,78
Aprili	6,15	22,76
Majo	6,57	21,74
Junio	7,53	20,52
Julio	8,12	20,05
Augusto	7,58	19,51
Septembri	5,92	17,81
Octobri	4,19	17,18
Novembri	2,72	17,97
Decembri	2,02	21,84

Si æquationibus XV, XVIII & XIX rite utimur, sequentem pro decimo quovis cujusque mensis die obtinemus comparationem,

ubi m est calor absolute minimus, quem probabiliter possumus exspectare, itemque M maximus, m' vero ex observationibus omnium horarum medius:

	m	M	m'		m	M	m'
Jan....... 1	− 21,40°	+ 2,46°	− 6,6°	Jul........ 1	+ 4,30°	+ 25,46°	+ 15,6°
10	− 22,72	2,26	− 7,2	10	5,14	25,74	+ 16,1
20	− 23,10	2,23	− 7,5	20	5,71	25,59	+ 16,2
Febr..... 1	− 23,60	2,33	− 7,4	Aug...... 1	5,19	25,07	+ 15,8
10	− 23,35	2,57	− 7,1	10	4,86	24,20	+ 15,0
20	− 22,64	2,99	− 6,6	20	4,16	23,02	+ 13,9
Mart..... 1	− 21,55	3,66	− 6,1	Sept...... 1	3,53	21,59	+ 12,9
10	− 19,72	4,62	− 4,9	10	2,18	19,90	+ 11,2
20	− 18,13	5,95	− 3,4	20	0,34	18,03	+ 9,7
April.... 1	− 15,43	7,67	− 2,3	Octob. 1	− 0,89	15,96	+ 8,1
10	− 12,80	9,74	− 0,5	10	− 2,95	13,82	+ 6,4
20	− 10,44	12,10	+ 1,5	20	− 5,58	11,64	+ 4,6
Maj...... 1	− 7,10	14,64	+ 3,8	Nov....... 1	− 7,90	9,54	+ 2,7
10	− 4,71	17,18	+ 6,2	10	− 11,43	7,61	+ 0,7
20	− 2,01	19,59	+ 8,6	20	− [illegible]	5,95	− 1,1
Jun...... 1	+ 0,22	21,72	+ 10,9	Dec...... 1	− 15,61	4,60	− 2,9
10	+ 2,11	23,44	+ 12,9	10	− 17,68	3,57	− 4,4
20	+ 3,91	24,70	+ 14,5	20	− 19,53	2,88	− 5,7

Si ex æquatione XV formamus hanc aliam:

$$\text{XX.)}\quad \frac{dt}{dn} = 0 = 11{,}783 \operatorname{Cos}(n.\,30^\circ + 244^\circ.\,43') + 1{,}554 \operatorname{Cos}(n.\,60 + 82.\,57) + 1{,}401 \operatorname{Cos}(n.\,90 + 288.\,59),$$

inde eruentur tempora in quæ incidunt anni calor maximus & minimus. Quæsitis nempe hujus æquationis radicibus, indicatum habemus calorem anni

maximum, quando fit $n = 6{,}528$, h. e. die 24 Januarii,
minimum . . . . $n = 0{,}787$ . . . . 16 Julii.

Tempora vero medii caloris annui determinat sequens æquatio, quæ ex æquatione itidem XV formatur, scilicet:

$$\text{XXI.)}\quad 0 = 11{,}783 \operatorname{Sin}(n.\,30^\circ + 244^\circ.\,43') + 0{,}777 \operatorname{Sin}(n.\,60 + 82.\,57) + 0{,}467 \operatorname{Sin}(n.\,90 + 288.\,59),$$

quæ ostendit incidere

calorem anni medium in $\begin{cases} n = 3{,}990, \text{ seu diem 30 Aprilis,} \\ n = 9{,}825 \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ 24 Octobris.} \end{cases}$

Quoniam in universum pro singulis mensibus habuimus calorem horæ n seu $T_n = T + u' \operatorname{Sin}(n.15 + v') + u'' \operatorname{Sin}(n.30 + v'') + u''' \operatorname{Sin}(n.45 + v''')$, erit $T_n = T$ quando valorem medii caloris diurni attigit T_n, quo igitur casu esse debet

$$0 = u' \operatorname{Sin}(n.\,15^\circ + v') + u'' \operatorname{Sin}(n.\,30^\circ + v'') + u''' \operatorname{Sin}(n.\,45^\circ + v'''),$$

qua æquatione determinatur hora n, in quam incidit ille medius calor. Tali autem pro singulis mensibus speciatim instituto calculo eruuntur sequentes valores:

	Calor medius Helsingforsiæ incidit in horam	
	[illegible]	[illegible]
Januario	9. 3.3	10. 57.3
Februario	9. 10.9	10. 27,9
Martio	8. 57.5	8. 18.5
Aprili	8. 3.4	8. 20.3
Majo.	7. 38.0	8. 27.7
Junio.	7. 12.5	8. 54.0
Julio	7. 10,1	8. 3.7
Augusto	7. 45.7	8. 3,0
Septembri	8. 14.8	8. 0
Octobri	8. 9.5	9. 27.2
Novembri	8. 3.5	8. 52.3
Decembri	8. 14.4	11. 56,1

Hinc luculenter apparet, horam medii caloris tam antemeridianam quam pomeridianam per totum annum non esse constantem, sed ociorem tempore æstivo, seriorem hiemali. Cum vero

anomaliæ quædam in hisce quoque determinationibus adhuc restent, præstat easdem eliminare adhibitis sequentibus æquationibus

pro hora invenienda medii caloris antemeridiana:

$$\text{XXII.)}\quad h = 8^\circ{,}145 + 0{,}766 \,\text{Sin}\,(n.\,30^\circ + \;\;70^\circ.\,47') \\ + 0{,}435 \,\text{Sin}\,(n.\,60 \;+ 324.\;37\,) \\ + 0{,}149 \,\text{Sin}\,(n.\,90 \;+ \;\;11.\,50\,);$$

& pro hora ejusdem determinationis pomeridiana:

$$\text{XXIII.)}\quad h = 9^\circ{,}186 + 1{,}370 \,\text{Sin}\,(n.\,30^\circ + \;\;82^\circ.\,50') \\ + 0{,}770 \,\text{Sin}\,(n.\,60 \;+ \;\;94.\;21\,) \\ + 0{,}314 \,\text{Sin}\,(n.\,90 \;+ \;\;33.\;\;2\,),$$

puarum ope sequentes habebuntur valores:

	Hora caloris medii	
	antemeridiana	pomeridiana
Januarii . . . . die 1	8,6	11,5
15	9,0	11,5
Februarii 1	9,2	11,0
15	9,3	10,3
Martii 1	9,1	9,4
15	8,9	8,7
Aprilis 1	8,5	8,3
15	8,2	8,3
Maji 1	7,9	8,5
15	7,6	8,7
Junii 1	7,4	8,8
15	7,2	8,7
Julii. 1	7,1	8,4
15	7,2	8,2
Augusti 1	7,4	8,0
15	7,7	8,0
Septembris 1	8,0	8,1
15	8,2	8,3
Octobris 1	8,3	8,5
15	8,2	8,8
Novembris 1	8,1	9,2
15	8,0	9,8
Decembris 1	8,1	10,5
15	8,3	11,1

Magni in Meteorologia momenti est res, ut calor loci cujusdam medius diurnus, indeque medius menstruus & annuus, determinetur. Si quidem omnium horarum diei noctisque calor innotescit, medius quoque inde mox cognitus habetur; si vero desunt plurium horarum observationes, vel si paucæ tantummodo earum adsunt, quæstio oritur, quomodo ex illis probabilis possit erui calor medius. Notum est, duplici ratione huic quæstioni solvendæ operam navasse scrutatores, aut illas eligendo horas pauciores, pro diversis anni temporibus variabiles, e quarum calore observato medius facili calculo determinari possit, qualem methodum Poggendorff *), formulis pro quadratura curvarum per approximationem invenienda a Gauss traditis **) utens, proposuit; aut etiam pauciorum horarum constantium pro lubitu electarum observationes ita combinando, ut medius calor inde resultet, quæ vulgaris fuit plurium methodus. Quænam harum nostro climati aptissima censeatur atque commodissima, eo diligentius jam examinetur, quo certius assumi possit, eandem, quam Helsingforsiæ potissimum adhibendam docent nostræ determinationes, in tota quoque Finlandia & adjacentibus ei regionibus esse convenientissimam.

Examen nostrum hoc respectu instituendum in partes dispescemus, prout unica tantum observatione, vel pluribus, nititur determinatio medii caloris.

---

*) In *Annalen der Physik,* 80 B., p. 410 &c.

**) In *Commentat. Societatis Reg. Scientiarum Gottingensis recentior. Tom III, Classis Mathematicæ,* pag. 72, &c.

I. Si unius solummodo observationis ope, nulla addita correctione, invenietur calor medius, per se patet, nullam aliam posse adhiberi, quam quæ pertinet horæ, vel antemeridianæ vel pomeridianæ, supra ope æquat. XXII & XXIII determinatæ. Et si hac ratione valores pro diversis diebus proxime consecutivis, vel pro eodem die plurium annorum, plus minus a se aberrantes oriuntur, monendum est, rationem rei requirere ut multorum annorum observationes consulantur, si valor universaliter medius desideratur. — Ad normam hujus methodi commodissime utique possunt adornari futuræ observationes; quando vero ex antiquis, quæ horis constantibus ad hanc regulam non accomodatis sunt adnotatæ, inveniendus est medius valor, correctio necessario est addenda, quæ eo erit minor, quo propiores horæ illi, cui adest medius calor, sunt factæ observationes, quamobrem horæ præsertim septima & octava antemeridiana, quibus frequentissime adnotatæ sunt tam antiquioris temporis quam hodierni observationes, speciatim examinari merentur. Facto igitur calore medio quæsito $= m'$, calore observato horæ antemeridianæ septimæ $= (\text{VII})$, & octavæ $= (\text{VIII})$, inveniuntur ex iis, quæ usus æquationum supra allatarum I—XII determinat, observationibus harum horarum addendæ correctiones, adeoque caloris m' valores veris proximi, nempe initio computationis mensium n a medio Januario sumto:

$$\text{XXIV.)} \ldots\ldots m' = (\text{VII}) + 0{,}83 + 0{,}306 \,\text{Sin}\,(n.\,30^\circ + 45^\circ.\,42')$$
$$+ 0{,}613 \,\text{Sin}\,(n.\,60 + 331.\,29),$$

atque

$$\text{XXV.)} \ldots m' = (\text{VIII}) + 0{,}013 + 0{,}400 \,\text{Sin}\,(n.\,30^\circ + 80^\circ.\,35')$$
$$+ 0{,}456 \,\text{Sin}\,(n.\,60 + 328.\,44$$
$$+ 0{,}030 \,\text{Sin}\,(n.\,90 + 47.\,23).$$

Similiter, quoniam in quotidianis seriebus meteorologicis vulgo occurrunt observationes horarum pomeridianæ secundæ = (II_1) & nonæ = (IX_1), addere convenit:

$$\text{XXVI.)} \ldots m' = (\text{II}_{,}) - 2{,}367 + 1{,}173 \,\text{Sin}\,(n.\,30^\circ + 118^\circ.\,59')$$
$$+ 0{,}492 \,\text{Sin}\,(n.\,60 + 167.\,46)$$
$$+ 0{,}095 \,\text{Sin}\,(n.\,90 + 77.\,54).$$

$$\&\ \text{XXVII.)} \ldots m' = (\text{IX}_{,}) + 0{,}152 + 0{,}407 \,\text{Sin}\,(n.\,30^\circ + 277^\circ.\,40')$$
$$+ 0{,}130 \,\text{Sin}\,(n.\,60 + 2.\,12)$$
$$+ 0{,}155 \,\text{Sin}\,(n.\,90 + 258.\,12).$$

Harum vero æquationum ope sequentes pro inveniendo

$$m' = (\text{VII}) + C_{(1)},$$
$$m' = (\text{VIII}) + C_{(2)},$$
$$m' = (\text{II}_{,}) + C_{(3)},$$
$$m' = (\text{IX}_{,}) + C_{(4)},$$

computatæ sunt correctiones ipsis observationibus addendæ:

	$C_{(1)}$	$C_{(2)}$	$C_{(3)}$	$C_{(4)}$
Januario . . .	+ 0°,76	+ 0°,19	— 1,14	— 0,35
Februario . .	+ 1,45	+ 0,63	— 2,11	— 0,09
Martio	+ 1,74	+ 0,70	— 2,91	+ 0,26
Aprili	+ 1,34	+ 0,30	— 3,06	+ 0,19
Majo	+ 0,60	— 0,33	— 2,92	+ 0,13
Junio	+ 0,13	— 0,73	— 3,05	+ 0,39
Julio	+ 0,32	— 0,64	— 3,38	+ 0,76
Augusto . . .	+ 0,85	— 0,16	— 3,36	+ 0,62
Septembri . .	+ 1,15	+ 0,24	— 2,76	+ 0,27
Octobri	+ 0,91	+ 0,20	— 1,88	+ 0,03
Novembri . .	+ 0,43	— 0,09	— 1,09	— 0,06
Decembri . .	+ 0,30	— 0,15	— 0,75	— 0,30

Orta quæstione, utra harum serierum ad inveniendum calorem medium m' potissimum utamur, ad errores in hisce determinationibus metuendos est attendendum. Significantibus vero $\varepsilon(C_{(1)})$, $\varepsilon(C_{(2)})$, $\varepsilon(C_{(3)})$ & $\varepsilon(C_{(4)})$ respective errores probabiles correctionum $C_{(1)}$, $C_{(2)}$, $C_{(3)}$ & $C_{(4)}$, habebimus, instituto calculo,

$$\varepsilon(C_{(1)}) = \pm 0°{,}09, \qquad \varepsilon(C_{(2)}) = \pm 0°{,}13,$$
$$\varepsilon(C_{(3)}) = \pm 0{,}06, \qquad \varepsilon(C_{(4)}) = \pm 0{,}10,$$

unde intelligitur valorem ex observato calore horæ secundæ po-

meridianæ deductum minimo errore esse obnoxium, quod quidem exinde etiam poterat exspectari, quoniam variationes caloris, qui eo tempore fere est maximus, minimæ necessario observabuntur.

II. Qvando e duabus observationibus deducendus est valor caloris medii, plures propositæ sunt combinationes. Primum consideranda venit approximatio Poggendorffii ad normam formularum Gaussii instituta, quæ in eo consistit, ut, sumta hora ortus solis $= a$, quærantur calores R & R_1 horis $h = a + 0{,}2113.\,24 = a + 5{,}07$, atque $h_1 = a + 0{,}7887.\,24 = a + 18{,}93$, respective observati, quo facto habebitur medius calor $m' = \frac{1}{2}(R + R)$. In nostris observationibus nullæ quidem obveniunt hisce temporibus adnotatæ; cum vero facili interpolatione e cognitis circumjacentibus possint deduci, hujus methodi examinandæ gratia sequentem pro medio quovis mense exhibebimus comparationem:

	Horæ observationis		Calores harum horarum respectivi		$\frac{R+R_1}{2}$	m'	Differ.
	h	h_1	R	R_1			
Januar. .	1,95	15,81	−6,91	−9,45	−8,18	−8,07	−0,11
Februar.	0,79	14,65	−4,43	−8,06	−6,25	−6,25	0
Mart. . .	23,39	13,25	−2,57	−6,66	−4,62	−4,76	+0,14
April. . .	21,84	11,70	+2,31	−1,08	+0,61	+0,74	−0,13
Maj. . . .	20,45	10,31	8,18	+6,26	7,22	7,51	−0,29
Jun. . . .	19,69	9,55	13,41	12,98	13,54	13,61	−0,07
Jul. . . .	20,14	10,00	17,11	14,42	15,77	16,01	−0,24
August. .	21,30	11,18	16,14	12,53	14,34	14,58	−0,24
Sept. . .	22,55	12,41	12,33	8,80	10,56	10,46	+0,10
Octob. .	23,75	13,61	6,78	3,99	5,39	5,61	−0,22
Novemb.	1,09	14,95	0,95	−1,63	−0,34	−0,12	−0,22
Decemb.	2,09	15,95	−4,10	−6,08	−5,09	−4,87	−0,12

Defectu igitur plerumque errare videtur hæc methodus; si vero minoris quoque momenti has oberrationes æstimaremus, aliud tamen ei adhæret grave incommodum inde petendum, quod, excepto tempore æstivo, nocturnas requirat observationes, illudque ejus est indolis, ut eam quotidiano usui non possimus commendare.

Duæ deinde sunt vulgatissimæ rationes medium calorem e duabus observationibus computandi, quæ an itidem in nostro climate habeantur accuratissimæ, jam videamus. Sumi scilicet in eum finem solet medium arithmeticum calorum aut maximi & minimi, aut etiam horæ antemeridianæ & pomeridianæ decimæ. Factis igitur calore mensis maximo $= M$, minimo $= m$, medio $= m'$, nec non horæ decimæ antemeridianæ $= (X)$, & pomeridianæ $= (X_1)$, ut etiam

$$m' = \tfrac{1}{2}\,(M + m) + C_{(5)}$$

atque

$$m' = \tfrac{1}{2}\,((X) + (X_1)) + C_{(6)},$$

institutoque tandem calculo cum iis valoribus, quos æquationes supra allatæ I...XII præbent, atque facto initio numerationis mensium (numeri n) ab initio anni; habemus

$$\text{XXVIII.)} \ldots\, C_{(5)} = 0{,}28 + 0{,}197\ \text{Sin}\,(n.\,30^\circ + 265^\circ.\,19') + 0{,}173\ \text{Sin}\,(n.\,60 + 117.\,36) + 0{,}056\ \text{Sin}\,(n.\,90 + 296.\ \ 2),$$

atque $$\text{XXIX.)} \ldots\, C_{(6)} = -\,0{,}44 + 0{,}101\ \text{Sin}\,(n.\,30^\circ + 100^\circ.\,34') + 0{,}110\ \text{Sin}\,(n.\,60 + 351.\,43) + 0{,}055\ \text{Sin}\,(n.\,90 + 240.\,43),$$

qui valores sequentes præbent numericas determinationes, pro medio quovis mense computatas:

	$C_{(5)}$	$C_{(6)}$
Januario	0°,16	— 0,36
Februario	0,10	— 0,26
Martio	0,06	— 0,31
Aprili	0,17	— 0,54
Majo	0,47	— 0,69
Junio	0,69	— 0,59
Julio	0,58	— 0,44
Augusto	0,29	— 0,40
Septembri	0,15	— 0,43
Octobri	0,20	— 0,42
Novembri	0,25	— 0,41
Decembri	0,21	— 0,42

ubi errores probabiles sunt $\varepsilon(C_{(5)}) = \pm 0{,}04$, & $\varepsilon(C_{(6)}) = \pm 0{,}05$.

Neutram igitur harum methodorum ita in nostro climate, ut in Anglia præcipue usurpantur, sine addita correctione admittendam esse apparet. Quod vero de valore $\frac{1}{2}[(X) + (X_1)]$ sic invenimus, de aliis quoque observationum horis homonymis institutarum æque valet. Contenderunt scilicet multi, $\frac{1}{2}[(VII) + (VII_1)]$, atque $\frac{1}{2}[(VIII) + (VIII_1)]$ & $\frac{1}{2}[(IX) + (IX_1)]$, &c. &c., satis accuratos medii caloris valores præbere; facta vero computatione experti su-

mus, pro nostro climate eos adeo esse justo majores, ut sine addita correctione subtractiva non debeant adhiberi. *)

III. E tribus quoque quotidie institutis observationibus calorem medium eruendi plures excogitatæ sunt methodi. Inter omnes illas eminet utique *Gaussio-Poggendorffiana* supra nominata, si exactos, vel saltem egregie approximatos, quos præbet, valores respexeris, cum vero eadem ad tres extensa terminos, æque ac ad duos, nocturnas requirat observationes, ad practicum usum minime est accommodata, quare eam speciali comparatione examinare supervacaneum omnino putamus.

Si universaliorem spectas usum a plurimis commendatum, maximam sane tribues attentionem rationi ex observationibus conjunctis caloris horæ septimæ antemeridianæ = (VII), secundæ pomeridianæ = (II_1) & nonæ pomeridianæ = (IX_1) calorem medium determinandi. Unanimi fere consensu fuit nempe assumtum, haberi $m' = \frac{1}{3}[(VII) + (II_1) + (IX_1)]$ **); cum vero deinde animadversum sit, justo majorem, deficientibus observationibus nocturnis, hac ratione quoque fieri computatum calorem, recentioribus temporibus ejus loco substituit Kämtz ***) hanc formam: $m' = \frac{1}{4}[(VII) + (II_1) + 2(IX_1)]$, qua etiam in redigendis observationibus

*) Neque in aliis climatibus tales computationes correctione adhibenda carere posse, ostendunt expositiones ejus rei in *Repertorium der Physik, herausgegeb. von Dove*, Berlin 1839, B. III, p. 367 &c.

**) Cfr. *Ephemerid. Mateorol. Palatin.*

***) *Lehrbuch der Meteorologie*, 1 B. p 102.

Petropolitanis usus est Kupffer *), cui autem Schön hanc anteponit: $m' = \frac{1}{24}[7(VII) + 7(II_1) + 10(IX_1)]$ **), quæ tamen omnes pro nostro climate sua egent correctione. Instituto nempe calculo pro Helsingforsia eruimus, facto numero mensium $= n$, ab initio anni computatorum:

$$XXX.)\; m' = \tfrac{1}{3}[(VII) + (II_1) + (IX_1)] - 0{,}46 + 0{,}293\,\mathrm{Sin}(n.30^\circ + 94^\circ.52)$$
$$+ 0{,}090\,\mathrm{Sin}(n.60 + 283.19)$$
$$+ 0{,}049\,\mathrm{Sin}(n.90 + 112.50);$$

$$XXXI.)\; m' = \tfrac{1}{4}[(VII) + (II_1) + 2(IX_1)] - 0{,}31 + 0{,}127\,\mathrm{Sin}(n.30 + 104.43)$$
$$+ 0{,}088\,\mathrm{Sin}(n.60 + 304.43)$$
$$+ 0{,}072\,\mathrm{Sin}(n.90 + 128.22);$$

$$XXXII.)\; m' = \tfrac{1}{24}[7(VII) + 7(II_1) + 10(IX_1)] - 0{,}38 + 0{,}225\,\mathrm{Sin}(n.30 + 100.12)$$
$$+ 0{,}080\,\mathrm{Sin}(n.60 + 282.\;4)$$
$$+ 0{,}057\,\mathrm{Sin}(n.90 + 141.42).$$

Factis igitur compendii causa

$$m' = \tfrac{1}{3}[(VII) + (II_1) + (IX_1)] - C_{\cdot},$$
$$m' = \tfrac{1}{4}[(VII) + (II_1) + 2(IX_1)] - C_{\cdot},$$
$$m' = \tfrac{1}{24}[7(VII) + 7(II_1) + 10(IX_1)] - C_{\cdot};$$

allatæ æquationes hos præbent valores numericos, ad medium quemvis mensem pertinentes:

---

*) *Observat. Meteorologiques & Magnetiques faites dans l'étendue de l'Empire de Russie*, N:o 1, p. 6.

**) *Archiv für die gesammte Naturlehre, herausgeg. von* Kastner, XXIV B, s. 191.

	$C_{(7)}$	$C_{(8)}$	$C_{(9)}$
Januario	0,26	0,23	0,24
Februario	0,30	0,27	0,29
Martio	0,34	0,23	0,28
Aprili	0,45	0,27	0,36
Majo	0,69	0,46	0,59
Junio	0,88	0,60	0,74
Julio	0,80	0,46	0,63
Augusto	0,59	0,25	0,43
Septembri	0,41	0,21	0,33
Octobri	0,34	0,28	0,28
Novembri	0,22	0,26	0,21
Decembri	0,22	0,20	0,18

ubi errores probabiles sunt: $\varepsilon(C_{(7)})=\pm 0{,}02$; $\varepsilon(C_{(8)})=\pm 0{,}03$; $\varepsilon(C_{(9)})=\pm 0{,}03$.

Apparet igitur has correctiones omnes ab anni temporibus ita pendere, ut mensibus æstivis majores, hibernis minores sint. Unica tantum, quam coronidis loco addamus, nobis nota est ratio computandi, cui parvula per totum annum constans *) sufficit correctio. E theoreticis nempe considerationibus sequitur, medium proxime haberi debere calorem e media summa calorum horis per

*) An ubique locorum constans sit, alia occasione examinabimus.

totum diem (cum nocte) æquidistantibus observatorum, quare proposuit Poggendorff *), horas octavam antemeridianam atque quartam & duodecimam pomeridianam in eum finem esse eligendas. Cum vero nostræ vivendi rationi magis convenit ut horam nocturnam duodecimam evitemus, loco horarum nominatarum substituendas esse judicavimus septimam antemeridianam cum tertia & undecima pomeridiana, quibus adhibitis hæc regula:

$$m' = \frac{1}{3}\,[(\mathrm{VII}) + (\mathrm{III}_1) + (\mathrm{XI}_1)] - 0{,}14,$$

medio calori e tribus observationibus in nostro climate inveniendo ita inservit, ut error probabilis tantum $= \pm\, 0{,}04$ sit metuendus, quod quidem e sequenti comparatione facile concluditur:

	Observ.	Comput.	Differ.
Januario	— 8,07	— 8,07	0
Februario	— 6,25	— 6,27	+ 0,02
Martio	— 4,76	— 4,85	+ 0,09
Aprili	+ 0,74	+ 0,71	+ 0,03
Majo	7,51	7,54	— 0,03
Junio	13,61	13,72	— 0,11
Julio	16,01	16,04	— 0,03
Augusto	14,58	14,59	— 0,01
Septembri	10,46	10,46	0
Octobri	5,61	5,64	— 0,03
Novembri	— 0,12	— 0,20	+ 0,08
Decembri	— 4,87	— 4,80	— 0,07

*) *Annalen der Physik*, B. 118, p. 632.

IV. Inter plures combinationes, quibus e quatuor observationibus computari potest medius calor, duas tantummodo examinemus. In cognoscenda loci cujusdam temperie maximi certe nostra interest experiri, quinam sit calor diei cujusvis minimus, quinam medius atque maximus. Qui igitur observationes thermometricas quotidianas instituere sibi serio proposuit, occasione vero quavis hora diei easdem adnotandi caret, Thermometrographo observare debet calorem minimum nocturnum $= m$, atque temperiem horæ octavæ tam matutinæ $= (\text{VIII})$, quam vespertinæ $= (\text{VIII}_1)$, cum calore horæ secundæ pomeridianæ $= (\text{II}_1)$, qui maximus fere est diei. Tum quidem, quoniam, ut e superioribus apparet, non multum a vero aberrant positiones $m' = \frac{1}{2}[m + (\text{II}_1)] = (\text{VIII}) = (\text{VIII}_1)$, proxime verus erit quoque valor $m' = \frac{1}{4}[m + (\text{VIII}) + (\text{II}_1) + (\text{VIII}_1)]$, cujus correctio e sequenti comparatione facile deducitur:

	Calor medius Observat.	Calor medius Computat.	Differ.
Januario	$-8^{\circ},07$	$-8^{\circ},19$	$+0,12$
Februario	$-6,25$	$-6,39$	$+0,14$
Martio	$-4,76$	$-4,98$	$+0,22$
Aprili	$+0,74$	$+0,67$	$+0,07$
Majo	7,51	7,48	$+0,03$
Junio	13,61	13,60	$+0,01$
Julio	16,01	16,00	$+0,01$
Augusto	14,58	14,53	$+0,05$
Septembri	10,46	10,30	$+0,16$
Octobri	5,61	5,52	$+0,09$
Novembri	$-0,12$	$-0,20$	$+0,08$
Decembri	$-4,87$	$-4,96$	$+0,09$

Inde scilicet, sumto medio arithmetico differentiarum, erit:

$$m' = \tfrac{1}{4}\,[m + (\mathrm{VIII}) + (\mathrm{II}_1) + (\mathrm{VIII}_1)] + 0{,}09,$$

in qua determinatione error probabilis metuendus est $= \pm\, 0{,}04$: aut etiam, si exactior desideratur valor:

$$m' = \tfrac{1}{4}\,[m + (\mathrm{VIII}) + (\mathrm{II}_1) + (\mathrm{VIII}_1)] + 0{,}09 + 0{,}053\ \mathrm{Sin}\,(n.30 + 86.24)$$
$$+ 0{,}056\ \mathrm{Sin}\,(n.60 + 307.22),$$

ubi, valore n ab initio anni computato, error probabilis exspectandus est $= \pm 0{,}02$.

Simili ratione, quoniam, ut e superioribus apparet, valores $\frac{1}{2}[(X)+(X_1)]$ & $\frac{1}{2}[m+(II_1)]$ non multum a vero medio aberrant, duplo jure exspectandum est, utrosque conjunctim ad finem propositum assequendum adhiberi posse, quod quidem calculus institutus ita confirmat, ut habeatur:

$$m' = \tfrac{1}{4}[m+(X)+(II_1)+(X_1)] - 0{,}05,$$

cujus valoris error probabilis est $= \pm 0{,}06$; seu si exactiores erimus:

$$m' = \tfrac{1}{4}[m+(X)+(II_1)+(X_1)] - 0{,}05 + 0{,}066 \operatorname{Sin}(n.30+283.44) + 0{,}079 \operatorname{Sin}(n.60+126.19),$$

ubi restat tantum error probabilis $= \pm 0{,}02$.

Per se patet, omnes has methodos, quarum numerus, si libuerit, facile poterit augeri, æquali jure posse ad inveniendum medium calorem adhiberi, atque eundem omnino valorem omnes præbere, si ab anomaliis liberæ sunt observationes; quando vero ad observationes pauciorum dierum vel mensium fiet applicatio, tum quidem, ob ipsas anomalias non evitandas, non est exspectandum ut eundem omnino exhibeant hunc valorem. Hoc speciali casu exactissime utique agetur, si omnes simul adhibeantur, atque medium valorum, quos præbuerunt, sumatur; si vero commoditati consulentes minimo labore valorem veritati satis approximatum as-

sequi cupimus, usus formulæ $m' = \frac{1}{3}[(VII) + (III_1) + (XI_1)] - 0{,}14$ aptissimus ideo erit, quod correctionem per totum annum constantem fere admittat.

Reliqua, quæ adhuc restant, characterem climatis Helsingforsiæ exhibentia momenta alia occasione examinanda nobis reservamus.

OBSERVATIONS

RELATIVES AUX SEXES DES COLÉOPTÈRES HYDROCANTHARES EN GÉNÉRAL, ET SPÉCIALEMENT DE L'HYDATICUS VERRUCIFER,

PAR

M. LE COMTE MANNERHEIM.

(Lu à la Société, le 20 Juillet 1840.)

Les parties extérieures de plusieurs espèces d'Hydrocanthares étant très-différentes chez les deux sexes, avoient au commencement de ce siècle engagé les entomologistes à croire que chez les grandes espèces de *Dytiscus* tout individu à élytres lisses devoit appartenir au sexe masculin et que les individus à élytres sillonnées étoient des femelles; je ne veux pas parler de l'époque du célèbre Linné, car il sépara même la femelle du *D. marginalis* sous le nom spécifique de *D. semistriatus* [1]). Or, les Hydrocanthares offrent encore un caractère très-facile à saisir dans les deux sexes et que l'on retrouve dans plusieurs autres groupes d'insectes coléoptères: c'est la dilatation des tarses des mâles, caractère général dans toute

[1]) Caroli Linnæi Fauna Svecica, editio altera, auctior. Stockholmiæ 1761. 8:vo, p. 215. 772. Ejusd. Systema naturæ per Regna tria Naturæ. Editio 12:ma. Holmiæ 1767. 8:o. I. II. p. 665.

cette famille qui, chez les grandes espèces, est encore rendu plus évident par de grandes palettes. Ce caractère étant toujours bien tranché et invariable, devoit donc être préféré à tout autre caractère extérieur pour distinguer les sexes. Les entomologistes qui supposaient les caractères sexuels extérieurs dans la conformation des élytres, s'aperçurent bientôt de leur erreur, puisque chez certaines espèces l'on trouve des individus à élytres lisses et à tarses simples tandis que l'on remarquoit d'autres individus qui offraient le caractère général du sexe masculin par leurs tarses dilatés à palettes, bien que leurs élytres ne présentent aucune différence. — Croyant expliquer une pareille anomalie M. Gyllenhal décrit d'abord dans son excellent ouvrage [2]) une Variété *b* du *Dytiscus marginalis* et une Var. *b* du *D. Lapponicus*, qu'il dit être des variétés mâles à tarses simples. M. Ahrens ayant réussi à surprendre accouplés plusieurs individus de ces Dytisques douteux, se crut alors persuadé que les femelles seules avoient des tarses simples et que les mâles s'en distinguaient par des tarses munis de palettes. Avec cette conviction, il augmenta le nombre des espèces du genre *Dytiscus* par une nouvelle, savoir *D. circumcinctus* [3]) où les élytres étoient lisses dans les deux sexes. Sept ans plus tard M. le Professeur Kunze ajouta à ce genre encore une espèce sous le nom

---

[2]) Insecta Svecica descripta a Leonardo Gyllenhal. Tomus I. Pars. I. Scaris 1808. 8.o. P. 467 et 468.

[3]) Neue Schriften der naturforschenden Gesellschaft zu Halle. 1 Band. 6.tes Heft. III. Beschreibung der grossen Wasserkäfersarten der Gegend um Halle in Sachsen (*Dytici*), von August Ahrens. Halle 1811. 8.o. P. 67.

de *D. conformis* [4]), qui offroit la même particularité des femelles à élytres lisses. M. Gyllenhal, en applaudissant à ces idées de MM. Ahrens et Kunze, augmenta dans le Supplément à ses *Insecta Svecica* [5]) le nombre des *Dytiscus* Suédois par les *D. conformis* Kunze, *circumcinctus* Ahrens, *dubius* Gyll. (aux dépens des femelles douteuses mentionnées par M. Ahrens dans la description de son *D. marginalis* et dont les mâles étoient inconnus à M. Gyllenhal, et enfin par le *D. septemtrionalis* Gyll., qui correspondait à la variété mâle à tarses simples du *D. Lapponicus* décrite précédemment par cet auteur dans le premier volume de son ouvrage et dont nous avons parlé ci-dessus. M. le Comte Dejean [6]) et M. Sturm [7]) se rangèrent de l'avis de ces entomologistes et M. le Docteur Aubé a insisté sur ces mêmes principes [8]), malgré que M. le Docteur Erichson dans son excellent ouvrage sur les coléoptères de la Marche de Brandebourg [9]) avoit professé une

---

[4]) Neue Schriften der naturforschenden Gesellschaft zu Halle. II Band. 4tes Heft. Entomologische Fragmente von Gustav Kunze. Halle 1818. 8vo. p. 58.

[5]) Gyllenhal l. c. Tomus I. Pars IV. Lipsiae 1827. 8vo. p. 370 et sequ.

[6]) Catalogue de la collection de coléoptères de M. le Baron Dejean. Paris 1821. 8vo. p. 18; Catalogue des [illegible] de M. le Comte Dejean. Paris [illegible] p. 53. Id. 3ème édition. Paris 1837. 8vo. p. 60.

[7]) Deutschlands Insecten von Jacob Sturm. VIII Bändchen. Nürnberg 1834. 8vo. p. 19 et sequ.

[8]) Iconographie et histoire naturelle des coléoptères d'Europe; par M. le Comte Dejean, continuée par le Docteur Ch. Aubé. Tome V. Paris 1837. 8vo. p. 59 et sequ. — Species général des Hydrocanthares et Gyriniens, par le Docteur Ch. Aubé. Paris 1838. 8vo. p. 106 et sequ.

[9]) Die Käfer der Mark Brandenburg, beschrieben von Wilh. Ferd. Erichson. 1ster Band. 1ste Abtheilung. Berlin 1837. 8vo. p. 146 et sequ.

idée tout-à-fait différente et à laquelle l'extrême perspicacité qui distingue si éminemment cet auteur l'avoit mené déjà dans son traité sur les genres des Dytiscites [10]). — Ce savant n'ayant pas trouvé la moindre différence entre les mâles des *D. marginalis* et *conformis*, des *D. circumcinctus* et *dubius*, des *D. circumflexus* Fabr. et *perplexus* Dej., ainsique des *D. Lapponicus* et *septemtrionalis*, et ne croyant pas juste d'attribuer le même mâle à deux espèces femelles, a donc préféré d'envisager comme de simples variétés de la même espèce ces femelles d'une conformation aussi différente entr'elles. Eu égard à la forme remarquée chez les femelles qui se rencontrent plus rarement, nous voyons M. Erichson considérer cette forme comme la variété et l'autre forme plus commune comme le type de l'espèce, et c'est d'après ce principe qu'il a réuni les *D. conformis* avec *marginalis, dubius* avec *circumcinctus*, *perplexus* avec *circumflexus*, ainsique *septemtrionalis* avec *Lapponicus*. Chez les *D. latissimus, dimidiatus* et *punctulatus* l'on n'a encore observé que des femelles à élytres sillonnées et je crois que nous pouvons regarder comme certain que ces espèces ne présentent que cette seule forme chez leurs femelles.

Mais ce ne sont pas seulement les espèces susmentionnées du genre *Dytiscus* qui offrent ces deux formes observées chez les femelles; cette particularité se retrouve encore dans quelques autres Hydrocanthares. — D'abord on rencontre chez le *Cybister Roeselii* des femelles qui ont le corselet couvert d'impressions linéaires

[10]) Genera Dyticeorum, auctore D.e Guil. Ferd. Erichson. Berolini 1832. 8:o. P. 31.

fortement enfoncées et les élytres présentant de petites stries longitudinales onduleuses, très-nombreuses et très-serrées, tandis que d'autres femelles sont aussi lisses que les mâles, fait qui avoit engagé M. Ahrens a créer deux espèces, en donnant à la première le nom de *Dyticus dispar* Rossi et en conservant à la seconde le nom de *Roeselii* [11]). Chez le *Cybister lævigatus* Oliv. le nombre des impressions des élytres des femelles est aussi très-variable; tantôt elles les couvrent presque entièrement, et souvent à peine en existe-t-il que quelques-unes près de la base.

Dans le genre *Acilius*, tel qu'il étoit adopté par MM. Eschscholtz et le Comte Dejean, nous trouvons des femelles d'une forme constante, à l'exception seulement de *l'A. semisulcatus* Dej. et Aubé, où l'on rencontre des femelles dont les trois sillons externes des élytres atteignent la base, ce qui engagea M. Eschscholtz à en faire une espèce sous le nom *d'A. abbreviatus.* Dans les *Acilius* qui, chez ces auteurs, constituent le genre *Thermonectus*, les femelles se distinguent en général des mâles par de petites impressions linéaires, très-courtes, presque ponctiformes, à la base des élytres; mais ces impressions disparoissent quelquefois de manière que l'on trouve dans la même espèce des femelles aussi lisses que les mâles, ce que j'ai eu lieu d'observer au moins chez les *A. circumscriptus* Latr., *succinctus* Chevrolat, *incisus* Dej. et *margineguttatus* Dej., et c'est ce qui paroît avoir engagé

---

[11]) Ahrens l. c. Bemerkung. p. 60.

MM. Dejean et de Laporte [12]) à faire plusieurs espèces dans ce genre, réduites ensuite par M. Aubé.

Le genre *Hydaticus* nous offre dans plusieurs espèces des femelles extérieurement semblables aux mâles, mais chez la plupart les femelles présentent sur les côtés du corselet de petites lignes irrégulières assez fortement enfoncées et dans quelques-unes, vers la partie antérieure et externe des élytres, des impressions plus ou moins profondes, et quoique M. Aubé, dans son *Species général*, dise que les femelles de *l'H. marmoratus* Hope sont semblables aux mâles, j'en possède dans ma collection un individu femelle qui a sur les élytres de petites impressions linéaires, à l'instar des femelles des *Thermonectus*, dont je viens de parler plus haut. Chez quelques *Hydaticus* qui constituent le genre *Graphoderus* de MM. Eschscholtz et Dejean, comme *H. cinereus, bilineatus, zonatus* et *Austriacus*, nous pouvons aussi remarquer que la ponctuation des élytres est plus forte et plus serrée chez les femelles que chez les mâles. Enfin M. Erichson suppose que quelques espèces du genre *Hydroporus* ne sont non plus exemptes d'avoir des femelles disparates chez la même espèce, puisqu'il réunit comme variété femelle *l'H. lineellus* Gyllenh. à *l'H. picipes* Fabr. et *l'H. deplanatus* Gyllenh. à *l'H. erythrocephalus* Fabr.

Or, de toutes ces anomalies remarquées chez les espèces d'Hydrocanthares, aucune n'est aussi frappante que celle que nous

[12]) Études entomologiques, ou description d'insectes nouveaux et observations sur leur synonymie; par M. F. L. de Laporte. Paris 1834. 8.o. p. 96 et sequ.

offre *l'Hydaticus verrucifer* Sahlb. — M. le Professeur Sahlberg en faisant le premier connoître cet insecte si remarquable [13]) n'en décrivit alors que la femelle. M. Aubé, dans son *Species général*, le rangea dans une division particulière du genre *Hydaticus*, lui assignant pour caractère, des tarses simples chez les deux sexes. Le corselet des deux sexes y est décrit comme couvert de stries irrégulières onduleuses, qui au milieu vont en s'irradiant du centre à la circonférence et qui sur les côtés marchent presque longitudinalement et sont plus fortement enfoncées chez les femelles. M. Erichson croit que *l'Hydaticus verrucifer* n'est probablement qu'une forme particulière ou bien une abnormité de la femelle de *l'Hydaticus zonatus* et que l'on ne rencontre que fort rarement parmi les femelles de la forme vulgaire de cette même espèce [14]). Il remarque aussi que le *verrucifer* n'a encore été trouvé qu'en Finlande, en Sibérie et dans la partie méridionale de l'Oural.

L'année passée je reçus, par la complaisance de M. Gottlund, actuellement Lecteur de la langue Finoise à l'Université d'Helsingfors, un assez grand nombre de *l'H. verrucifer*, qu'il avoit trouvé au mois de Mai près de la ville de Kuopio dans la partie orientale de la Finlande; je n'ai pu les recevoir que vers la fin de Sep-

---

13) Dissertatio entomologica Insecta Fennica enumerans, auctore Carolo Reginaldo Sahlberg. Partic. 11:ma, Aboæ 1824. 8:o p. 159.

14) Archiv für Naturgeschichte von Wiegmann. Berlin 1838. 8:o. IV Jahrgang. 2 Band. Bericht über die Leistungen in der Entomologie während des Jahres 1837, von Dr. W. F. Erichson. Pag. 214.

tembre et je les ai conservés vivants pendant quelques mois. Ils moururent ensuite peu à peu jusqu'à la mi-Janvier de cette année. — Malgré l'assiduité que j'ai apportée à les observer, je n'ai cependant pu réussir à les voir s'accoupler, probablement vu la saison déjà trop avancée; mais M. Gottlund m'écrit qu'au printemps et au commencement de l'été il les a vu très-souvent accouplés, ce que les mâles exécutent alors avec beaucoup de chaleur. Aussi a-t-il remarqué que ce ne sont que les individus munis de palettes aux tarses antérieures, qui dans cet acte remplissent les fonctions du mâle et qui embrassent toujours les individus à tarses simples, c. a. d. les femelles, tantôt celles à élytres lisses, tantôt celles à élytres verruqueuses. — Parmi les individus à élytres lisses que M. Gottlund m'avoit envoyés, une partie avait des tarses dilatés et le reste des tarses simples. D'après les descriptions de M. Aubé, les premiers individus et plusieurs des seconds devaient appartenir à l'*H. zonatus* et quelques-uns de ces derniers être des mâles du *verrucifer*. — Mais les lignes rayonnantes du corselet en étant le seul caractère distinctif, elles ne m'ont cependant pas offert assez de constance, pour ne pas me forcer d'abandonner cette idée, car j'ai trouvé tous les passages depuis les individus chez lesquels le corselet étoit très-fortement marqué de ces lignes (et alors les élytres étoient un peu plus fortement ponctuées), jusqu'à d'autres où ces lignes du corselet disparoissoient peu à peu au point de faire paroître le corselet entièrement lisse, comme M. Aubé décrit le mâle de son *zonatus* et chez qui la ponctuation des élytres étoit moins sensible.

M. Gottlund me mande que la recolte qu'il fit l'année passée de cet insecte n'étoit pas aussi nombreuse que celle qu'il en avoit faite il y a trois ans. Sur les 41 individus qu'il prit l'été passé, il remarquoit 16 mâles avec les tarses antérieurs dilatés, 16 femelles à élytres lisses, 2 femelles seulement à élytres couvertes de petites saillies verruqueuses, ainsi que 3 mâles et 4 femelles d'une variété inconnue auparavant, que je décrirai ci-après. — Tant en 1836 qu'en 1839 il les avoit tous recueillis dans un petit étang qui, vers la fin de Juin, étoit à sec, et malgré les recherches les plus assidues il n'avoit pu réussir à trouver un seul individu de cette espèce dans plusieurs étangs situés tout près de là, quoique ces eaux fourmillassent de plusieurs autres espèces d'Hydrocanthares. Nous les avons conservés dans un grand vase rempli d'eau stagnante ayant au fond du sable, et dans lequel nous avions mis différens végétaux qui se rencontrent dans une pareille eau. L'eau a été changée tous les quinze jours; il était nécessaire de lui donner une température au-dessus de la moyenne, car l'influence d'une eau plus froide vers l'automne se faisait remarquer comme nuisible; si cette eau étoit un peu croupie et d'une odeur putride, ces insectes y paraissaient plus à leur aise. Quelquefois il y avoit des individus qui semblaient être malades et presque morts; dans cet état ils flottoient à la surface de l'eau avec les pieds postérieurs croisés, sans le moindre signe de mouvement; pour les rappeler à la vie nous avons employé le moyen de les

enfermer pendant un, deux, jusqu'à trois jours dans une boîte de bois bien sèche et après cet espace de temps ils ont recouvré une parfaite vitalité, et replacés dans l'eau ils ont été tous aussi agiles et vifs que les autres. Nous les avons nourris avec des abeilles, bourdons, guêpes et mouches, quelquefois aussi avec des lombrics; ils ont été très-voraces et les abeilles et les bourdons leur ont surtout offert une nourriture agréable; toutefois vers l'automne et en hiver leur voracité s'est beaucoup ralentie, le manque de nourriture ayant été aussi plus sensible, et, ainsi que je l'ai déjà dit, tous les individus étoient morts à la mi-Janvier.

J'ai ouvert plusieurs individus, afin d'en faire l'anatomie, et le résultat a été que tout individu à tarses antérieurs dilatés a offert des organes de génération mâles, c. a. d. une verge et des vésicules séminales bien développées, et tous les individus à tarses simples une vulve et des ovaires; ces derniers sont ainsi incontestablement des femelles. — À cette dernière catégorie appartiennent aussi les individus à tarses simples avec les impressions rayonnantes du corselet, que M. Aubé a signalés comme les mâles du *verrucifer*.

Enfin il me reste encore à décrire la variété d'un jaune pâle, dont les tégumens sont d'une consistance aussi solide que les parties crustacées des autres individus de la même espèce; ce qui ne permet pas de supposer que ce soient des individus nouvellement éclos, car nous les avons conservés tels pendant neuf mois sans le moindre changement de couleur. Cette variété est de la

même forme que les autres et offrent des mâles et des femelles. Tête très-finement pointillée, jaune avec deux taches brunâtres en forme d'un V ouvert, placées sur le front, l'une au devant de l'autre, détachées et dont l'intérieure est beaucoup plus grande que l'extérieure, qui est toute mince; quelquefois le vertex est aussi rembruni et offre au-dessus des yeux, de chaque côté, une continuation à angle droit de cette même couleur. Corselet également jaune, avec deux bandes transversales brunâtres, qui se confondent presque avec la couleur du fond, l'une placée un peu en arrière du bord antérieur et l'autre un peu en avant du bord postérieur, et qui n'atteignent pas les bords latéraux; près du bord antérieur un très-léger sillon transversal, assez fortement ponctué, au milieu sur le disque une petite strie longitudinale peu marquée; au reste tout couvert de stries longitudinales ondulées irrégulières bien marquées, mais plus fortes et plus serrées vers les deux côtés. Elytres de la couleur du corselet ou plutôt brunâtres, parsemées d'une multitude de taches jaunes arrondies; elles présentent, en outre, trois lignes longitudinales de points enfoncés, peu marquées, surtout l'externe, qui est à peine visible; toute leur surface est couverte de points infiniment petits, assez espacés et à l'aide d'une forte loupe les élytres paraissent rugueuses, vu les très-petites lignes irrégulières qui se croisent dans tous les sens; la portion réfléchie est jaune et tout le dessous du corps ainsi que les pattes sont d'un jaune-testacé.

Par ces observations je crois avoir également constaté dans *l'Hydaticus zonatus* la présence de deux formes différentes chez

les femelles, et que, par conséquent, les *H. zonatus* et *verrucifer* des auteurs ne doivent plus former qu'une seule espèce. Je suis au moins persuadé de ce fait remarquable, de même que je suis pleinement convaincu d'une anomalie analogue pour les Hydrocanthares dont j'ai fait mention au commencement de cet article. Mais comment expliquer la cause de ce singulier phénomène? C'est ce qui appartient encore au domaine des grands mystères de la nature, où nous n'avons pu jusqu'à ce jour pénétrer, et abandonne aux naturalistes doués d'une plus grande perspicacité que moi, le mérite d'en faire la découverte. Parmi les Hyménoptères, les fourmis et les abeilles nous offrent, quant à leurs femelles, des anomalies assez curieuses et qui sont depuis long-temps connues, mais chez les coléoptères*) l'on n'a pas encore observé ces différentes formes chez l'un des sexes de la même espèce, si ce n'est parmi la famille d'Hydrocanthares, à moins toutefois que l'on ne veuille prendre en considération la grande variété dans la forme de la tête et du corselet chez les espèces des anciens genres *Scarabæus* et *Copris* des La-

*) Ici je ne devrois pas oublier de faire mention d'un phénomène assez singulier qui n'a point échappé à la perspicacité de quelques entomologistes. Dans la *Silpha* (*Necrodes* Wilkin) *littoralis* Linné, il y en a deux formes chez les mâles, dont l'une offre des cuisses postérieures fortement renflées et munies d'une dent aiguë, tandis que l'autre a des cuisses aussi minces que celles de la femelle et a engagé M. le Comte Dejean a en faire une espèce sous le nom de *simplicipes*. Mais on rencontre des passages de l'une à l'autre de ces formes, et la différence n'en est pas aussi tranchante que chez les femelles de la plupart des Hydrocanthares que je viens de citer dans ce mémoire.

mellicornes, où nous voyons des passages gradués depuis les mâles à cornes et à protubérances de la tête et du corselet très-fortes et développées, jusqu'à des mâles, où ces excroissances disparoissent de manière à les rendre entièrement semblables aux femelles. Combien d'espèces, dont on surcharge chaque jour le système naturel, n'en disparaîtraient-elles pas, si nous avions occasion d'étudier plus attentivement la manière d'être et toute l'économie de ces mêmes insectes, qui maintenant paraissent ne captiver l'attention du zélé naturaliste que pour en enrichir nos collections entomologiques!

OBSERVATIONUM THERMOMETRICARUM

IN MADRAS, RIO JANEIRO, PLYMOUTH, SALZUFLEN, APENROA, BOOTHIA, PORTA CARICA & MATOTSCHKIN-SCHAR, PER OMNES FERE HORAS ANNI INSTITUTARUM, COMPUTUM EXHIBET

GUST. GABR. HÄLLSTRÖM.

(Societ. exhib. d. 25 Aprilis 1840.)

Inter meteorologos diu jam convenit, ad rationem temperiei caloris loci cujusdam accuratissime cognoscendam non sufficere, ut paucis tantummodo horis diei adnotentur observationes, sed necessarium esse ut per omnes, quantum fieri poterit, horas eædem sedulo instituantur. Hoc principium secuti plures jam pro suo loco præbuerunt observationum series omni quidem laude nominandas; cum vero in re adeo variabili non sit exspectandum, ut omnibus numeris completæ mox habeantur determinationes empiricæ, in talibus seriebus si vel maxima cura collectis vulgo tamen obveniunt anomaliæ, quæ idoneo calculo sunt exterminandæ. Tali corrigendi operi jam fuisse subjectas, uti notum, a Kämtz observationes Patavinas & Leithenses [1]), a Gräger Mühlhausenses [2]) atque a no-

[1]) *Lehrbuch der Meteorologie*, B. I, p. 70 &c.

[2]) *Poggendorff Annalen der Physik*, B. 46 (122), p. 664 &c. a I Martii 1837 ad 1 April 1838.

bis Helsingforsenses [3]). Reliquas omnes, quas colligere potuimus, simili ratione computandas nobis jam suscepimus, institutas scilicet in Madras [4]), Rio Janeiro [5]), Plymouth [6]), Salzuflen [7]) & Apenroæ [8]), in Boothia [9]), Porta Carica atque Matotschkin-Schar [10]).

Designante igitur n numerum horæ diei, a meridie computatæ, atque T_n calorem hujus horæ, ubique ad gradum Thermometri centesimalis reductum, sequentes valores calculo usitato determinavimus.

---

3) Supra pag. 177, &c.

4) *Repertorium der Physik, herausgeg. von Dove*, III B., p. 342.

5) *Ibid.* p. 360.

6) *Report of the fifth Meeting of the British Assosiation for the advancement of science, held at Dublin* 1835. *London* 1836, p. 191.

7) *Poggendorff Annal.* B. 42 (118), p. 641.

8) *Collectanea meteorol. sub auspiciis Societ. Scient. Danicæ edita, Hafniæ* 1829, Fasc. I, p. 195 &c.

9) *Poggend. Annal.* B. 43 (119), p. 336.

10) *Poggend. Annal.* B. 43 (119), p. 338, 339.

I). Madras. Latit geograph. = 13° 4′ boreal., Longit. = 98° orient. ab insula Ferro. Observationes anni 1823.

Januarius.

$$T_n = 25°54 + 2{,}967 \text{ Sin } (n.\, 15° + 48°.\, 33') + 0{,}946 \text{ Sin } (n.\, 30 + 69.\, 10) + 0{,}069 \text{ Sin } (n.\, 45 + 350.\, 20).$$

Error probabilis singuli valoris empirici $\varepsilon\, T_n = 0°{,}25$.

Hora diei.	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid. 0	28°,89	28°,64	+0,25	12	24,44	24,21	+0,23
1	28,98	29,17	−0,19	13	23,72	23,78	−0,06
2	28,96	29,25	−0,29	14	23,50	23,30	+0,20
3	28,68	28,89	−0,21	15	22,43	22,86	−0,43
4	28,44	28,21	+0,23	16	22,61	22,56	+0,05
5	27,61	27,38	+0,23	17	22,04	22,51	−0,47
6	26,66	26,55	+0,11	18	23,68	22,76	+0,92
7	25,61	25,87	−0,26	19	23,74	23,34	+0,40
8	25,37	25,38	−0,01	20	23,33	24,23	−0,90
9	25,06	25,06	0	21	25,00	25,35	−0,35
10	24,74	24,81	−0,07	22	26,85	26,57	+0,28
11	24,56	24,55	+0,01	23	28,06	27,72	+0,34

MADRAS.

Februarius.

$$T_n = 26°,69 + 2,691 \text{ Sin } (n.\ 15° + \ 54°.\ 49')$$
$$+ 0,794 \text{ Sin } (n.\ 30 + \ 88.\ 55\ )$$
$$+ 0,296 \text{ Sin } (n.\ 45 + 222.\ 45\ );$$
$$\varepsilon\, T_n = 0,25.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Meridies	29,67	29,48	+ 0,19	12	25,46	25,49	— 0,03
1	29,54	29,61	— 0,07	13	25,11	25,16	— 0,05
2	29,33	29,56	— 0,23	14	24,01	24,04	— 0,03
3	29,17	29,34	— 0,17	15	24,35	24,07	+ 0,28
4	28,98	28,95	+ 0,03	16	23,35	23,66	— 0,31
5	28,56	28,37	+ 0,19	17	22,79	23,65	+ 0,14
6	27,85	27,66	+ 0,19	18	25,56	24,13	+ 1,43
7	27,02	26,91	+ 0,11	19	25,04	25,06	— 0,02
8	25,93	26,32	— 0,39	20	25,68	26,24	— 0,56
9	25,76	25,92	— 0,16	21	27,07	27,43	— 0,36
10	26,00	25,73	+ 0,27	22	28,55	28,42	+ 0,13
11	25,71	25,64	+ 0,07	23	29,44	29,11	+ 0,33

MADRAS.

Martius.

$$T_n = 27^\circ{,}88 + 2{,}153 \text{ Sin}(n.\,15^\circ + 55^\circ.\,51')$$
$$+ 0{,}564 \text{ Sin}(n.\,30 + 89.\,15)$$
$$+ 0{,}245 \text{ Sin}(n.\,45 + 109.\,53);$$
$$\varepsilon\,T_n = 0{,}28.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid. 0	30,82	30,46	+ 0,36	12	26,56	26,43	+ 0,13
1	30,54	30,51	+ 0,03	13	26,22	26,23	− 0,01
2	29,63	30,23	− 0,60	14	25,96	26,10	− 0,14
3	29,50	29,78	− 0,28	15	25,74	26,00	− 0,26
4	29,48	29,31	+ 0,17	16	26,11	25,90	+ 0,21
5	29,48	28,92	+ 0,56	17	25,18	25,87	− 0,69
6	28,94	28,61	+ 0,33	18	27,24	26,03	+ 1,21
7	27,85	28,32	− 0,47	19	26,06	26,46	− 0,40
8	27,57	27,98	− 0,41	20	27,11	27,21	− 0,10
9	27,52	27,36	+ 0,16	21	27,91	28,17	− 0,26
10	27,28	27,13	+ 0,15	22	29,02	29,18	− 0,16
11	26,98	26,74	+ 0,24	23	30,32	30,00	+ 0,32

MADRAS.

Aprilis.

$$T_n = 29{,}92 + 2{,}469 \text{ Sin } (n.\ 15° + 60°.\ 33')$$
$$+ 0{,}899 \text{ Sin } (n.\ 30 + 87.\ 3\ )$$
$$+ 0{,}300 \text{ Sin } (n.\ 45 + 199.\ 15\ );$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}15.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid. 0	32,78	32,87	—0,09	12	28,82	28,77	+0,05
1	32,56	32,84	—0,28	13	28,32	28,60	—0,28
2	32,54	32,60	—0,06	14	28,22	28,22	0
3	32,15	32,22	—0,07	15	28,00	27,72	+0,28
4	31,82	31,74	+0,08	16	27,17	27,29	—0,12
5	31,37	31,17	+0,20	17	27,07	27,17	—0,10
6	30,50	30,52	—0,02	18	28,06	27,53	+0,53
7	29,63	29,87	—0,24	19	28,07	28,37	—0,30
8	29,06	29,31	—0,25	20	29,50	29,55	—0,05
9	29,07	29,03	+0,04	21	30,59	30,81	—0,22
10	28,94	28,79	+0,15	22	32,11	31,87	+0,24
11	28,82	28,78	+0,04	23	32,91	32,57	+0,34

MADRAS.

Majus.

$$T_n = 30{,}^{\circ}68 + 2{,}469 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + \ 61^{\circ}.\ 15')$$
$$+ 1{,}012 \text{ Sin } (n.\ 30 + 100.\ 54)$$
$$+ 0{,}157 \text{ Sin } (n.\ 45 + 157.\ 34);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}23.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	33,67	33,90	−0,23	12	29,43	29,45	−0,02
1	33,54	33,78	−0,24	13	29,29	29,11	+0,18
2	33,15	33,34	−0,19	14	28,21	28,69	−0,48
3	32,61	32,71	−0,10	15	28,07	28,26	−0,19
4	32,50	32,07	+0,43	16	28,06	27,97	+0,09
5	31,72	31,49	+0,23	17	27,94	27,95	−0,01
6	30,83	31,02	−0,19	18	29,26	28,36	+0,90
7	30,35	30,65	−0,30	19	28,96	29,19	−0,23
8	30,22	30,36	−0,14	20	29,67	30,34	−0,67
9	30,37	30,12	+0,25	21	31,52	31,62	−0,10
10	30,13	29,92	+0,21	22	33,09	32,77	+0,32
11	29,76	29,71	+0,05	23	34,11	33,57	+0,54

MADRAS.

Junius.

$$T_n = 31°,60 + 2,388 \text{ Sin } (n.\ 15° + \ 50°.\ 24')$$
$$+ 0,659 \text{ Sin } (n.\ 30 + \ 69.\ 16\ )$$
$$+ 0,078 \text{ Sin } (n.\ 45 + 209.\ \ 9\ );$$
$$\varepsilon\, T_n = 0,13.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	34,11	34,02	+ 0,09	12	30,40	30,42	+ 0,04
1	34,29	34,35	— 0,06	13	30,03	30,16	— 0,13
2	34,22	34,40	— 0,18	14	30,02	29,82	+ 0,20
3	34,52	34,19	+ 0,33	15	29,52	29,48	+ 0,04
4	33,83	33,77	+ 0,06	16	28,96	29,22	— 0,26
5	32,79	33,20	— 0,41	17	29,06	29,16	— 0,10
6	32,52	32,57	— 0,05	18	29,63	29,39	+ 0,24
7	32,07	31,97	+ 0,10	19	29,82	29,98	— 0,16
8	31,79	31,45	+ 0,34	20	30,79	30,73	+ 0,06
9	30,98	31,07	— 0,09	21	31,67	31,67	0
10	30,72	30,81	— 0,09	22	32,85	32,62	+ 0,23
11	30,59	30,61	— 0,02	23	33,17	33,42	— 0,25

MADRAS.

Julius.

$$T_n = 30^\circ{,}85 + 2{,}151 \text{ Sin } (n.\, 15^\circ + 51^\circ.\, 40')$$
$$+ 0{,}869 \text{ Sin } (n.\, 30 + 29.\, 24)$$
$$+ 0{,}213 \text{ Sin } (n.\, 45 + 297.\, 7);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}18.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	32,74	32,75	— 0,01	12	29,59	29,80	— 0,21
1	33,52	33,51	+ 0,01	13	29,63	29,69	— 0,06
2	34,02	33,94	+ 0,08	14	29,35	29,49	— 0,14
3	33,94	33,95	— 0,01	15	29,04	29,27	— 0,23
4	33,44	33,50	— 0,06	16	29,59	29,08	+ 0,51
5	32,74	32,65	+ 0,09	17	28,72	29,07	— 0,35
6	32,30	31,66	+ 0,64	18	29,46	29,19	+ 0,27
7	30,41	30,75	— 0,34	19	29,26	29,45	— 0,19
8	29,65	30,08	— 0,43	20	29,67	29,88	— 0,21
9	30,04	29,78	+ 0,26	21	30,50	30,41	+ 0,09
10	29,87	29,71	+ 0,16	22	31,24	31,11	+ 0,13
11	29,93	29,76	+ 0,17	23	32,07	31,92	+ 0,15

MADRAS.

Augustus.

$$T_n = 29{,}06 + 1{,}771 \text{ Sin } (n.\ 15^\circ + 43^\circ.\ 3')$$
$$+ 0{,}410 \text{ Sin } (n.\ 30 + 81.\ 15)$$
$$+ 0{,}381 \text{ Sin } (n.\ 45 + 326.\ 33);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}14.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	30,63	30,46	+0,17	12	28,61	28,47	+0,14
1	30,93	31,02	−0,09	13	28,26	28,02	+0,24
2	31,11	31,33	−0,22	14	26,89	27,31	−0,42
3	31,33	31,27	+0,06	15	26,92	26,98	−0,06
4	31,07	30,85	+0,22	16	27,07	26,98	+0,09
5	30,17	30,23	−0,06	17	27,04	27,25	−0,21
6	29,56	29,63	−0,07	18	28,24	27,68	+0,56
7	29,17	29,24	−0,07	19	27,91	28,12	−0,21
8	29,29	29,11	+0,18	20	28,29	28,49	−0,20
9	29,07	29,13	−0,06	21	28,79	28,86	−0,07
10	29,11	29,13	−0,02	22	29,48	29,29	+0,19
11	28,70	28,92	−0,22	23	29,85	29,84	+0,01

MADRAS.

September.

$$T_n = 29°35 + 2{,}189 \text{ Sin } (n.\ 15° + 60°.\ \ 9')$$
$$+ 0{,}835 \text{ Sin } (n.\ 30 + 94.\ \ 5\ )$$
$$+ 0{,}222 \text{ Sin } (n.\ 45 + 35.\ 37\ );$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}25.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	32,17	32,21	−0,04	12	28,15	28,16	−0,01
1	32,46	32,44	+0,02	13	28,13	27,77	+0,36
2	32,61	32,19	+0,42	14	27,59	27,45	+0,14
3	31,29	31,56	−0,27	15	27,41	27,26	+0,15
4	30,24	30,75	−0,51	16	26,56	27,22	−0,66
5	29,79	29,98	−0,19	17	26,59	27,33	−0,74
6	29,67	29,43	+0,24	18	28,48	27,61	+0,87
7	29,22	29,12	+0,10	19	28,18	28,07	+0,11
8	29,15	29,01	+0,14	20	28,79	28,76	+0,03
9	29,28	28,94	+0,34	21	29,78	29,64	+0,14
10	28,96	28,80	+0,16	22	30,67	30,63	+0,04
11	27,94	28,53	−0,59	23	31.35	31,56	−0,21

MADRAS.

October.

$$T_n = 28{,}^\circ 28 + 2{,}185 \text{ Sin } (n.\ 15^\circ + 57^\circ.\ 2') + 0{,}796 \text{ Sin } (n.\ 30 + 99.\ 2) + 0{,}125 \text{ Sin } (n.\ 45 + 128.\ 32);$$

$$\varepsilon\, T_n = 0{,}21.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	31,15	31,00	+ 0,15	12	26,94	27,14	— 0,20
1	30,74	30,99	— 0,25	13	26,71	26,81	— 0,10
2	30,63	30,67	— 0,04	14	26,76	26,46	+ 0,30
3	30,18	30,16	+ 0,02	15	26,22	26,15	+ 0,07
4	29,72	29,63	+ 0,09	16	25,83	25,93	— 0,10
5	29,26	29,15	+ 0,11	17	25,28	25,93	— 0,65
6	28,74	28,76	— 0,02	18	27,29	26,23	+ 1,06
7	28,33	28,46	— 0,13	19	26,39	26,86	— 0,47
8	28,15	28,21	— 0,06	20	27,82	27,78	+ 0,04
9	28,00	27,96	+ 0,04	21	28,68	28,85	— 0,17
10	27,96	27,71	+ 0,25	22	29,90	29,85	+ 0,05
11	27,39	27,44	— 0,05	23	30,78	30,57	+ 0,21

MADRAS.

November.

$$T_n = 26^\circ,74 + 2,359 \operatorname{Sin}(n.\,15^\circ + \ \ 55^\circ.\,55')$$
$$+ 0,789 \operatorname{Sin}(n.\,30 + \ \ 76.\,48)$$
$$+ 0,186 \operatorname{Sin}(n.\,45 + 203.\,32);$$
$$\varepsilon''\,T_n = 0,27.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	28,67	29,39	−0,72	12	24,96	25,63	−0,67
1	29,26	29,55	−0,29	13	25,29	25,44	−0,15
2	29,67	29,46	+0,21	14	25,28	25,09	+0,19
3	29,41	29,22	+0,19	15	24,89	24,62	+0,27
4	28,89	28,75	+0,14	16	24,48	24,37	+0,11
5	27,93	28,12	−0,19	17	24,48	24,21	+0,37
6	27,22	27,46	−0,24	18	24,63	24,48	+0,15
7	26,59	26,92	−0,33	19	24,52	25,15	−0,63
8	26,33	26,29	+0,04	20	25,65	26,11	−0,46
9	26,41	25,94	+0,47	21	27,26	27,18	+0,08
10	26,35	25,73	+0,62	22	28,82	28,11	+0,71
11	25,37	25,70	−0,33	23	29,44	28,93	+0,51

MADRAS.

December.

$$T_n = 26^\circ\!,00 + 2{,}774 \,\text{Sin}\,(n.\,15^\circ + 49^\circ.\,47')$$
$$+ 1{,}021 \,\text{Sin}\,(n.\,30 + 69.\,48)$$
$$+ 0{,}378 \,\text{Sin}\,(n.\,45 + 99.\,51);$$
$$\varepsilon''\,T_n = 0{,}17.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	29,68	29,45	+ 0,23	12	24,40	24,47	— 0,07
1	29,70	29,73	— 0,03	13	24,35	24,28	+ 0,07
2	29,13	29,45	— 0,32	14	24,26	24,12	+ 0,14
3	28,72	28,81	— 0,09	15	23,85	23,90	— 0,05
4	28,33	28,06	+ 0,27	16	23,32	23,59	— 0,27
5	27,67	27,41	+ 0,26	17	23,24	23,29	— 0,05
6	26,67	26,90	— 0,23	18	23,71	23,19	+ 0,52
7	26,24	26,49	— 0,25	19	23,44	23,50	— 0,06
8	26,00	26,08	— 0,08	20	23,71	24,35	— 0,64
9	25,94	25,63	+ 0,31	21	25,90	25,60	+ 0,30
10	25,24	25,17	+ 0,07	22	27,29	27,18	+ 0,11
11	24,57	24,76	— 0,19	23	28,44	28,75	— 0,31

Est igitur media totius anni temperatura in Madras = 26°,05.

II. Rio Janeiro. Latit. geograph. = 22°54′ austral.; Longit. = 25° occid. a Ferro. Observationes annorum 1782—1788 instituit *Bento Sanches Dorta.*

Januarius.

$$T_n = 26°,74 + 1,366 \text{ Sin } (15. n + 24°. 45') + 0,394 \text{ Sin } (30. n + 86. 38) + 0,175 \text{ Sin } (45. n + 273. 16);$$

$$\varepsilon T_n = 0°,03.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid. 0	27°,55	27°,52	+ 0,03	12	26,75 :	26,74	+ 0,01
1		27,85		13		26,33	
2	28,04	28,08	— 0,04	14	25,85 :	25,83	+ 0,02
3		28,18		15		25,35	
4	28,17	28,10	+ 0,07	16	25,00 :	25,03	— 0,03
5		27,88		17		24,95	
6	27,51	27,58	— 0,07	18	25,16	25,12	+ 0,04
7		27,31		19		25,47	
8	27,20 :	27,14	+ 0,06	20	25,88	25,91	— 0,03
9		27,07		21		26,36	
10	27,02 :	27,05	— 0,03	22	26,80	26,78	+ 0,02
11		26,97		23		27,17	

Desunt in observationum seriebus horarum 8, 12, 14 & 16 valores, quos adhibita interpolatione determinavimus & signo (:) notavimus.

Rio Janeiro.

Februarius.

$$T_n = 26°,69 + 1{,}579 \text{ Sin } (15.\,n + 27°.\,49')$$
$$+ 0{,}294 \text{ Sin } (30.\,n + 101.\,19\,)$$
$$+ 0{,}154 \text{ Sin } (45.\,n + 310.\,31\,);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0°,04.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.0	27,62	27,60	+ 0,02	12	26,36	26,36	0
1		27,97		13		25,85	
2	28,17	28,22	— 0.05	14	25,36	25,35	+ 0,01
3		28,29		15		24,97	
4	28,28	28,19	+ 0,09	16	24,80	24,80	0
5		27,96		17		24,86	
6	27,59	27,70	— 0,11	18	25,09	25,11	— 0,02
7		27,47		19		25,46	
8	27,41	27,32	+ 0,09	20	25,89	25,87	+ 0.02
9		27,20		21		26,29	
10	27,00	27,04	— 0,04	22	26,71	26,71	0
11		26,77		23		27,17	

Rio Janeiro.

Martius.

$$T_n = 25{,}^{\circ}52 + 1{,}609 \operatorname{Sin}(15.n + 30^{\circ}.49')$$
$$+ 0{,}186 \operatorname{Sin}(30.n + 104.24)$$
$$+ 0{,}065 \operatorname{Sin}(45.n + 295.54);$$
$$\varepsilon T_n = 0{,}^{\circ}04.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid. 0	26,43	26,47	−0,04	12	25,00 :	24,93	+0,07
1		26,79		13		24,52	
2	27,06	27,00	+0,06	14	24,07 :	24,14	−0,07
3		27,09		15		23,85	
4	27,01	27,06	−0,05	16	23,80 :	23,72	+0,08
5		26,91		17		23,77	
6	26,73	26,69	+0,04	18	23,94	23,99	−0,05
7		26,45		19		24,33	
8	26,20 :	26,20	0	20	24,77	24,74	+0,03
9		25,94		21		25,19	
10	25,63	25,66	−0,03	22	25,66	25,65	+0,01
11		25,32		23		26,08	

RIO JANEIRO.

Aprilis.

$$T_n = 24°{,}15 + 1{,}380 \,\text{Sin}\,(15.\,n + 21°.\,56')$$
$$+ 0{,}291 \,\text{Sin}\,(30.\,n + 72.\;\;5\,)$$
$$+ 0{,}124 \,\text{Sin}\,(45.\,n + 287.\;13\,);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0°{,}03.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid. 0	24,75	24,82	−0,07	12	24,10:	24,03	+0,07
1		25,22		13		23,65	
2	25,55	25,49	+0,06	14	23,20:	23,24	−0,04
3		25,62		15		22,86	
4	25,52	25,57	−0,05	16	22,65:	22,60	+0,05
5		25,37		17		22,44	
6	25,13	25,12	+0,01	18	22,61	22,63	−0,02
7		24,80		19		22,87	
8	24,70	24,67	+0,03	20	23,19	23,20	−0,01
9		24,55		21		23,57	
10	24,40	24,44	−0,04	22	24,01	23,98	+0,03
11		24,29		23		24,40	

Rio Janeiro.

Majus.

$$T_n = 21{,}^{\circ}49 + 1{,}603 \text{ Sin}(15.n + 16^{\circ}.\ 21')$$
$$+ 0{,}246 \text{ Sin}(30.n + 108.\ \ 5)$$
$$+ 0{,}157 \text{ Sin}(45.n + 296.\ 34);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}07.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid. 0	22,04	22,04	0	12	21,34 :	21,41	—0,07
1		22,44		13		20,87	
2	22,72	22,77	—0,05	14	20,30 :	20,31	—0,01
3		22,97		15		19,86	
4	23,23	23,01	+0,22	16	19,50 :	19,61	—0,11
5		22,90		17		19,60	
6	22,74	22,72	+0,02	18	19,71	19,79	—0,08
7		22,54		19		20,11	
8	22,50 :	22,41	+0,09	20	20,31	20,47	—0,16
9		22,29		21		20,85	
10	22,23	22,12	+0,11	22	21,24	21,22	+0,02
11		21,84		23		21,62	

RIO JANEIRO.

Junius.

$$T_n = 20{,}^\circ 37 + 1{,}610 \,\mathrm{Sin}\,(15.\,n + 10^\circ.\ 1')$$
$$+ 0{,}305 \,\mathrm{Sin}\,(30.\,n + 59.\ 32)$$
$$+ 0{,}195 \,\mathrm{Sin}\,(45.\,n + 294.\ 10);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}03.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid. 0	28,80	20,73	+ 0,07	12	20,55 :	20,53	+ 0,02
1		21,29		13		20,06	
2	21,68	21,75	— 0,07	14	19,50 :	19,52	— 0,02
3		22,03		15		19,02	
4	22,13	22,06	+ 0,07	16	18,70 :	18,68	+ 0,02
5		21,89		17		18,55	
6	21,56	21,61	— 0,05	18	18,57	18,60	— 0,03
7		21,34		19		18,79	
8	21,20 :	21,16	+ 0,04	20	19,09	19,05	+ 0,04
9		21,07		21		19,36	
10	20,97	21,00	— 0,03	22	19,68	19,74	— 0,06
11		20,84		23		20,20	

RIO JANEIRO.

Julius.

$$T_n = 19^{\circ},53 + 1,957 \text{ Sin} (15.n + 22^{\circ}.40')$$
$$+ 0,114 \text{ Sin} (30.n + 100.15)$$
$$+ 0,152 \text{ Sin} (45.n + 275.47);$$
$$\varepsilon T_n = 0,04.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid. 0	20,23	20,26	−0,03	12	19,00 :	19,02	−0,02
1		20,73		13		18,50	
2	21,10	21,13	−0,03	14	18,00 :	18,01	−0,01
3		21,42		15		17,60	
4	21,63	21,53	+0,10	16	17,40 :	17,38	+0,02
5		21,45		17		17,40	
6	21,11	21,22	−0,11	18	17,63	17,61	+0,02
7		20,86		19		18,03	
8	20,60 :	20,55	+0,05	20	18,39	18,44	−0,05
9		20,21		21		18,89	
10	19,87	19,85	+0,02	22	19,41	19,35	+0,06
11		19,48		23		19,80	

RIO JANEIRO.

Augustus.

$$T_n = 21°09 + 1{,}529 \text{ Sin } (15.\,n + 24°.\,22')$$
$$+ 0{,}168 \text{ Sin } (30.\,n + 70.\,53\,)$$
$$+ 0{,}131 \text{ Sin } (45.\,n + 269.\,16\,);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}03.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.0	21,80	21,75	+0,05	12	20,70 :	20,75	−0,05
1		22,15		13		20,36	
2	22,37	22,46	−0,09	14	20,00 :	19,98	+0,02
3		22,67		15		19,62	
4	22,80	22,71	+0,09	16	19,40	19,40	0
5		22,58		17		19,38	
6	22,29	22,33	−0,04	18	19,55	19,54	+0,01
7		22,02		19		19,84	
8	21,70 :	21,72	−0,02	20	20,19	20,20	−0,01
9		21,48		21		20,59	
10	21,33	21,27	+0,06	22	20,97	20,97	0
11		21,04		23		21,36	

RIO JANEIRO.

September.

$$T_n = 21^\circ{,}37 + 1{,}826 \text{ Sin } (15.n + \ \ 25^\circ.26')$$
$$+ 0{,}250 \text{ Sin } (30.n + \ \ 74.\ 57\ )$$
$$+ 0{,}115 \text{ Sin } (45.n + 302.\ 32\ );$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}05.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid. 0	22,02	22,07	—0,05	12	21,20 :	21,16	+ 0,04
1		22,42		13		20,80	
2	22,63	22,67	—0,04	14	20,46 :	20,43	+ 0,03
3		22,76		15		20,11	
4	22,61	22,68	—0,07	16	20,00 :	19,93	+ 0,07
5		22,48		17		19,90	
6	22,17	22,23	—0,06	18	20,09	20,03	+ 0,06
7		22,00		19		20,26	
8	21,80 :	21,83	—0,03	20	20,59	20,56	+ 0,03
9		21,71		21		20,90	
10	21,48	21,60	—0,12	22	21,38	21,27	+ 0,11
11		21,42		23		21,67	

RIO JANEIRO.

October.

$$T_n = 22{,}67° + 1{,}193 \operatorname{Sin}(15.n + 26°.14')$$
$$+ 0{,}249 \operatorname{Sin}(30.n + 85.21)$$
$$+ 0{,}116 \operatorname{Sin}(45.n + 303.14);$$
$$\varepsilon T'_n = 0{,}04.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.0	23,39	23,35	+0,04	12	22,45 :	22,49	−0,05
1		23,66		13		22,13	
2	23,81	23,87	−0,06	14	21,80 :	21,76	+0,04
3		23,93		15		21,45	
4	23,93	23,85	+0,08	16	21,20 :	21,28	−0,08
5		23,66		17		21,27	
6	23,39	23,43	−0,04	18	21,51	21,41	+0,10
7		23,24		19		21,66	
8	23,10 :	23,09	+0,01	20	21,89	21,96	−0,07
9		23,01		21		22,29	
10	22,93	22,92	+0,01	22	22,68	22,64	+0,04
11		22,76		23		22,99	

Rio Janeiro.

November.

$$T_n = 23^{\circ}{,}55 + 1{,}460 \text{ Sin } (15.n + 39^{\circ}.\ 25')$$
$$+ 0{,}178 \text{ Sin } (30.n + 87.\ 41\ )$$
$$+ 0{,}107 \text{ Sin } (45.n + 280.\ 47\ );$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}02.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid. 0	24,57	24,55	+ 0,02	12	22,85 :	22,91	— 0,06
1		24,84		13		22,58	
2	24,99	25,03	— 0,04	14	22,30 :	22,26	+ 0,04
3		25,10		15		22,02	
4	25,06	25,02	+ 0,04	16	21,90 :	21,93	— 0,03
5		24,80		17		22,00	
6	24,47	24,48	— 0,01	18	22,29	22,26	+ 0,03
7		24,15		19		22,63	
8	23,85 :	23,87	— 0,02	20	23,04	23,05	— 0,01
9		23,62		21		23,47	
10	23,46	23,42	+ 0,04	22	23,85	23,86	— 0,01
11		23,19		23		24,22	

RIO JANEIRO.

December.

$$T_n = 25°,15 + 1,447 \text{ Sin } (15.n + 32°.55') + 0,330 \text{ Sin } (30.n + 79.39) + 0,118 \text{ Sin } (45.n + 298.45);$$

$$\varepsilon T_n = 0,01.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid. 0	26,17	26,16	+ 0,01	12	24,80 :	24,79	+ 0,01
1		26,50		13		24,42	
2	26,69	26,71	— 0,02	14	24,00	24,01	— 0,01
3		26,74		15		23,68	
4	26,60	26,59	+ 0,01	16	23,50	23,49	+ 0,01
5		26,31		17		23,49	
6	25,97	25,98	— 0,01	18	23,65	23,66	— 0,01
7		25,70		19		23,98	
8	25,50 :	25,49	+ 0,01	20	24,39	24,38	+ 0,01
9		25,36		21		24,82	
10	25,23	25,24	— 0,01	22	25,26	25,28	— 0,02
11		25,07		23		25,73	

III. Plymouth. Latit. geograph. = 50°21′ boreal.; Longit. = 13°33′ orrient. a Ferro. Observationes annorum 1833, 1834.

Januarius.

$$T_n = 7^\circ{,}39 + 0{,}835 \,\mathrm{Sin}\,(n.\,15^\circ + 51^\circ.\,23')$$
$$+ 0{,}428 \,\mathrm{Sin}\,(n.\,30 + 63.\,27)$$
$$+ 0{,}126 \,\mathrm{Sin}\,(n.\,45 + 94.\;\;2);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0^\circ{,}03.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	8,64	8,56	+0,08	12	7,00	6,99	+0,01
1	8,69	8,68	+0,01	13	6,96	6,97	−0,01
2	8,43	8,48	−0,05	14	6,91	6,91	0
3	8,31	8,32	−0,01	15	6,78	6,85	−0,07
4	8,09	8,02	+0,07	16	6,77	6,71	+0,06
5	7,76	7,74	+0,02	17	6,64	6,56	+0,08
6	7,53	7,54	−0,01	18	6,44	6,49	−0,05
7	7,47	7,40	+0,07	19	6,53	6,53	0
8	7,17	7,28	−0,11	20	6,78	6,78	0
9	7,17	7,19	−0,02	21	7,21	7,22	−0,01
10	7,14	7,10	+0,04	22	7,69	7,73	−0,04
11	7,10	7,04	+0,06	23	8,24	8,22	+0,02

PLYMOUTH.

Februarius.

$$T_n = 8^{\circ}{,}23 + 1{,}249 \text{ Sin}(n.\ 15^{\circ} + 50^{\circ}.\ 27')$$
$$+ 0{,}705 \text{ Sin}(n.\ 30 + 68.\ 43)$$
$$+ 0{,}176 \text{ Sin}(n.\ 45 + 66.\ \ 5);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}06.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	10,09	10,01	+ 0,08	12	7,87	7,76	+ 0.11
1	10,20	10,23	— 0,03	13	7.69	7,63	+ 0.06
2	9,94	10,08	— 0,14	14	7,39	7,48	— 0.09
3	9,72	9,67	+ 0,05	15	7,15	7,31	— 0.16
4	9,20	9,13	+ 0,07	16	7,20	7,11	+ 0,09
5	8,55	8,64	— 0,09	17	6.95	6,94	+ 0,01
6	8,38	8,30	+ 0,08	18	6,95	6,85	+ 0.10
7	8,14	8,12	+ 0,02	19	6.98	6,95	+ 0.03
8	8,03	8,04	— 0,01	20	7,17	7,32	— 0.15
9	7,98	8,02	— 0,04	21	7,89	7,93	— 0.04
10	7,89	7,97	— 0,08	22	8,72	8,70	+ 0,02
11	7,92	7,88	+ 0,04	23	9.53	9,46	+ 0,07

PLYMOUTH.

Martius.

$$T_n = 7{,}^{\circ}25 + 2{,}282 \text{ Sin } (n.\, 15^{\circ} + 57^{\circ}.\, 50')$$
$$+ 0{,}707 \text{ Sin } (n.\, 30 + 75.\, 10)$$
$$+ 0{,}151 \text{ Sin } (n.\, 45 + 145.\, 53);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}07.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	9,88	9,95	—0,07	12	5,87	5,92	—0,05
1	10,17	10,08	+0,09	13	5,70	5,78	—0,08
2	9,81	9,90	—0,09	14	5,48	5,60	—0,12
3	9,47	9,51	—0,04	15	5,42	5,35	+0,07
4	9,07	9,00	+0,07	16	5,25	5,13	+0,12
5	8,57	8,45	+0,12	17	5,12	5,05	+0,07
6	7,89	7,91	—0,02	18	5,15	5,23	—0,08
7	7,21	7,39	—0,18	19	5,59	5,75	—0,16
8	6,89	6,92	—0,03	20	6,53	6,58	—0,05
9	6,57	6,53	+0,04	21	7,72	7,61	+0,11
10	6,36	6,24	+0,12	22	8,80	8,63	+0,17
11	6,09	6,05	+0,04	23	9,31	9,45	—0,14

PLYMOUTH.

Aprilis.

$$T_n = 9°,48 + 3,262 \text{ Sin } (n.\ 15° + 64°.\ 10') + 0,756 \text{ Sin } (n.\ 30 + 83.\ 42) + 0,190 \text{ Sin } (n.\ 45 + 209.\ 39);$$

$$\varepsilon\, T_n = 0,09.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	12,95	13,07	−0,12	12	7,22	7,39	−0,17
1	13,28	13,19	+0,09	13	7,06	7,15	−0,09
2	13,09	13,01	+0,08	14	6,89	6,84	+0,05
3	12,67	12,59	+0,08	15	6,70	6,53	+0,17
4	11,02	11,07	−0,05	16	6,53	6,38	+0,15
5	11,19	11,18	+0,01	17	6,50	6,55	−0,05
6	10,28	10,31	−0,03	18	6,81	7,14	−0,33
7	9,25	9,44	−0,19	19	7,99	8,12	−0,13
8	8,75	8,70	+0,05	20	9,66	9,36	+0,30
9	8,39	8,14	+0,25	21	10,89	10,65	+0,24
10	7,78	7,78	0	22	11,68	11,78	−0,10
11	7,53	7,57	−0,04	23	12,42	12,60	−0,18

PLYMOUTH.

Majus.

$$T_n = 14{,}^{\circ}19 + 3{,}758 \operatorname{Sin}(n.\ 15^{\circ} + 62^{\circ}.\ 15')$$
$$+ 0{,}534 \operatorname{Sin}(n.\ 30 + 101.\ 10)$$
$$+ 0{,}290 \operatorname{Sin}(n.\ 45 + 237.\ 13);$$
$$\varepsilon T_n = 0{,}10.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	17,81	17,79	+ 0,02	12	11,64	11,63	+ 0,01
1	18,09	17,97	+ 0,12	13	11,06	11,21	— 0,15
2	18,09	17,96	+ 0,13	14	10,78	10,76	+ 0,02
3	17,64	17,74	— 0,10	15	10,63	10,44	+ 0,19
4	17,19	17,26	— 0,07	16	10,59	10,41	+ 0,18
5	16,58	16,52	+ 0,06	17	10,63	10,85	— 0,22
6	15,53	15,57	— 0,04	18	11,42	11,76	— 0,34
7	14,48	14,55	— 0,07	19	13,17	13,02	+ 0,15
8	13,69	13,62	+ 0,07	20	14,69	14,41	+ 0,28
9	13,03	12,89	+ 0,14	21	15,76	15,69	+ 0,07
10	12,29	12,38	— 0,09	22	16,53	16,70	— 0,17
11	11,98	12,00	— 0,02	23	17,22	17,39	— 0,17

PLYMOUTH.

Junius.

$$T_n = 14{,}^{\circ}57 + 2{,}572 \operatorname{Sin}(n.\ 15^{\circ} + 67^{\circ}.\ 44')$$
$$+ 0{,}314 \operatorname{Sin}(n\ 30 + 138.\ 47)$$
$$+ 0{,}281 \operatorname{Sin}(n.\ 45 + 250.\ 53);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}07.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	16,89	16,89	0	12	12,64	12,67	—0,03
1	17,09	16,93	+ 0,16	13	12,25	12,34	—0,09
2	17,02	16,97	+ 0,05	14	12,10	12,06	+ 0,04
3	16,76	16,83	—0,07	15	11,99	11,84	+ 0,15
4	16,45	16,56	—0,11	16	11,98	11,97	+ 0,01
5	16,06	16,09	—0,03	17	12,21	12,47	—0,26
6	15,47	15,43	+ 0,04	18	13,24	13,30	—0,06
7	14,79	14,71	+ 0,08	19	14,44	14,33	+ 0,11
8	14,06	14,02	+ 0,04	20	15,43	15,25	+ 0,18
9	13,54	13,56	—0,02	21	16,13	16,06	+ 0,07
10	13,20	13,21	—0,01	22	16,33	16,55	—0,22
11	12,95	12,95	0	23	16,71	16,79	—0,08

Plymouth.

Julius.

$$T_n = 16{,}^{\circ}80 + 3{,}224 \operatorname{Sin}(n.\,15^{\circ} + 65^{\circ}.\,24')$$
$$+ 0{,}330 \operatorname{Sin}(n.\,30 + 104.\,50)$$
$$+ 0{,}356 \operatorname{Sin}(n.\,45 + 220.\,57);$$
$$\varepsilon''\,T_n = 0{,}08.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	19,86	19,83	+ 0,03	12	14,28	14,42	− 0,14
1	20,01	19,86	+ 0,15	13	14,17	14,21	− 0,04
2	19,94	19,83	+ 0,11	14	13,97	13,95	+ 0,02
3	19,77	19,72	+ 0,05	15	13,79	13,72	+ 0,07
4	19,41	19,43	− 0,02	16	13,69	13,71	− 0,02
5	18,74	18,90	− 0,16	17	13,93	14,07	− 0,14
6	18,02	18,10	− 0,08	18	14,80	14,87	− 0,07
7	17,15	17,13	+ 0,02	19	16,32	16,01	+ 0,31
8	16,22	16,18	+ 0,04	20	17,44	17,26	+ 0,18
9	15,44	15,41	+ 0,03	21	18,24	18,37	− 0,13
10	15,00	14,90	+ 0,10	22	18,92	19,17	− 0,25
11	14,65	14,61	+ 0,04	23	19,53	19,63	− 0,10

Plymouth.

Augustus.

$$T_n = 16^\circ{,}20 + 3{,}506 \,\mathrm{Sin}\,(n.\,15^\circ + 62^\circ.\ 7')$$
$$+ 0{,}614 \,\mathrm{Sin}\,(n.\,30 + 101.\ 38)$$
$$+ 0{,}374 \,\mathrm{Sin}\,(n.\,45 + 214.\ 9);$$
$$\varepsilon''\, T_n = 0{,}08.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	19,47	19,69	−0,22	12	13,77	13,91	−0,14
1	19,72	19,71	+0,01	13	13,50	13,62	−0,12
2	19,72	19,59	+0,13	14	13,14	13,20	−0,06
3	19,47	19,36	+0,11	15	13,00	12,80	+0,20
4	18,95	18,97	−0,02	16	12,81	12,61	+0,20
5	18,33	18,38	−0,05	17	12,76	12,86	−0,10
6	17,50	17,55	−0,05	18	13,47	13,65	−0,18
7	16,53	16,60	−0,07	19	14,75	14,89	−0,14
8	15,67	15,67	0	20	16,44	16,35	+0,09
9	15,03	14,92	+0,11	21	17,95	17,73	+0,22
10	14,50	14,44	+0,06	22	18,86	18,78	+0,08
11	14,20	14,14	+0,06	23	19,31	19,43	−0,12

PLYMOUTH.

September.

$$T_n = 14{,}^{\circ}98 + 2{,}872 \text{ Sin} (n.\, 15^{\circ} + \ \ 67^{\circ}.\ \ 4')$$
$$+ 0{,}819 \text{ Sin} (n.\, 30 + \ \ 75.\ \ \ 1\ )$$
$$+ 0{,}083 \text{ Sin} (n.\, 45 + 173.\ 58\ );$$
$$\varepsilon''\ T_n = 0{,}05.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	18,37	18,43	−0,06	12	13,09	13,12	−0,03
1	18,55	18,57	−0,02	13	12,95	12,98	−0,03
2	18,39	18,33	+0,06	14	12,78	12,71	+0,07
3	17,82	17,79	+0,03	15	12,70	12,60	+0,10
4	17,06	17,05	+0,01	16	12,55	12,49	+0,06
5	16,19	16,22	−0,03	17	12,56	12,59	−0,03
6	15,35	15,39	−0,04	18	12,97	12,99	−0,02
7	14,58	14,65	−0,07	19	13,64	13,73	−0,09
8	14,04	14,06	−0,02	20	14,79	14,75	+0,04
9	13,77	13,64	+0,13	21	16,00	15,90	+0,10
10	13,37	13,38	−0,01	22	17,14	17,01	+0,13
11	13,19	13,23	−0,04	23	17,75	17,89	−0,14

Plymouth.

October.

$$T_n = 12^{\circ}{,}61 + 2{,}493\ \mathrm{Sin}\,(n.\ 15^{\circ} + \ 66^{\circ}.\ 16')$$
$$+ 0{,}897\ \mathrm{Sin}\,(n.\ 30 + \ 82.\ \ 6\ )$$
$$+ 0{,}159\ \mathrm{Sin}\,(n.\ 45 + 122.\ \ 8\ );$$
$$\varepsilon''\ T_n = 0{,}06.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	15,75	15,91	—0,16	12	11,10	11,08	+ 0,02
1	15,84	15,94	—0,10	13	10,86	10,94	— 0,08
2	15,56	15,55	+ 0,01	14	10,71	10,77	— 0,06
3	14,97	14,90	+ 0,07	15	10,59	10,56	+ 0,03
4	14,25	14,15	+ 0,10	16	10,52	10,40	+ 0,12
5	13,46	13,42	+ 0,04	17	10,36	10,38	—0,02
6	12,75	12,81	—0,06	18	10,73	10,63	+ 0,10
7	12,20	12,21	—0,01	19	11,14	11,24	—0,10
8	11,97	11,92	+ 0,05	20	12,04	12,20	—0,16
9	11,70	11,62	+ 0,08	21	13,46	13,35	+ 0,11
10	11,44	11,39	+ 0,05	22	14,69	14,50	+ 0,19
11	11,15	11,22	—0,07	23	15,43	15,42	+ 0,01

PLYMOUTH.

November.

$$T_n = 8{,}^{\circ}99 + 1{,}585 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 60^{\circ}.\ 5')$$
$$+ 0{,}622 \text{ Sin } (n.\ 30 + 72.\ 55\ )$$
$$+ 0{,}245 \text{ Sin } (n.\ 45 + 69.\ 19\ );$$
$$\varepsilon''\ T_n = 0{,}04.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	11,17	11,19	−0,02	12	8,06	7,99	+0,07
1	11,36	11,35	+0,01	13	7,88	7,84	+0,04
2	11,22	11,09	+0,13	14	7,75	7,81	−0,06
3	10,66	10,60	+0,06	15	7,78	7,75	+0,03
4	10,00	10,00	0	16	7,74	7,71	+0,03
5	9,33	9,46	−0,13	17	7,70	7,67	+0,03
6	9,08	9,10	−0,02	18	7,63	7,69	−0,06
7	9,00	8,90	+0,10	19	7,89	7,88	+0,01
8	8,80	8,76	+0,04	20	8,28	8,31	−0,03
9	8,55	8,62	−0,07	21	9,08	9,00	+0,08
10	8,36	8,42	−0,06	22	9,83	9,84	−0,01
11	8,13	8,19	−0,06	23	10,53	10,64	−0,11

PLYMOUTH.

December.

$$T_c = 8°,73 + 0,919 \, \text{Sin} \, (n.\, 15° + 66°.\, 47')$$
$$+ 0,460 \, \text{Sin} \, (n.\, 30 + 68.\, 54)$$
$$+ 0,207 \, \text{Sin} \, (n.\, 45 + 48.\, 16);$$
$$\varepsilon'' \, T_c = 0,04.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	10,28	10,16	+ 0,12	12	8,20	8,16	+ 0,04
1	10,39	10,30	+ 0,09	13	8,10	8,07	+ 0,03
2	10,03	10,14	— 0,11	14	8,06	8,03	+ 0,03
3	9,72	9,74	— 0,02	15	8,03	8,05	— 0,02
4	9,32	9,24	+ 0,08	16	8,06	8,07	— 0,01
5	8,74	8,80	— 0,06	17	8,06	8,08	— 0,02
6	8,55	8,52	+ 0,03	18	8,10	8,07	+ 0,03
7	8,40	8,40	+ 0,00	19	8,17	8,13	+ 0,04
8	8,41	8,41	0	20	8,36	8,32	+ 0,04
9	8,36	8,43	— 0,07	21	8,58	8,70	— 0,12
10	8,35	8,39	— 0,04	22	9,20	9,21	— 0,01
11	8,26	8,28	— 0,02	23	9,66	9,75	— 0,09

Medius totius anni calor in Plymouth = 11°,54.

IV. Salzuflen. Latit. geograph. = 52°3′ boreal.; Longit. = 26°20′ orrient. a Ferro. Observationes a Brandes anno 1828 institutæ.

Januarius.

$$T_n = 0{,}^\circ60 + 0{,}885 \text{ Sin } (n.\ 15^\circ + 56^\circ.\ 4')$$
$$+ 0{,}335 \text{ Sin } (n.\ 30 + 73.\ 41\ )$$
$$+ 0{,}096 \text{ Sin } (n.\ 45 + 60.\ 35\ );$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}06.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	1,69	1,74	−0,05	12	0,24	0,10	+0,14
1	1,75	1,86	−0,11	13	+0,03	0	+0,03
2	1,73	1,77	−0,04	14	−0,03	−0,09	+0,06
3	1,50	1,59	−0,09	15	−0,18	−0,15	−0,03
4	1,18	1,23	−0,05	16	−0,28	−0,18	−0,10
5	0,93	0,85	+0,08	17	−0,06	−0,30	+0,24
6	0,76	0,73	+0,03	18	−0,04	−0,17	+0,13
7	0,64	0,59	+0,05	19	−0,09	−0,04	−0,05
8	0,51	0,50	+0,01	20	+0,05	+0,21	−0,16
9	0,41	0,43	−0,02	21	0,50	0,50	0
10	0,38	0,34	+0,04	22	1,03	1,01	+0,02
11	0,26	0,32	−0,06	23	1,49	1,53	−0,04

SALZUFLEN.

Februarius.

$$T_n = 1{,}^{\circ}63 + 1{,}776 \operatorname{Sin}(n.\ 15^{\circ} + 54^{\circ}.\ 48') + 0{,}366 \operatorname{Sin}(n.\ 30 + 57.\ 39) + 0{,}077 \operatorname{Sin}(n.\ 45 + 16.\ 23);$$

$$\varepsilon\, T_n = 0{,}07.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	3,29	3,41	— 0,12	12	0,38	0,47	— 0,09
1	3,59	3,73	— 0,14	13	0,20	0,26	— 0,06
2	3,75	3,80	— 0,05	14	0,09	0,11	— 0,02
3	3,85	3,61	+ 0,24	15	0,09	0,04	+ 0,05
4	3,29	3,24	+ 0,05	16	0,15	0,05	+ 0,10
5	2,74	2,76	— 0,02	17	0,25	0,16	+ 0,09
6	2,16	2,27	— 0,11	18	0,28	0,37	— 0,09
7	1,73	1,84	— 0,11	19	0,51	0,69	— 0,18
8	1,55	1,49	+ 0,06	20	1,08	1,12	— 0,04
9	1,25	1,20	+ 0,05	21	1,86	1,67	+ 0,19
10	1,08	0,94	+ 0,14	22	2,36	2,29	+ 0,07
11	0,66	0,70	— 0,04	23	2,94	2,90	+ 0,04

SALZUFLEN.

Martius.

$$T_n = 4{,}82 + 1{,}804 \text{ Sin } (n.\,15^\circ + 56^\circ.\,31')$$
$$+ 0{,}340 \text{ Sin } (n.\,30 + 65.\,14)$$
$$+ 0{,}075 \text{ Sin } (n.\,45 + 257.\,6);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}04.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	6,54	6,56	−0,02	12	3,75	3,70	+0,05
1	6,74	6,81	−0,07	13	3,45	3,51	−0,06
2	6,86	6,88	−0,02	14	3,31	3,32	−0,01
3	6,83	6,77	+0,06	15	3,18	3,15	+0,03
4	6,54	6,48	+0,06	16	3,15	3,10	+0,05
5	6,06	6,04	+0,02	17	3,23	3,21	+0,02
6	5,44	5,52	−0,08	18	3,44	3,50	−0,06
7	4,93	5,01	−0,08	19	3,91	3,95	−0,04
8	4,61	4,58	+0,03	20	4,49	4,51	−0,02
9	4,36	4,26	+0,10	21	5,15	5,10	+0,05
10	4,05	4,03	+0,02	22	5,73	5,67	+0,06
11	3,76	3,86	−0,10	23	6,16	6,14	+0,02

SALZUFLEN.

Aprilis.

$$T_n = 8°,65 + 3,217 \text{ Sin } (n.\ 15° + 55°.\ 19')$$
$$+ 0,378 \text{ Sin } (n.\ 30 + 104.\ 24)$$
$$+ 0,125 \text{ Sin } (n.\ 45 + 243.\ 19);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0,08.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	11,65	11,55	+ 0,10	12	6,75	6,48	+ 0,27
1	11,98	11,83	+ 0,15	13	5,86	6,01	— 0,15
2	11,76	11,90	— 0,14	14	5,61	5,60	+ 0,01
3	11,71	11,76	— 0,05	15	5,30	5,35	— 0,05
4	11,33	11,41	— 0,08	16	5,31	5,37	— 0,06
5	10,95	10,86	+ 0,09	17	5,80	5,71	+ 0,09
6	10,24	10,17	+ 0,07	18	6,49	6,40	+ 0,09
7	9,50	9,42	+ 0,08	19	7,26	7,34	— 0,08
8	8,70	8,70	0	20	8,50	8,40	+ 0,10
9	7,89	8,05	— 0,16	21	9,39	9,44	— 0,05
10	7,43	7,48	— 0,05	22	10,18	10,35	— 0,17
11	7,03	6,97	+ 0,06	23	11,13	11,06	+ 0,07

SALZUFLEN.

Majus.

$$T_n = 13{,}^{\circ}21 + 3{,}759 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 47^{\circ}.\ 29')$$
$$+ 0{,}462 \text{ Sin } (n.\ 30 + 141.\ \ 2')$$
$$+ 0{,}248 \text{ Sin } (n.\ 45 + 224.\ 34\ );$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}07.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	16,20	16,10	+ 0,10	12	11,08	10,91	+ 0,17
1	16,53	16,37	+ 0,16	13	10,01	10,20	— 0,19
2	16,41	16,54	— 0,13	14	9,58	9,55	+ 0,03
3	16,51	16,61	— 0,10	15	9,16	9,10	+ 0,06
4	16,44	16,52	— 0,08	16	8,86	9,00	— 0,14
5	16,33	16,20	+ 0,13	17	9,41	9,36	+ 0,05
6	15,69	15,64	+ 0,05	18	10,26	10,20	+ 0,06
7	15,01	14,88	+ 0,13	19	11,51	11,40	+ 0,11
8	13,88	14,02	— 0,14	20	12,69	12,74	— 0,05
9	13,05	13,16	— 0,11	21	13,91	13,95	— 0,04
10	12,35	12,36	— 0,01	22	14,91	14,98	— 0,07
11	11,73	11,62	+ 0,11	23	15,68	15,66	+ 0,02

SALZUFLEN.

Junius.

$$T_n = 16^\circ,28 + 3,673 \text{ Sin } (n.\ 15^\circ + 55^\circ.\ 14')$$
$$+ 0,138 \text{ Sin } (n.\ 30 + 103.\ 32)$$
$$+ 0,168 \text{ Sin } (n.\ 45 + 250.\ 10);$$
$$\varepsilon T_n = 0,07.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	19,20	19,27	−0,07	12	13,69	13,56	+0,13
1	19,81	19,68	+0,13	13	13,23	13,07	+0,16
2	20,00	19,92	+0,08	14	12,75	12,72	+0,03
3	19,90	19,93	−0,03	15	12,36	12,56	−0,20
4	19,55	19,67	−0,12	16	12,61	12,70	−0,09
5	19,04	19,11	−0,07	17	13,25	13,19	+0,06
6	18,30	18,30	0	18	14,12	13,99	+0,13
7	17,55	17,35	+0,20	19	15,11	15,01	+0,10
8	16,44	16,39	+0,05	20	15,91	16,09	−0,18
9	15,44	15,51	−0,07	21	17,15	17,12	+0,03
10	14,58	14,75	−0,17	22	18,00	18,00	0
11	14,05	14,11	−0,06	23	18,70	18,71	−0,01

SALZUFLEN.

Julius.

$$T_n = 18{,}^{\circ}56 + 2{,}983 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + \ 57^{\circ}.\ 48')$$
$$+ 0{,}068 \text{ Sin } (n.\ 30 + 105.\ 19\ )$$
$$+ 0{,}245 \text{ Sin } (n.\ 45 + 239.\ \ 8\ );$$
$$\varepsilon''\ T_n = 0{,}08.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	20,99	20,94	+ 0,05	12	16,11	16,31	— 0,20
1	21,26	21,22	+ 0,04	13	16,09	16,00	+ 0,09
2	21,35	21,43	— 0,08	14	15,89	15,72	+ 0,17
3	21,53	21,51	+ 0,02	15	15,59	15,57	+ 0,02
4	21,23	21,36	— 0,13	16	15,41	15,66	— 0,25
5	21,09	20,92	+ 0,17	17	16,08	16,07	+ 0,01
6	20,15	20,21	— 0,06	18	16,86	16,78	+ 0,08
7	19,43	19,33	+ 0,10	19	17,86	17,69	+ 0,17
8	18,29	18,45	— 0,16	20	18,56	18,64	— 0,08
9	17,70	17,68	+ 0,02	21	19,39	19,48	— 0,09
10	17,21	16,99	+ 0,22	22	20,04	20,00	+ 0,04
11	16,65	16,66	— 0,01	23	20,69	20,59	+ 0,10

Salzuflen.

Augustus.

$$T_n = 15°,86 + 2,796 \text{ Sin } (n.\ 15° + \ 55°.\ 10') + 0,201 \text{ Sin } (n.\ 30 + \ 55.\ 26\ ) + 0,328 \text{ Sin } (n.\ 45 + 253.\ 43\ );$$

$$\varepsilon''\ T_n = 0,07.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	18,20	18,01	+ 0,19	12	13,96	14,05	— 0,09
1	18,55	18,40	+ 0,15	13	13,69	13,72	— 0,03
2	18,75	18.74	+ 0.01	14	13.45	13,35	+ 0,10
3	18,63	18,89	— 0.26	15	13.19	13,07	+ 0,12
4	18,61	18,73	— 0.12	16	12.94	13.03	— 0,09
5	18.19	18.20	— 0.01	17	13.44	13.36	+ 0,08
6	17,41	17,39	+ 0,02	18	14,09	14.01	+ 0,08
7	16,55	16,45	+ 0,10	19	14.81	14.87	— 0,06
8	15,69	15.60	+ 0,09	20	15.73	15.76	— 0,03
9	15.04	14,97	+ 0,07	21	16,41	16,53	— 0.12
10	14,60	14,57	+ 0,03	22	16,97	17,13	— 0,16
11	14.19	14,30	— 0.11	23	17.64	17.59	+ 0,05

SALZUFLEN.

September.

$$T_n = 13^\circ\!,84 + 3{,}596 \operatorname{Sin}(n.\,15^\circ + \;\,54^\circ.\,27')$$
$$+ 0{,}408 \operatorname{Sin}(n.\,30 + \;\,75.\,23\,)$$
$$+ 0{,}322 \operatorname{Sin}(n.\,45 + 221.\;\;\,7\,);$$
$$\varepsilon''\,T_n = 0{,}08.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	17,00	16,85	+ 0,15	12	11,24	11,52	— 0,28
1	17,30	17,28	+ 0,02	13	11,20	11,19	+ 0,01
2	17,53	17,47	+ 0,06	14	10,89	10,79	+ 0,10
3	17,53	17,47	+ 0,06	15	10,49	10,42	+ 0,07
4	17,36	17,22	+ 0,14	16	10,08	10,25	— 0,17
5	16,63	16,65	— 0,02	17	10,43	10,45	— 0,02
6	15,89	15,78	+ 0,11	18	10,94	11,11	— 0,17
7	14.51	14.73	— 0.22	19	12,18	12,17	+ 0.01
8	13,69	13,69	0	20	13,56	13,46	+ 0,10
9	13.04	12,83	+ 0.21	21	14,64	14,65	— 0,01
10	12.34	12,22	+ 0,12	22	15,69	15,68	+ 0,01
11	11.65	11,83	— 0,18	23	16,43	16,44	— 0.01

Salzuflen.

October.

$$T_n = 9{,}^{\circ}41 + 2{,}394\ \mathrm{Sin}\,(n.\ 15^{\circ} + \ 46^{\circ}.\ \ 9')$$
$$+ 0{,}551\ \mathrm{Sin}\,(n.\ 30 + \ 73.\ 43\ )$$
$$+ 0{,}034\ \mathrm{Sin}\,(n.\ 45 + 277.\ 34\ );$$
$$\varepsilon''\ T_n = 0{,}08.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	11,68	11,63	+ 0,05	12	8,00	8,24	— 0,24
1	11,94	12,02	— 0,08	13	7,98	7,86	+ 0,12
2	12,03	12,13	— 0,10	14	7,64	7,47	+ 0,17
3	12,09	11,98	+ 0,11	15	7,20	7,14	+ 0,06
4	11,76	11,61	+ 0,15	16	6,78	6,94	— 0,16
5	11,08	11,09	— 0,01	17	6,91	6,95	— 0,04
6	10,36	10,53	— 0,17	18	7,25	7,22	+ 0,03
7	9,89	10,00	— 0,11	19	7,83	7,74	+ 0,09
8	9,61	9,55	+ 0,06	20	8,39	8,47	— 0,08
9	9,44	9,18	+ 0,26	21	9,33	9,30	+ 0,03
10	8,85	8,88	— 0,03	22	10,26	10,20	+ 0,06
11	8,48	8,58	— 0,10	23	10,95	11,00	— 0,05

Salzuflen.

November.

$$T_n = 5^\circ\!,53 + 1{,}767 \text{ Sin } (n.\, 15^\circ + 39^\circ.\, 24')$$
$$+ 0{,}452 \text{ Sin } (n.\, 30 + 95.\ \ 5\ )$$
$$+ 0{,}116 \text{ Sin } (n.\, 45 + 338.\ 15\ );$$
$$\varepsilon''\, T_n = 0{,}08.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	7,24	7,01	+ 0,23	12	4,73	4,90	— 0,17
1	7,56	7,38	+ 0,18	13	4,38	4,41	— 0,03
2	7,57	7,48	+ 0,09	14	3,96	3,96	0
3	7,40	7,35	+ 0,05	15	3,60	3,62	— 0,02
4	7,11	7,05	+ 0,06	16	3,20	3,48	— 0,28
5	6,69	6,68	+ 0,01	17	3,40	3,55	— 0,15
6	6,34	6,34	0	18	4,01	3,82	+ 0,19
7	6,04	6,08	— 0,04	19	4,34	4,23	+ 0,11
8	5,91	5,92	— 0,01	20	4,79	4,76	+ 0,03
9	5,75	5,78	— 0,03	21	5,39	5,35	+ 0,04
10	5,45	5,60	— 0,15	22	6,03	5,97	+ 0,06
11	5,11	5,31	— 0,20	23	6,63	5,56	+ 0,07

SALZUFLEN.

December.

$$T_n = 4{,}^{\circ}98 + 0{,}790 \,\text{Sin}\,(n.\,15^{\circ} + 33^{\circ}.\ 6')$$
$$+ 0{,}307 \,\text{Sin}\,(n.\,30 + 107.\ 40)$$
$$+ 0{,}060 \,\text{Sin}\,(n.\,45 + 126.\ 12);$$
$$\varepsilon''\, T_n = 0{,}04.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	5,70	5,75	—0,05	12	4,70	4,79	—0,09
1	5,73	5,78	—0,05	13	4,70	4,59	—0,11
2	5,80	5,71	+ 0,09	14	4,41	4,38	+ 0,03
3	5,68	5,60	+ 0,08	15	4,18	4,17	+ 0,01
4	5,51	5,49	+ 0,02	16	3,99	4,01	—0,02
5	5,35	5,42	—0,07	17	3,86	3,94	—0,08
6	5,28	5,38	—0,10	18	4,00	3,99	+ 0,01
7	5,36	5,36	0	19	4,15	4,18	—0,03
8	5,41	5,32	+ 0,09	20	4,61	4,51	+ 0,10
9	5,28	5,24	+ 0,04	21	4,93	4,90	+ 0,03
10	5,15	5,13	+ 0,02	22	5,26	5,28	—0,02
11	4,88	4,97	—0,09	23	5,54	5,58	—0,04

Media anni in Salzuflen temperatura = 9°,45.

V). Apenroa. Latit. geograph. = 55°2′57″ boreal.; Longit. = 27°6′25″ orrient. a Ferro. Observavit Dr Neuber a calend. Jun. 1822 ad. cal. Jun. 1823, atque a cal. Jun. 1824 ad cal. Jun. 1825, horis 0, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 19, 21 & 23, quibus addidimus valores interpolatione ortos horarum 13, 15 & 17.

Januarius.

$$T_n = -1{,}^{\circ}00 + 0{,}591 \text{ Sin} (n.\ 15^{\circ} + 44^{\circ}.\ 24') + 0{,}323 \text{ Sin} (n.\ 30 + 63.\ 50) + 0{,}111 \text{ Sin} (n.\ 45 + 36.\ 23);$$

$$\varepsilon\ T_n = 0{,}04.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	—0,13	—0,22	+ 0,09	12		—1,19	
1	—0,03	—0,03	0	13	—1,25:	—1,32	+ 0,07
2		—0,14		14		—1,39	
3	—0,24	—0,24	0	15	—1,50:	—1,47	—0,03
4		—0,52		16		—1,52	
5	—0,85	—0,80	—0,05	17	—1,60:	—1,55	—0,05
6		—0,96		18		—1,62	
7	—0,94	—1,01	+ 0,07	19	—1,51	—1,59	+ 0,08
8		—1,04		20		—1,49	
9	—1,07	—0,99	—0,08	21	—1,36	—1,29	+ 0,07
10		—1,03		22		—0,92	
11	—1,10	—1,09	—0,01	23	—0,51	—0,55	+ 0,04

Apenroa.

Februarius.

$$T_n = -0°,26 + 1,119 \text{ Sin } (n.\ 15° + 59°.\ 19')$$
$$+ 0,451 \text{ Sin } (n.\ 30 + 68.\ 39)$$
$$+ 0,238 \text{ Sin } (n.\ 45 + 28.\ 20);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0,06.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	1,21	1,23	−0,02	12		−0,91	
1	1,37	1,49	−0,12	13	−1,00:	−1,12	+0,12
2		1,42		14		−1,24	
3	1,11	1,06	+0,05	15	−1,25:	−1,25	0
4		0,54		16		−1,20	
5	0,04	0,03	+0,01	17	−1,25:	−1,12	−0,13
6		−0,32		18		−1,04	
7	−0,40	−0,48	+0,08	19	−0,89	−0,94	+0,05
8		−0,49		20		−0,74	
9	−0,60	−0,47	−0,13	21	−0,32	−0,38	+0,06
10		−0,53		22		0,14	
11	−0,71	−0,67	−0,04	23	0,75	0,71	+0,04

Apenroa.

Martius.

$$T_n = 1^{\circ},68 + 1,885 \text{ Sin } (n.\, 15^{\circ} + \ \ 56^{\circ}.\, 16')$$
$$+ 0,573 \text{ Sin } (n.\, 30 + \ \ 55.\ 31\ )$$
$$+ 0,052 \text{ Sin } (n.\ \ 45 + 333.\ 46\ );$$
$$\varepsilon\, T_n = 0,03.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	3,68	3,70	—0,02	12		0,60	
1	4,02	4,06	—0,04	13	0,40 :	0,45	—0,05
2		4,13		14		0,26	
3	3,89	3,90	—0,01	15	0,10 :	0,11	—0,01
4		3,44		16		0,01	
5	2,89	2,83	+ 0,06	17	0,10 :	0,04	+ 0,06
6		2,21		18		0,21	
7	1,60	1,66	—0,06	19	0,47	0,55	—0,08
8		1,27		20		1,06	
9	1,02	1,01	+ 0,01	21	1,74	1,71	+ 0,03
10		0,85		22		2,51	
11	0,77	0,73	+ 0,04	23	3,14	3,12	+ 0,02

Apenroa.

Aprilis.

$$T_n = 5{,}^{\circ}99 + 3{,}112 \,\text{Sin}\,(n.\,15^{\circ} + \;\; 60^{\circ}.\,33')$$
$$+ 0{,}678 \,\text{Sin}\,(n.\,30 + \;\; 41.\,16\,)$$
$$+ 0{,}206 \,\text{Sin}\,(n.\,45 + 219.\,53\,);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}09.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	8,95	9,02	—0,07	12		3,86	
1	9,29	9,43	—0,14	13	3,60 :	3,83	—0,23
2		9,60		14		3.70	
3	9,34	9,48	—0,14	15	3.50 :	3,52	—0,02
4		9,03		16		3,36	
5	8,50	8,24	+ 0,26	17	3,60 :	3,47	+ 0.13
6		7,23		18		3,95	
7	6,04	6,14	—0,10	19	4,56	4,55	+ 0,01
8		5,16		20		5,48	
9	4,60	4,43	+ 0,17	21	6,62	6,52	+ 0,10
10		4,03		22		7,51	
11	3,87	3,88	—0,01	23	8,34	8,36	—0.02

APENROA.

Majus.

$$T_n = 11^{\circ},01 + 4,145 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + \ 63^{\circ}.\ 33')$$
$$+ 0,109 \text{ Sin } (n.\ 30 + 296.\ 13\ )$$
$$+ 0,184 \text{ Sin } (n.\ 45 + 188.\ 51\ );$$
$$\varepsilon\, T_n = 0,11.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	14,47	14,59	—0,12	12		7,23	
1	14,89	14,86	+ 0,03	13	7,25 :	7,04	+ 0,21
2		14,96		14		7,05	
3	14,74	14,88	—0,14	15	7,20 :	7,24	—0,04
4		14,59		16		7,62	
5	14,15	14,01	+ 0,14	17	8,00 :	8,23	—0,23
6		13,13		18		9,08	
7	12,17	12,00	+ 0,17	19	10,26	10,14	+ 0,12
8		10,73		20		11,30	
9	9,16	9,49	—0,33	21	12,54	12,43	+ 0,11
10		8,45		22		13,39	
11	7,74	7,68	+ 0,06	23	14,02	14,12	—0,10

APENROA.

Junius.

$$T_n = 15°,86 + 4,960 \text{ Sin } (n. 15° + 59°. 47')$$
$$+ 0,379 \text{ Sin } (n. 30 + 257. 3)$$
$$+ 0,394 \text{ Sin } (n. 45 + 209. 1);$$
$$\varepsilon T_n = 0,09.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	19,75	19,59	+ 0,16	12		11,40	
1	20,09	19,91	— 0,18	13	11,20 :	11,09	+ 0,11
2		20,22		14		10,99	
3	20,34	20,46	— 0,12	15	11,00 :	11,09	— 0,09
4		20,39		16		11,48	
5	19,98	20,04	— 0,06	17	12,20 :	12,25	— 0,05
6		19,07		18		13,44	
7	17,84	17,64	+ 0,20	19	14,96	14,82	+ 0,14
8		15,95		20		16,29	
9	14,12	14,30	— 0,18	21	17,50	17,59	— 0,09
10		12,95		22		18,56	
11	12,01	11,98	+ 0,03	23	19,12	19,19	— 0,07

APENROA.

Julius.

$$T_n = 16{,}^{\circ}51 + 3{,}020 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + \ \ 66^{\circ}.\ 35')$$
$$+ 0{,}223 \text{ Sin } (n.\ 30 + 282.\ 43\ )$$
$$+ 0{,}003 \text{ Sin } (n.\ 45\ + \ 151.\ 20\ );$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}07.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	19,05	19,12	−0,07	12		13,47	
1	19,35	19,30	+0,05	13	13,50:	13,38	+0,12
2		19,35		14		13,53	
3	19,12	19,27	−0,15	15	13,70:	13,85	−0,15
4		19,04		16		14,29	
5	18,68	18,63	+0,05	17	15,00:	14,82	+0,18
6		17,99		18		15,44	
7	17,24	17,22	+0,02	19	16,05	16,13	−0,08
8		16,28		20		16,87	
9	15,25	15,30	−0,05	21	17,59	17,60	−0,01
10		14,47		22		18,26	
11	13,90	13,83	+0,07	23	18,71	18,76	−0,05

APENROA.

Augustus.

$$T_n = 16^\circ{,}11 + 3{,}712 \text{ Sin } (n.\ 15^\circ + 64^\circ.\ 18')$$
$$+ 0{,}175 \text{ Sin } (n.\ 30 + 65.\ 13\ )$$
$$+ 0{,}234 \text{ Sin } (n.\ 45 + 201.\ \ 0\ );$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}04.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	19,39	19,54	—0,15	12		14,01	
1	19,74	19,72	+ 0,02	13	12,80 :	12,85	—0,05
2		19,74		14		12,78	
3	19,54	19,59	—0,05	15	12,80 :	12,78	+ 0,02
4		19,10		16		12,81	
5	18,73	18,64	+ 0,09	17	13,40 :	13,38	+ 0,02
6		17,65		18		14,16	
7	16,66	16,70	—0,04	19	15,12	15,15	—0,03
8		15,61		20		16,33	
9	14,61	14,60	+ 0,01	21	17,50	17,48	+ 0,02
10		13,96		22		18,58	
11	13,35	13,30	+ 0,05	23	19,12	19,13	—0,01

Apenroa.

September.

$$T'_n = 14^\circ{,}00 + 3{,}592 \text{ Sin } (n.\,15^\circ + \;\; 61^\circ.\,15')$$
$$+ 0{,}578 \text{ Sin } (n.\,30 + \;\; 66.\,33\,)$$
$$+ 0{,}269 \text{ Sin } (n.\,45 + 216.\,49\,);$$
$$\varepsilon\, T'_n = 0{,}10.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	17,33	17,49	—0,16	12		11,54	
1	17,74	17,79	—0,05	13	11,20:	11,30	—0,10
2		17,85		14		11,14	
3	17,66	17,66	0	15	10,90:	10,82	+0,08
4		17,17		16		10,72	
5	16,56	16,41	+0,15	17	11,00:	10,96	+0,04
6		15,41		18		11,47	
7	14,07	14,32	—0,25	19	12,29	12,53	—0,24
8		13,30		20		13,77	
9	12,67	12,49	+0,18	21	15,25	15,04	+0,21
10		11,99		22		16,14	
11	11,72	11,71	+0,01	23	16,93	16,98	—0,05

Apenroa.

October.

$$T_n = 10°,26 + 1,970 \text{ Sin } (n.\ 15° + 59°.\ 28')$$
$$+ 0,682 \text{ Sin } (n.\ 30 + 67.\ 18)$$
$$+ 0,112 \text{ Sin } (n.\ 45 + 50.\ \ 7);$$
$$\varepsilon\ T_n = 0,05.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	12,46	12,68	—0,22	12		9,11	
1	12,90	12,95	—0,05	13	8,90 :	8,93	—0,03
2		12,85		14		8,77	
3	12,50	12,43	+ 0,07	15	8,70 :	8,63	+ 0,07
4		11,80		16		8,55	
5	11,10	11,15	—0,05	17	8,50 :	8,56	—0,06
6		10,57		18		8,70	
7	10,11	10,13	—0,02	19	9,06	9,05	+ 0,01
8		9,83		20		9,61	
9	9,67	9,62	+ 0,05	21	10,40	10,38	+ 0,02
10		9,45		22		11,25	
11	9,26	9,20	+ 0,06	23	12,07	11,98	+ 0,09

Apenroa.

November.

$$T_n = 6^\circ{,}64 + 0{,}951 \text{ Sin } (n.\ 15^\circ + 52^\circ.\ 49')$$
$$+ 0{,}369 \text{ Sin } (n.\ 30 + 71.\ \ 3\ )$$
$$+ 0{,}142 \text{ Sin } (n.\ 45 + 58.\ 33\ );$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}03.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	7,93	7,86	+ 0,07	12		6,11	
1	8,05	8,02	+ 0,03	13	6,00 :	5,97	+ 0,03
2		7,92		14		5,90	
3	7,62	7,66	— 0,04	15	5,80 :	5,84	— 0,04
4		7,38		16		5,81	
5	7,01	7,00	+ 0,01	17	5,80 :	5,78	+ 0,02
6		6,79		18		5,78	
7	6,72	6,66	+ 0,06	19	5,91	5,88	+ 0,03
8		6,60		20		6,12	
9	6,45	6,53	— 0,08	21	6,46	6,51	— 0,05
10		6,41		22		7,01	
11	6,30	6,27	+ 0,03	23	7,51	7,49	+ 0,02

APENROA.

December.

$$T_n = 2{,}^{\circ}64 + 0{,}607 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 57^{\circ}.\ 53')$$
$$+ 0{,}294 \text{ Sin } (n.\ 30 + 59.\ 43)$$
$$+ 0{,}097 \text{ Sin } (n.\ 45 + 38.\ 34);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}03.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Mid.	3,46	3,46	0	12		2,32	
1	3,65	3,61	+ 0,04	13	2,25 :	2,25	0
2		3,58		14		2,20	
3	3,30	3,38	— 0,02	15	2,15 :	2,18	— 0,03
4		3,11		16		2,16	
5	2,81	2,83	— 0,02	17	2,15 :	2,14	+ 0,01
6		2,62		18		2,14	
7	2,55	2,51	+ 0,04	19	2,24	2,18	+ 0,06
8		2,46		20		2,30	
9	2,44	2,45	— 0,01	21	2,41	2,52	— 0,11
10		2,42		22		2,83	
11	2,39	2,38	+ 0,01	23	3,22	3,18	+ 0,04

Medius Apenroæ anni calor = 8°,29.

VI). Boothia felix. Latit. geograph. = 70°1′ boreal.; Longit. = 74°12′ occid. a Ferro. Observationes instituit Ross per annos $2\frac{1}{2}$, 1830—1832.

Januarius.

$$T_n = -32{,}^{\circ}60 + 0{,}154 \,\mathrm{Sin}\,(n.\,15^{\circ} + 27^{\circ}.\,39') + 0{,}025 \,\mathrm{Sin}\,(n.\,30 + 27.\,50) + 0{,}022 \,\mathrm{Sin}\,(n.\,45 + 0^{\circ}.\;\;9);$$

$$\varepsilon\, T_n = 0{,}04.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	—32,62	—32,54	—0,08	12	—32,60	—32,66	+0,06
1	26	46	+0,20	13	73	70	—0,03
2	41	42	+0,01	14	77	72	—0,05
3	51	41	—0,10	15	71	74	+0,03
4	50	43	—0,07	16	73	74	+0,01
5	42	46	+0,04	17	78	73	—0,05
6	43	49	+0,06	18	69	72	+0,03
7	48	52	+0,04	19	68	71	+0,03
8	56	54	—0,02	20	74	70	—0,04
9	65	56	—0,09	21	64	68	+0,04
10	59	58	—0,01	22	68	63	—0,05
11	57	62	+0,05	23	57	58	+0,01

BOOTHIA.

Februarius.

$$T_n = -35°,63 + 0,770 \text{ Sin } (n.\ 15° + 77°.\ 24')$$
$$+ 0,411 \text{ Sin } (n.\ 30 + 36.\ 29)$$
$$+ 0,133 \text{ Sin } (n.\ 45 + 49.\ 23):$$
$$\varepsilon\, T_n = 0,07.$$

Hora	Calor Observ.	Calor Comput.	Differ.	Hora	Calor Observ.	Calor Comput.	Differ.
Merid.	−34°,58	−34°,54	−0°,04	12	−36,38	−36,24	−0,14
1	−34,19	−34,36	+0,17	13	−35,89	−36,16	+0,27
2	−34,25	−34,40	+0,15	14	−35,98	−35,98	0
3	−34,72	−34,66	−0,06	15	−36,00	−35,94	−0,06
4	−35,19	−35,05	−0,14	16	−35,98	−35,89	−0,09
5	−35,57	−35,46	−0,11	17	−35,98	−35,90	−0,08
6	−35,71	−35,79	+0,08	18	−35,95	−35,96	+0,01
7	−35,99	−36,03	+0,04	19	−35,90	−35,99	+0,09
8	−36,05	−36,17	+0,12	20	−35,88	−35,91	+0,03
9	−36,26	−36,25	−0,01	21	−35,59	−35,69	+0,10
10	−36,36	−36,27	−0,09	22	−35,41	−35,31	−0,10
11	−36,35	−36,28	−0,07	23	−35,07	−34,90	−0,17

BOOTHIA.

Martius.

$$T_n = -34{,}^{\circ}04 + 4{,}002 \operatorname{Sin}(n.\,15^{\circ} + 56^{\circ}.\,10')$$
$$+ 1{,}119 \operatorname{Sin}(n.\,30 + 67.\,31)$$
$$+ 0{,}126 \operatorname{Sin}(n.\,45 + 80.\,48);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}12.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	−30°,29	−30,23	−0,06	12	−35,68	−35,77	+0,09
1	−29,80	−29,82	+0,02	13	−36,24	−36,05	−0,19
2	−29,91	−29,96	+0,05	14	−36,28	−36,35	+0,07
3	−30,31	−30,57	+0,26	15	−36,37	−36,66	+0,29
4	−31,18	−31,46	+0,28	16	−36,48	−36,92	+044
5	−32,40	−32,43	+0,03	17	−37,12	−37,02	−0,10
6	−33,45	−33,33	−0,12	18	−37,04	−36,83	−0,21
7	−34,23	−34,05	−0,18	19	−36,25	−36,25	0
8	−34,66	−34,59	−0,07	20	−35,49	−35,27	−0,22
9	−35,04	−34,99	−0,05	21	−33,91	−33,96	+0,05
10	−35,35	−35,28	−0,07	22	−32,55	−32,52	−0,03
11	−35,63	−35,53	−0,10	23	−31,37	−31,19	−0,18

Boothia.

Aprilis.

$$T_n = -19{,}03 + 3{,}411 \text{ Sin}(n.15^\circ + 67^\circ.46') + 0{,}546 \text{ Sin}(n.30 + 65.4) + 0{,}140 \text{ Sin}(n.45 + 209.35);$$

$$\varepsilon T_n = 0{,}06.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	−15,37	−15,45	+0,08	12	−21,78	−21,63	−0,15
1	−15,18	−15,24	+0,06	13	−21,78	−21,74	−0,04
2	−15,26	−15,33	+0,07	14	−21,84	−21,84	0
3	−15,55	−15,69	+0,14	15	−21,94	−21,91	−0,03
4	−16,23	−16,31	+0,08	16	−21,82	−21,85	+0,03
5	−17,29	−17,15	−0,14	17	−21,60	−21,55	−0,05
6	−18,12	−18,11	−0,01	18	−21,09	−20,94	−0,15
7	−19,10	−19,11	+0,01	19	−20,07	−20,04	−0,03
8	−19,94	−20,01	+0,07	20	−18,77	−18,95	+0,18
9	−20,75	−20,72	−0,03	21	−17,70	−17,81	+0,11
10	−21,24	−21,20	−0,04	22	−16,76	−16,77	+0,01
11	−21,54	−21,47	−0,07	23	−16,04	−15,97	−0,07

BOOTHIA.

Majus.

$$T_n = -9{,}^{\circ}19 + 3{,}251 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 65^{\circ}.\ 51')$$
$$+ 0{,}162 \text{ Sin } (n.\ 30 + 145.\ 58)$$
$$+ 0{,}137 \text{ Sin } (n.\ 45 + 3.\ 11);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}^{\circ}10.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	− 6,27	− 6,12	−0,15	12	−11,75	−12,07	+ 0,32
1	− 5,91	− 5,87	−0,04	13	−12,89	−12,49	− 0,40
2	− 6,07	− 5,88	−0,19	14	−12,75	−12,63	−0,12
3	− 6,14	− 6,19	+ 0,05	15	−12,48	−12,45	−0,03
4	− 6,69	− 6,71	+ 0,02	16	−11,91	−11,98	+ 0,07
5	− 7,45	− 7,38	−0,07	17	−11,25	−11,39	+ 0,14
6	− 8,16	− 8,09	−0,07	18	−10,52	−10,47	−0,05
7	− 8,78	− 8,77	−0,01	19	− 9,70	− 9,63	−0,07
8	− 9,48	− 9,44	−0,04	20	− 9,00	− 8,79	−0,21
9	−10,18	−10,11	−0,07	21	− 8,00	− 8,00	0
10	−11,01	−10,79	−0,22	22	− 7,22	− 7,26	+ 0,04
11	−11,38	−11,47	+ 0,09	23	− 6,52	− 6,61	+ 0,09

Boothia.

Junius.

$$T_n = 1{,}^{\circ}39 + 2{,}949 \,\text{Sin}\,(n.\,15^{\circ} + 69^{\circ}.\,24') + 0{,}050 \,\text{Sin}\,(n.\,30 + 186.\,29) + 0{,}324 \,\text{Sin}\,(n.\,45 + 316.\,6);$$

$$\varepsilon\, T_n = 0{,}18.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	+ 4,09	+ 3,91	+ 0,18	12	— 1,30	— 1,16	— 0,14
1	+ 4,73	+ 4,30	+ 0,43	13	— 1,67	— 1,58	— 0,09
2	+ 4,53	+ 4,49	+ 0,04	14	— 1,62	— 1,80	+ 0,18
3	+ 4,02	+ 4,36	— 0,34	15	— 1,44	— 1,67	+ 0,23
4	+ 3,62	+ 3,87	— 0,25	16	— 1,08	— 1,17	+ 0,09
5	+ 2,92	+ 3,09	— 0,17	17	— 0,52	— 0,35	— 0,17
6	+ 2,27	+ 2,22	+ 0,05	18	+ 0,38	+ 0,58	— 0,20
7	+ 1,51	+ 1,40	+ 0,11	19	+ 1,80	+ 1,44	+ 0,36
8	+ 0,79	+ 0,75	+ 0,04	20	+ 2,30	+ 2,12	+ 0,18
9	+ 0,83	+ 0,24	+ 0,59	21	+ 2,12	+ 2,63	— 0,51
10	— 0,61	— 0,19	— 0,48	22	+ 2,95	+ 3,05	— 0,10
11	— 0,91	— 0,65	— 0,26	23	+ 3,54	+ 3,47	+ 0,07

Boothia.

Julius.

$$T_n = 5{,}^{\circ}15 + 2{,}142 \text{ Sin}(n.\,15^{\circ} + 62^{\circ}.\ 5') + 0{,}133 \text{ Sin}(n.\,30 + 308.\ 59) + 0{,}136 \text{ Sin}(n.\,45 + 357.\ 17);$$

$$\varepsilon\, T_n = 0{,}06.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	7,02	6,94	+ 0,08	12	3,21	3,16	+ 0,05
1	7,22	7,28	—0,06	13	2,80	2,93	—0,13
2	7,41	7,48	—0,07	14	2,99	2,93	+ 0,06
3	7,35	7,38	—0,03	15	3,05	3,09	—0,04
4	7,24	7,10	+ 0,14	16	3,42	3,46	—0,04
5	6,55	6,63	—0,08	17	3,95	3,91	+ 0,04
6	6,15	6,13	+ 0,02	18	4,42	4,39	+ 0,03
7	5,58	5,58	0	19	4,87	4,82	+ 0,05
8	5,07	5,06	+ 0,01	20	5,13	5,19	—0,06
9	4,56	4,53	+ 0,03	21	5,59	5,61	—0,02
10	3,86	4,03	—0,17	22	6,05	6,03	+ 0,02
11	3,71	3,65	+ 0,06	23	6,50	6,46	+ 0,04

BOOTHIA.

Augustus.

$$T_n = 3°,62 + 1,667 \text{ Sin } (n.15° + 55°.48')$$

$$+ 0,107 \text{ Sin } (n.30 + 328.34)$$

$$+ 0,127 \text{ Sin } (n.45 + 84.32);$$

$$\varepsilon T_n = 0,06.$$

Hora	Calor Observ.	Calor Comput.	Differ.	Hora	Calor Observ.	Calor Comput.	Differ.
Merid.	5,02	5,07	−0,05	12	2,07	2,06	+0,01
1	5,24	5,29	−0,05	13	2,01	1,95	+0,06
2	5,32	5,36	−0,05	14	2,11	2,00	+0,11
3	5,29	5,27	+0,02	15	2,19	2,16	+0,03
4	5,21	5,10	+0,10	16	2,41	2,35	+0,06
5	4,82	4,88	−0,06	17	2,44	2,55	−0,11
6	4,43	4,60	−0,17	18	2,61	2,75	−0,14
7	4,39	4,25	+0,14	19	3,01	2,99	+0,02
8	3,67	3,52	+0,15	20	3,34	3,32	+0,02
9	3,31	3,32	−0,01	21	3,87	3,74	+0,13
10	2,68	2,80	−0,12	22	4,26	4,24	+0,02
11	2,22	2,36	−0,14	23	4,69	4,70	−0,01

Boothia.

September.

$$T_n = -3°{,}69 + 0{,}970 \,\text{Sin}\,(n.\,15° + 65°.\,12')$$
$$+ 0{,}224 \,\text{Sin}\,(n.\,30 + 57.\,25)$$
$$+ 0{,}049 \,\text{Sin}\,(n.\,45 + 285.\,14);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}06.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	—2,64	—2,66	+0,02	12	—4,51	—4,33	—0,18
1	—2,43	—2,53	+0,10	13	—4,45	—4,39	—0,06
2	—2,47	—2,51	+0,04	14	—4,47	—4,47	0
3	—2,58	—2,53	—0,05	15	—4,52	—4,52	0
4	—2,74	—2,84	+0,10	16	—4,54	—4,52	—0,02
5	—3,15	—3,14	—0,01	17	—4,47	—4,39	—0,08
6	—3,49	—3,48	—0,01	18	—4,38	—4,27	—0,11
7	—3,82	—3,79	—0,03	19	—4,04	—4,03	—0,01
8	—4,01	—4,02	+0,01	20	—3,58	—3,75	+0,17
9	—4,24	—4,16	—0,08	21	—3,39	—3,54	+0,15
10	—4,27	—4,24	—0,03	22	—3,14	—3,15	+0,01
11	—4,35	—4,29	—0,06	23	—2,77	—2,88	+0,11

BOOTHIA.

October.

$$T_n = -12^\circ{,}53 + 0{,}570 \,\text{Sin}\,(n.\,15^\circ + 80^\circ.\ 8')$$
$$+ 0{,}258 \,\text{Sin}\,(n.\,30 + 82.\ 13)$$
$$+ 0{,}048 \,\text{Sin}\,(n.\,45 + 66.\ 29);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}03.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	−11,69	−11,67	−0,02	12	−12,88	−12,88	0
1	−11,67	−11,68	+ 0,01	13	−12,96	−12,91	−0,05
2	−11,84	−11,82	−0,02	14	−12,88	−12,93	+ 0,05
3	−12,05	−12,05	0	15	−12,92	−12,94	+ 0,02
4	−12,25	−12,31	+ 0,06	16	−12,93	−12,95	+ 0,02
5	−12,53	−12,54	+ 0,01	17	−12,98	−12,93	−0,05
6	−12,74	−12,71	−0,03	18	−12,84	−12,87	+ 0,03
7	−12,87	−12,80	−0,07	19	−12,76	−12,74	−0,02
8	−12,83	−12,84	+ 0,01	20	−12,60	−12,54	−0,06
9	−12,78	−12,85	+ 0,07	21	−12,15	−12,28	+ 0,13
10	−12,82	−12,85	+ 0,03	22	−12,06	−12,02	−0,04
11	−12,92	−12,86	−0,06	23	−11,80	−11,79	−0,01

Boothia.

November.

$$T_n = -21{,}^{\circ}31 + 0{,}341 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 147^{\circ}.\ 22')$$
$$+ 0{,}240 \text{ Sin } (n.\ 30 + \ \ 28.\ 58)$$
$$+ 0{,}112 \text{ Sin } (n.\ 45 + \ \ 95.\ 17);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}07.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	−20,86	−20,91	+0,05	12	−21,76	−21,50	−0,26
1	−20,91	−20,93	+0,02	13	−20,93	−21,28	+0,35
2	−21,06	−21,07	+0,01	14	−21,03	−21,08	+0,05
3	−21,26	−21,26	0	15	−21,03	−20,95	−0,08
4	−21,48	−21,39	−0,09	16	−21,00	−20,92	−0,08
5	−21,63	−21,61	−0,02	17	−21,04	−21,01	−0,03
6	−21,69	−21,70	+0,01	18	−21,12	−21,15	+0,03
7	−21,73	−21,76	+0,03	19	−21,20	−21,28	+0,08
8	−21,84	−21,78	−0,06	20	−21,24	−21,32	+0,08
9	−21,65	−21,79	+0,14	21	−21,35	−21,26	−0,09
10	−21,75	−21,75	0	22	−21,20	−21,13	−0,07
11	−21,77	−21,66	−0,11	23	−21,00	−20,98	−0,02

BOOTHIA.

December.

$$T_n = -30^\circ,33 + 0,164 \,\mathrm{Sin}\,(n.\,15^\circ \div 101^\circ.\,53')$$
$$\div\, 0,017 \,\mathrm{Sin}\,(n.\,30 \div 92.\,15)$$
$$\div\, 0,040 \,\mathrm{Sin}\,(n.\,45 \div 32^\circ.\,0) ;$$
$$\varepsilon\, T_n = 0,03.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	−30,18	−30,18	0	12	−30,40	−30,48	÷0,02
1	16	15	−0,01	13	40	48	÷0,08
2	14	17	+0,03	14	48	49	÷0,01
3	23	20	−0,03	15	55	46	−0,09
4	34	27	+0,07	16	40	41	+0,01
5	31	34	−0,03	17	34	35	−0,01
6	35	42	+0,07	18	25	28	+0,03
7	42	46	+0,04	19	16	24	÷0,08
8	51	47	−0,04	20	21	21	0
9	44	46	÷0,02	21	26	20	−0,06
10	48	45	−0,03	22	22	20	−0,02
11	48	44	−0,04	23	19	19	0

VII). Porta Carica. Novæ Semliæ. Latit. geogr. = 70°37′ boreal., Longit. = 75°27′ ab insula Ferro. Observationes annorum 1832—1835.

Januarius.

$$T_n = -19{,}^{\circ}38 + 0{,}518 \operatorname{Sin}(n.\,15^{\circ} + 32^{\circ}.\,22') + 0{,}255 \operatorname{Sin}(n.\,30 + 336.\,30) + 0{,}024 \operatorname{Sin}(n.\,45 + 257.\,55);$$

$$\varepsilon\, T_n = 0{,}09.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	−19,12	−19,23	+0,11	12	−19,78	−19,74	−0,04
1		−18,99		13		−19,72	
2	−18,94	−18,77	−0,17	14	−19,78	−19,68	−0,10
3		−18,63		15		−19,66	
4	−18,29	−18,59	+0,30	16	−19,75	−19,67	−0,08
5		−18,66		17		−19,69	
6	−18,81	−18,80	−0,01	18	−19,80	−19,72	−0,08
7		−19,06		19		−19,74	
8	−19,25	−19,31	+0,06	20	−19,91	−19,75	−0,16
9		−19,52		21		−19,71	
10	−19,50	−19,66	+0,16	22	−19,62	−19,61	−0,01
11		−19,73		23		−19,43	

Porta Carica.

Februarius.

$$T_n = -17^{\circ},72 + 0,725 \operatorname{Sin}(n.\,15^{\circ} + 77^{\circ}.\,41')$$
$$+ 0,208 \operatorname{Sin}(n.\,30 + 68.\;\;3)$$
$$+ 0,061 \operatorname{Sin}(n.\,45 + 195.\,57);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0,15.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Medii.	−16,77	−16,84	+0,07	12	−18,01	−18,22	+0,21
1		−16,84		13		−18,19	
2	−16,79	−16,92	+0,13	14	−18,09	−18,19	+0,10
3		−17,06		15		−18,22	
4	−17,65	−17,24	−0,41	16	−18,31	−18,25	−0,06
5		−17,46		17		−18,24	
6	−17,70	−17,70	0	18	−17,95	−18,13	+0,18
7		−17,90		19		−17,92	
8	−18,06	−18,12	+0,06	20	−17,38	−17,62	+0,24
9		−18,24		21		−17,35	
10	−18,67	−18,29	−0,38	22	−17,27	−17,10	−0,17
11		−18,27		23		−16,92	

PORTA CARICA.

Martius.

$$T_n = -23°,71 + 2,692 \text{ Sin } (n. 15° + 62°. \ 5')$$
$$+ 0,695 \text{ Sin } (n. 30 + 77. 39$$
$$+ 0,147 \text{ Sin } (n. 45 + 91. 57);$$
$$\varepsilon T_n = 0,10.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	−20,57	−20,51	−0,06	12	−25,54	−25,56	+0,02
1		−20,33		13		−25,78	
2	−20,61	−20,56	−0,05	14	−25,95	−25,93	−0,02
3		−21,09		15		−26,03	
4	−21,74	−21,79	+0,05	16	−26,14	−26,06	−0,08
5		−22,49		17		−25,96	
6	−23,08	−23,12	+0,04	18	−25,41	−25,65	+0,24
7		−23,66		19		−25,08	
8	−24,23	−24,13	−0,10	20	−24,54	−24,23	−0,31
9		−24,55		21		−23,17	
10	−24,87	−24,94	+0,07	22	−21,83	−22,06	+0,23
11		−25,27		23		−21,12	

PORTA CARICA.

Aprilis.

$$T_n = -16°,04 + 3,470 \text{ Sin } (n.\ 15° + \ 64°.\ \ 3')$$
$$+ 0,096 \text{ Sin } (n.\ 30 + \ 53.\ \ 1)$$
$$+ 0,187 \text{ Sin } (n.\ 45 + 258.\ 11);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0,05.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	−13,10	−13,03	−0,07	12	−18,92	−18,90	−0,02
1		−12,70		13		−19,20	
2	−12,48	−12,53	+0,05	14	−19,36	−19,38	+0,02
3		−12,60		15		−19,37	
4	−12,88	−12,97	+0,09	16	−18,99	−19,09	+0,10
5		−13,65		17		−18,51	
6	−14,60	−14,56	−0,04	18	−17,69	−17,67	−0,02
7		−15,58		19		−16,69	
8	−16,52	−16,56	+0,04	20	−15,71	−15,70	−0,01
9		−17,39		21		−14,81	
10	−17,95	−18,03	+0,08	22	−13,93	−14,07	+0,14
11		−18,52		23		−13,38	

PORTA CARICA.

Majus.

$$T_n = -8{,}^{\circ}05 + 2{,}866 \,\text{Sin}\,(n.\,15^{\circ} + 68^{\circ}.\,19')$$
$$+ 0{,}130 \,\text{Sin}\,(n.\,30 + 148.\,46)$$
$$+ 0{,}168 \,\text{Sin}\,(n.\,45 + 141.\,26);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}08.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	—5,33	—5,21	—0,12	12	—10,74	—10,75	+ 0,01
1		—5,22		13		—10,88	
2	—5,31	—5,41	+ 0,10	14	—10,77	—10,82	+ 0,05
3		—5,70		15		—10,63	
4	—6,01	—6,04	+ 0,03	16	—10,34	—10,32	—0,02
5		—6,43		17		— 9,90	
6	—7,12	—6,93	—0,19	18	— 9,38	— 9,31	—0,07
7		—7,55		19		— 8,55	
8	—8,06	—8,30	+ 0,24	20	— 7,61	— 7,68	+ 0,07
9		—9,09		21		— 6,79	
10	—9,98	—9,83	—0,15	22	— 5,99	— 6,01	+ 0,02
11		—10,40		23		— 5,47	

PORTA CARICA.

Junius.

$$T_n = 0{,}52 + 2{,}168 \,\mathrm{Sin}\,(n.\,15^\circ + 72^\circ.\ 2')$$
$$+ 0{,}171 \,\mathrm{Sin}\,(n.\,30 + 267.\ 35)$$
$$+ 0{,}174 \,\mathrm{Sin}\,(n.\,45 + 130.\ 43);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}11.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	+ 2,36	+ 2,54	— 0,18	12	— 1,98	— 1,85	— 0,13
1		+ 2,55		13		— 1,81	
2	+ 2,67	+ 2,44	+ 0,23	14	— 1,58	— 1,58	0
3		+ 2,27		15		— 1,24	
4	+ 1,96	+ 2,08	— 0,12	16	— 0,72	— 0,88	+ 0,16
5		+ 1,83		17		— 0,50	
6	+ 1,19	+ 1,47	— 0,28	18	0	— 0,09	+ 0,09
7		+ 0,90		19		+ 0,59	
8	+ 0,23	+ 0,29	— 0,06	20	+ 1,10	+ 0,93	+ 0,17
9		— 0,45		21		+ 1,50	
10	— 0,96*	— 1,12	+ 0,16	22	+ 2,01	+ 2,01	0
11		— 1,62		23		+ 2,37	

*) Tam Baer in *Annal. Poggendorff. Vol.* 43, *p.* 338, quam etiam illum secuti Muncke in Gehlers *Physikal. Wörterbuch Vol.* 9, *p.* 378, & Dove in *Repertor. der Physik. Vol.* 3, *p.* 336, habent pro hora p. m. 10 valorem + 0,96, quem esse debere — 0,96 & lex continuitatis, a reliquis valoribus stabilitæ, & adjecta media omnium summa + 0,72 suadent.

PORTA CARICA.

Julius.

$$T'_n = 2{,}^{\circ}39 + 1{,}519 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 73^{\circ}.\ 4')$$
$$+ 0{,}217 \text{ Sin } (n.\ 30 + 256.\ 32)$$
$$+ 0{,}098 \text{ Sin } (n.\ 45 + 146.\ 2);$$
$$\varepsilon\, T'_n = 0{,}05.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	3,60	3,69	—0,09	12	0,59	0,67	—0,08
1		3,68		13		0,68	
2	3,65	3,64	+0,01	14	0,90	0,84	+0,06
3		3,58		15		1,10	
4	3,57	3,51	+0,06	16	1,37	1,40	—0,03
5		3,37		17		1,72	
6	3,06	3,13	—0,07	18	2,12	2,08	+0,04
7		2,75		19		2,45	
8	2,26	2,25	+0,01	20	2,74	2,83	—0,09
9		1,71		21		3,21	
10	1,27	1,21	+0,06	22	3,57	3,45	+0,12
11		0,85		23		3,62	

Porta Carica.

Augustus.

$$T_t = 3°,06 + 0,882 \, \text{Sin} \, (n . 15° + 67°.56') + 0,162 \, \text{Sin} \, (n . 30 + 333 . 4) + 0,090 \, \text{Sin} \, (n . 45 + 230 . 29);$$

$$\varepsilon \, T_t = 0,07.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	[illegible]	[illegible]			[illegible]	[illegible]	
Merid.	3,82	3,75	+ 0,07	12	2,17	2,23	— 0,06
1		3,85		13		2,28	
2	3,91	3,95	— 0,04	14	2,35	2,34	+ 0,01
3		4,01		15		2,40	
4	3,90	3,92	— 0,02	16	2,44	2,47	— 0,03
5		3,80		17		2,59	
6	3,71	3,53	+ 0,18	18	2,78	2,73	+ 0,05
7		3,17		19		2,94	
8	2,58	2,79	— 0,21	20	3,13	3,16	— 0,03
9		2,48		21		3,31	
10	2,43	2,29	+ 0,14	22	3,47	3,51	— 0,04
11		2,21		23		3,63	

PORTA CARICA.

September.

$$T_n = -1{,}^{\circ}10 + 0{,}743 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 53^{\circ}.\ 49')$$
$$+ 0{,}304 \text{ Sin } (n.\ 30 + 68.\ 50)$$
$$+ 0{,}020 \text{ Sin } (n.\ 45 + 90.\ \ 0);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0.$$

Hora	Calor Observ.	Calor Comput.	Differ.	Hora	Calor Observ.	Calor Comput.	Differ.
Merid.	—0,21	—0,20	—0,01	12	—1,43	—1,44	+0,01
1		—0,09		13		—1,51	
2		—0,12		14		—1,60	
3		—0,27		15		—1,71	
4	—0,48	—0,49	+0,01	16	—1,82	—1,82	0
5		—0,73		17		—1,86	
6		—0,94		18		—1,82	
7		—1,17		19		—1,63	
8	—1,25	—1,24	—0,01	20	—1,43	—1,44	+0,01
9		—1,31		21		—1,11	
10		—1,35		22		—0,75	
11		—1,39		23		—0,43	

PORTA CARICA.

October.

$$T_n = -6{,}51 + 0{,}211 \,\mathrm{Sin}\,(n.\,15^\circ + 47^\circ.\,20')$$
$$+ 0{,}269 \,\mathrm{Sin}\,(n.\,30 + 55.\,43)$$
$$+ 0{,}112 \,\mathrm{Sin}\,(n.\,45 + 87.\,26);$$
$$\varepsilon T_n = 0{,}09.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	—6,13	—6,05	—0,08	12	—6,49	—6,52	+ 0,03
1		—5,97		13		—6,51	
2	—6,09	—6,06	—0,03	14	—6,59	—6,48	—0,11
3		—6,22		15		—6,49	
4	—6,32	—6,39	+ 0,07	16	—6,54	—6,58	+ 0,04
5		—6,53		17		—6,72	
6	—6,63	—6,60	—0,03	18	—6,76	—6,87	+ 0,11
7		—6,61		19		—6,95	
8	—6,62	—6,60	—0,02	20	—7,15	—6,91	—0,24
9		—6,59		21		—6,74	
10	—6,58	—6,59	+ 0,01	22	—6,24	—6,53	+ 0,29
11		—6,58		23		—6,20	

Porta Carica.

November.

$$T_n = -15{,}^{\circ}98 + 0{,}618 \operatorname{Sin}(n.\,15^{\circ} + 341^{\circ}.\ 58')$$
$$+ 0{,}109 \operatorname{Sin}(n.\,30 + 344.\ 32)$$
$$+ 0{,}162 \operatorname{Sin}(n.\,45 + 47.\ 6);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}07.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	−15,90	−16,08	+ 0,18	12	−15,96	−15,94	− 0,02
1		−15,82		13		−16,08	
2	−15,84	−15,67	−0,17	14	−16,11	−16,15	+ 0,04
3		−15,60		15		−16,15	
4	−15,51	−15,58	+ 0,07	16	−16,25	−16,17	−0,08
5		−15,54		17		−16,26	
6	−15,41	−15,47	+ 0,06	18	−16,31	−16,43	+ 0,12
7		−15,38		19		−16,63	
8	−15,48	−15,33	−0,15	20	−16,87	−16,78	−0,09
9		−15,37		21		−16,80	
10	−15,40	−15,51	+ 0,11	22	−16,69	−16,67	− 0,02
11		−15,73		23		−16,39	

PORTA CARICA.

December.

$$T_n = -10{,}^{\circ}87 + 0{,}725 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 105^{\circ}.\ 6')$$
$$+ 0{,}069 \text{ Sin } (n.\ 30 + 240.\ 0)$$
$$+ 0{,}070 \text{ Sin } (n.\ 45 + 143.\ 41);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}06.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	−10,07	−10,19	+ 0,12	12	−11,63	−11,67	+ 0,04
1		−10,32		13		−11,56	
2	−10,51	−10,48	−0,03	14	−11,34	−11,39	−0,05
3		−10,61		15		−11,20	
4	−10,80	−10,73	−0,07	16	−11,15	−11,01	−0,14
5		−10,82		17		−10,87	
6	−10,90	−10,94	+ 0,04	18	−10,61	−10,68	+ 0,07
7		−11,09		19		−10,51	
8	−11,26	−11,28	+ 0,02	20	−10,30	−10,34	+ 0,04
9		−11,47		21		−10,20	
10	−11,73	−11,63	−0,10	22	−10,27	−10,11	−0,16
11		−11,70		23		−10,10	

Medius in Porta Carica anni calor $= -9{,}^{\circ}45$.

VIII). Matotschkin-Schar, Novæ Semliæ. Latit. geogr. = 73° bor., Longit. = 75° orient. ab insula Ferro. Observationes instituerunt annis 1832—1835 Pachtussow & Ziwolka, quas deinde collegit v. Baer.

Januarius.

$$T_n = -15{,}^{\circ}40 + 0{,}192 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 224^{\circ}.\ 58')$$
$$+ 0{,}140 \text{ Sin } (n.\ 30 + \ 16.\ 55\ )$$
$$+ 0{,}068 \text{ Sin } (n.\ 45 + 147.\ \ 6\ );$$
$$\varepsilon\ T_n = 0{,}14.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	−15,10	−15,46	+ 0,36	12	−15,15	−15,26	+ 0,11
1		−15,48		13		−15,12	
2	−15,63	−15,51	—0,12	14	−15,00	−15,02	+ 0,02
3		−15,52		15		−15,01	
4	−15,62	−15,53	—0,09	16	−15,18	−15,08	— 0,10
5		−15,52		17		−15,22	
6	−15,38	−15,52	+ 0,14	18	−15,36	−15,36	0
7		−15,53		19		−15,47	
8	−15,56	−15,55	—0,01	20	−15,29	−15,52	+ 0,23
9		−15,55		21		−15,52	
10	−15,62	−15,50	—0,12	22	−15,89	−15,49	—0,40
11		−15,40		23		−15,46	

MATOTSCHKIN-SCHAR.

Februarius.

$$T_n = -22{,}^{\circ}08 + 0{,}180 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 105^{\circ}.\ 39') + 0{,}080 \text{ Sin } (n.\ 30 + 325.\ 52) + 0{,}037 \text{ Sin } (n.\ 45 + 63.\ 26);$$

$$\varepsilon T_n = 0{,}04.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	−22,02	−21,92	−0,10	12	−22,42	−22,33	−0,09
1		−21,90		13		−22,28	
2	−21,85	−21,90	+0,05	14	−22,16	−22,19	+0,03
3		−21,94		15		−22,09	
4	−21,96	−21,99	+0,03	16	−21,95	−22,01	+0,06
5		−22,04		17		−21,97	
6	−22,16	−22,10	−0,06	18	−22,06	−21,97	−0,09
7		−22,15		19		−21,99	
8	−22,20	−22,21	+0,01	20	−21,99	−22,02	+0,03
9		−22,27		21		−22,02	
10	−22,25	−22,32	+0,07	22	−21,94	−22,00	+0,06
11		−22,34		23		−21,96	

MATOTSCHKIN-SCHAR.

Martius.

$$T_n = -15^\circ\!,30 + 1{,}042\ \mathrm{Sin}\,(n.\,15^\circ + 41^\circ.\,55')$$
$$+ 0{,}346\ \mathrm{Sin}\,(n.\,30 + 93.\ 7)$$
$$+ 0{,}077\ \mathrm{Sin}\,(n.\,45 + 310.\ 36);$$
$$\varepsilon\,T_n = 0{,}09.$$

Hora	Calor Observ.	Calor Comput.	Differ.	Hora	Calor Observ.	Calor Comput.	Differ.
Merid.	−14,08	−14,32	+ 0,24	12	−15,42	−15,59	−0,17
1		−14,14		13		−15,88	
2	−14,23	−14,10	−0,13	14	−16,22	−16,18	−0,04
3		−14,20		15		−16,44	
4	−14,42	−14,41	−0,01	16	−16,67	−16,58	−0,09
5		−14,67		17		−16,54	
6	−14,90	−14,92	+ 0,02	18	−16,28	−16,37	+ 0,09
7		−15,10		19		−16,08	
8	−15,11	−15,19	+ 0,08	20	−15,67	−15,72	+ 0,05
9		−15,23		21		−15,33	
10	−15,47	−15,28	−0,19	22	−15,16	−14,95	−0,21
11		−15,41		23		−14,57	

Matotschkin-Schar.

Aprilis.

$$T_n = -13{,}^{\circ}19 + 2{,}257 \text{ Sin } (n.\, 15^{\circ} + 84^{\circ}.\, 26')$$
$$+ 0{,}242 \text{ Sin } (n.\, 30 + 106.\, 16)$$
$$+ 0{,}246 \text{ Sin } (n.\, 45 + 147.\, 10);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}11.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	−10,54	−10,58	+0,04	12	−15,31	−15,34	+0,03
1		−10,78		13		−15,23	
2	−11,33	−11,17	−0,16	14	−15,00	−14,86	−0,14
3		−11,62		15		−14,68	
4	−12,28	−12,19	−0,09	16	−14,67	−14,55	−0,12
5		−12,51		17		−14,20	
6	−13,02	−12,87	−0,15	18	−13,84	−13,98	+0,14
7		−13,56		19		−13,30	
8	−14,03	−14,07	+0,04	20	−12,45	−12,56	+0,11
9		−14,74		21		−11,77	
10	−15,21	−15,06	−0,15	22	−11,12	−10,97	−0,15
11		−15,38		23		−10,67	

MATOTSCHKIN-SCHAR.

Majus.

$$T_n = -6{,}^{\circ}81 + 3{,}178 \text{ Sin}(n.15^{\circ} + 85^{\circ}.52')$$
$$+ 0{,}081 \text{ Sin}(n.30 + 116.27)$$
$$+ 0{,}096 \text{ Sin}(n.45 + 97.59);$$
$$\varepsilon T_n = 0{,}07.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	—3,42	—3,47	+0,05	12	—10,19	—10,00	—0,19
1		—3,59		13		—9,83	
2	—4,03	—3,96	—0,07	14	—9,48	—9,66	+0,18
3		—4,52		15		—9,17	
4	—5,08	—5,19	+0,11	16	—8,64	—8,57	—0,07
5		—5,91		17		—7,87	
6	—6,75	—6,64	—0,11	18	—7,16	—7,13	—0,03
7		—7,38		19		—6,33	
8	—8,08	—8,11	+0,03	20	—5,44	—5,52	+0,08
9		—8,80		21		—4,75	
10	—9,29	—9,39	+0,10	22	—4,17	—4,10	—0,07
11		—9,81		23		—3,65	

Matotschkin-Schar.

Junius.

$$T_n = 1{,}^{\circ}43 + 1{,}867 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 76^{\circ}.\ 45')$$
$$+ 0{,}143 \text{ Sin } (n.\ 30 + 200.\ 45\ )$$
$$+ 0{,}207 \text{ Sin } (n.\ 45 + 89.\ 5\ );$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}20.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	+ 3,50	+ 3,40	+ 0,10	12	— 0,20	— 0,64	+ 0,44
1		+ 3,33		13		— 0,69	
2	+ 3,15	+ 3,08	+ 0,07	14	— 0,02	— 0,50	+ 0,48
3		+ 2,74		15		— 0,15	
4	+ 2,12	+ 2,41	— 0,29	16	+ 0,15	+ 0,27	— 0,12
5		+ 2,14		17		+ 0,67	
6	+ 1,59	+ 1,91	— 0,32	18	+ 0,74	+ 1,06	— 0,32
7		+ 1,63		19		+ 1,45	
8	+ 1,22	+ 1,24	— 0,02	20	+ 1,71	+ 1,90	— 0,19
9		+ 0,73		21		+ 2,40	
10	+ 0,55	+ 0,16	+ 0,39	22	+ 2,85	+ 2,88	— 0,03
11		— 0,34		23		+ 3,24	

MATOTSCHKIN-SCHAR.

Julius.

$$T_n = 4{,}^{\circ}42 + 1{,}346 \text{ Sin}(n.\,15^{\circ} + 64^{\circ}.\,46')$$
$$+ 0{,}194 \text{ Sin}(n.\,30 + 171.\,51)$$
$$+ 0{,}102 \text{ Sin}(n.\,45 + 84.\,23);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}07.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	5,89	5,77	+ 0,12	12	3,12	3,13	− 0,01
1		5,75		13		2,94	
2	5,57	5,62	− 0,05	14	2,87	2,92	− 0,05
3		5,43		15		3,03	
4	5,23	5,24	− 0,01	16	3,35	3,24	+ 0,11
5		5,09		17		3,51	
6	5,03	4,96	+ 0,07	18	3,68	3,83	− 0,15
7		4,80		19		4,19	
8	4,48	4,56	− 0,08	20	4,76	4,58	+ 0,18
9		4,24		21		4,99	
10	3,91	3,84	+ 0,07	22	5,20	5,36	− 0,16
11		3,45		23		5,63	

MATOTSCHKIN-SCHAR.

Augustus.

$$T_n = 4{,}96 + 0{,}986 \text{ Sin } (n.\ 15° + \ 78°.\ 49')$$
$$+ 0{,}262 \text{ Sin } (n.\ 30 + 133.\ \ 3\ )$$
$$+ 0{,}005 \text{ Sin } (n.\ 45 + 315.\ \ 0);$$

$$\varepsilon\ T_n = 0{,}10.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	6,39	6,12	+ 0,27	12	4,22	4,19	+ 0,03
1		6,02		13		4,05	
2	5,65	5,84	— 0,19	14	4,03	3,97	+ 0,06
3		5,61		15		3,96	
4	5,44	5,36	+ 0,08	16	3,94	4,06	— 0,12
5		5,14		17		4,27	
6	4,92	4,96	— 0,04	18	4,63	4,58	+ 0,05
7		4,81		19		4,95	
8	4,76	4,70	+ 0,06	20	5,45	5,34	+ 0,11
9		4,59		21		5,69	
10	4,39	4,47	— 0,08	22	5,70	5,95	— 0,25
11		4,34		23		6,10	

MATOTSCHKIN-SCHAR.

September.

$$T_s = -0{,}^{\circ}51 + 1{,}111 \text{ Sin} (n.\, 15^{\circ} + 65^{\circ}.\, 45')$$
$$+ 0{,}280 \text{ Sin} (n.\, 30 + 118.\, 18)$$
$$+ 0{,}573 \text{ Sin} (n.\, 45 + 90.\, 0);$$
$$\varepsilon\, T_s = 0{,}21.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	+ 1,04	+ 1,32	− 0,28	12	− 1,56	− 1,84	+ 0,28
1		+ 1,14		13		− 1,86	
2		+ 0,60		14		− 1,61	
3		− 0,01		15		− 1,28	
4	− 0,13	− 0,42	+ 0,29	16	− 1,36	− 1,08	− 0,28
5		− 0,49		17		− 1,09	
6		− 0,30		18		− 1,21	
7		− 0,07		19		− 1,24	
8	− 0,34	− 0,06	− 0,28	20	− 0,69	− 0,98	+ 0,29
9		− 0,36		21		− 0,51	
10		− 0,92		22		+ 0,38	
11		− 1,50		23		+ 1,04	

Matotschkin-Schar.

October.

$$T_n = -5{,}^{\circ}41 + 0{,}131 \,\text{Sin}\,(n.\,15^{\circ} + 189^{\circ}.\,34')$$
$$+ 0{,}370 \,\text{Sin}\,(n.\,30 + 60.\,31)$$
$$+ 0{,}189 \,\text{Sin}\,(n.\,45 + 230.\,0);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}23.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	—5,04	—5,26	+0,22	12	—5,09	—4,92	—0,17
1		—5,25		13		—4,80	
2	—5,40	—5,30	—0,10	14	—4,32	—4,82	+0,50
3		—5,32		15		—5,14	
4	—5,27	—5,39	+0,12	16	—6,09	—5,43	—0,66
5		—5,54		17		—5,66	
6	—6,01	—5,74	—0,27	18	—5,32	—5,73	+0,41
7		—5,91		19		—5,64	
8	—5,59	—5,98	+0,39	20	—5,49	—5,48	—0,01
9		—5,86		21		—5,33	
10	—5,80	—5,64	—0,16	22	—5,46	—5,17	—0,29
11		—5,22		23		—5,23	

MATOTSCHKIN-SCHAR.

November.

$$T_n = -12{,}^{\circ}92 + 0{,}242 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 319^{\circ}.\ 36')$$
$$+ 0{,}087 \text{ Sin } (n.\ 30 + 358.\ 54)$$
$$+ 0{,}065 \text{ Sin } (n.\ 45 + 165.\ 15);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}03.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	−13,07	−13,06	−0,01	12	−12,71	−12,78	+0,07
1		−13,02		13		−12,74	
2	−12,91	−12,95	+0,04	14	−12,76	−12,74	−0,02
3		−12,87		15		−12,79	
4	−12,82	−12,79	−0,03	16	−12,97	−12,92	−0,05
5		−12,70		17		−13,05	
6	−12,62	−12,67	+0,05	18	−13,13	−13,17	+0,04
7		−12,69		19		−13,24	
8	−12,79	−12,74	−0,05	20	−13,20	−13,25	+0,05
9		−12,80		21		−13,22	
10	−12,85	−12,82	−0,03	22	−13,22	−13,15	−0,07
11		−12,82		23		−13,11	

MATOTSCHKIN-SCHAR.

December.

$$T_n = -19{,}^{\circ}68 + 0{,}596 \text{ Sin } (n.\, 15^{\circ} + 332^{\circ}.\, 16')$$
$$+ 0{,}043 \text{ Sin } (n.\, 30 + 140.\, 22)$$
$$+ 0{,}030 \text{ Sin } (n.\, 45 + 33.\, 41);$$
$$\varepsilon\, T_n = 0{,}06.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	−19,95	−19,90	−0,05	12	−19,56	−19,40	−0,16
1		−19,80		13		−19,54	
2	−19,70	−19,65	−0,05	14	−19,69	−19,74	+0,05
3		−19,54		15		−19,89	
4	−19,35	−19,43	+0,08	16	−20,00	−20,01	+0,01
5		−19,35		17		−20,11	
6	−19,26	−19,23	−0,06	18	−20,19	−20,19	0
7		−19,14		19		−20,24	
8	−19,18	−19,08	−0,10	20	−20,32	−20,25	−0,07
9		−19,07		21		−20,22	
10	−18,96	−19,13	+0,17	22	−20,05	−20,14	+0,09
11		−19,25		23		−20,03	

Medius in Matotschkin-Schar anni calor = $-8{,}^{\circ}37$.

Præcipuus finis, quem allatis hisce calculis adtingere nobis proposuimus, fuit ut examine apte instituendo erueremus, an pro diversis hisce locis universales quædam relationes omnibus communes elici possint, quod, si successerit, justam præbebit causam concludendi, eadem, quæ tot regionibus, per intervalla distantiarum a se maxime dissitis, atque climatum inæqualitatibus inter se dissimillimis, communia deprehenduntur, universales constituere leges ubicunque locorum observandas. Ante omnia vero hic monendum est, ab originariis observationibus, unde anomaliæ iisdem vulgo adhærentes nondum sunt calculi ope eliminatæ, nihil certi posse concludi. Removendo scilicet primum fortuitas omnes aberrationes, ad justam inter se convenientiam necessario sunt redigendæ observationes, quo demum facto fidem nostram ab omni parte istæ merentur. Et quidem duplex cum hujusmodi observationibus instituendus est corrigendi calculus, unus variationes respiciens quotidianas, qualem utique hic suscepimus, alter medios mensium valores determinans, qui series observationum requirit plurium annorum, quoque hisce jam deficientibus supersedemus.

Primum hic consideranda venit ratio illa singularis quotidianæ variationis temperaturæ, quam ex occasione observationum Helsingforsiæ institutarum jam antea (supra pag. 209) animadvertimus. Tempore scilicet æstivo, uti exspectandum erat, a valore maximo, circa horam pomeridianam secundam vulgo incidente, æquabiliter omnino versus tempus nocturnum diminuta pedetentim celeritate

decrescit calor, usque quo minimum nocturnum attingat, unde deinde inverso ordine crescit, atque talem fere graphice expressam figuram præbet, qualem pro mensibus æstivis Helsingforsiæ supra (pag. 208) depictam exposuimus. Temporibus vero autumnali & vernali, atque præsertim hiemali, complicatior ita evadit hæc ratio mutabilitatis, ut a valore maximo meridiano primum majori velocitate decrescat calor usque ad horam fere octavam vel nonam pomeridianam, deinde vero vulgo minori ad horam duodecimam nocturnam, unde denuo aucta celeritate usque ad minimum nocturnum decrescit, quæ quidem inexspectata ratio, explicatior facta tali graphica delineatione, quales pro tempore hiemali climatis Helsingforsiæ (supra pag. 208) plures attulimus, indicare videtur, adesse aliquam causam, nondum quidem adsignabilem, quæ anteriorum horarum elevatiorem temperaturam circa horam octavam vel nonam vespertinam aliquatenus retinere conatur; qui utique conatus interdum ea agere observatur vis intensitate, ut alterum quoddam præter vulgare illud meridianum, ibidem non raro gignat aucti caloris maximum, qualis rationis specimina præbent observationes institutæ in Madras mensibus Julio & Augusto, in Leith Februario & Octobri, Apenroæ Februario, in Boothia Februario, Novembri & Decembri, in Porta Carica Januario, Februario & Octobri, atque in Matotschkin-Schar Januario, Februario, Septembri, Octobri & Novembri, pro quo ultimo nominato loco de cetero observatur, evanuisse mense Decembri maximum meridianum horæ secundæ, sed nihilo minus manifestum sese ostendisse

vespertinum horæ octavæ. Cumque insuper observationes in oceanis telluris remotissimis tam Atlantico quam Pacifico utriusque hemisphærii atque Indico institutæ nos doceant *), memoratam rationem ibidem quoque non esse inusitatam, ad concludendum facile inducimur, hoc phænomenon universale esse ubique locorum observandum. Ea vero ejus variatio specialis in Madras animadvertitur, cum qua etiam fere convenit ratio in Rio Janeiro observata, quod scilicet tempore æstivo quoque ibi obveniat, temporibus autem æquinoctii fere evanescat, quod an situi horum locorum tropico debeatur, nondum liquet **).

Proximus deinde usus, quem ex istiusmodi multarum observationum calculis, quos attulimus, haurire intendimus, est ut universales eruamus atque commodas regulas medium locorum calorem facile determinandi, quod quidem negotium periodica observationum, post æqualia temporis spatia recurrentium, natura sublevabit. Pertinet ad eam formam functionis, qua determinantur valores, ut summa omnium intra periodum sitorum valorum media sit proxime eadem, quotcunque sumantur termini æquidistantes, ubi quidem per se patet eo certiorem, seu vero proximiorem, esse valorem, in quo plures partes divisa sit periodus, atque adeo quo

*) Cfr. *Memoires presentées de l'Acad. Imp. des Sciences de S:t Petersbourg*, ubi Nob. a Schantz observationes exposuimus.

**) Istud idem est, ut putamus, phænomenon, quod Baer, observationes thermometricas in Novaja Semlja sub latit. geogr. 73°57′ boreal. & longit. 54°48′ occid. a Grenow. institutas referens, a calore casæ, cujus parieti suspensum erat thermometrum, derivat. Vide *Bulletin scient. de l'Acad. Imp. des sciences de S:t Petersbourg*, 1840. *T. VII, p.* 239.

plures in calculo adhibeantur termini. Divisio igitur in duas partes, quando duo solummodo adhibentur termini, temporibus diei noctisque homonymis respodentes, minima gaudebit certitudine, quod etiam ab experientia locorum allatorum confirmatur, ostendente aberrationem ad valorem fere 1° centes. interdum exsurgere posse *); quæ rei ratio in causa est, cur methodus Brewsteri ex observatis valoribus horæ decimæ ante & post meridiem medium determinandi calorem non sit omnibus numeris certa salutanda. Idem omnino valet etiam de valore e media summa caloris maximi & minimi desumto.

Quando in tres partes æquales dividitur periodus diurna, ita ut medius valor observationum quavis octava hora annotatarum quæratur, multo jam propius ad veritatem acceditur. Ostendit namque experientia omnium locorum allatorum, valorem sic determinatum caloris medii non esse erroneum nisi quantitate ± 0°,1. Si igitur in hoc gradu certitudinis acquiescimus, habebimus, significantibus (m) calorem medium quæsitum, atque ($1a.$), ($2a.$), ($3a.$), &c. calores horis 1, 2, 3, &c. antemeridianis, nec non ($1p.$), ($2p.$), ($3p.$), &c. eosdem horis pomeridianis observatos,

*) Dove, qui (in *Repertor. der Physik, B. III, pagg.* 357 &c,) comparationem observationum calculo non correctarum instituit, observavit differentiam 2°,49 Fahr. = 1°37 (Boothia, Mart., h. 7).

$$
\begin{aligned}
(m) \pm 0°{,}1 &= \tfrac{1}{3}\,[(1a.) + (\ 9a.) + (\ 5p.], \\
&= \tfrac{1}{3}\,[(2a.) + (10a.) + (\ 6p)], \\
&= \tfrac{1}{3}\,[(3a.) + (11a.) + (\ 7p.)], \\
&= \tfrac{1}{3}\,[(4a.) + (12\ \text{merid.} + (8p.)], \\
&= \tfrac{1}{3}\,[(5a.) + (\ 1p.) + (\ 9p.)], \\
&= \tfrac{1}{3}\,[(6a.) + (\ 2p.) + (10p.)], \\
&= \tfrac{1}{3}\,[(7a.) + (\ 3p.) + (11p.)],\ ^{*)}\ \ldots\ \alpha) \\
&= \tfrac{1}{3}\,[(8a.) + (\ 4p.) + (12\ \text{nocte})].
\end{aligned}
$$

Commoditati igitur vitæ nostræ quotidianæ servientibus nobis, ne nocturni temporis quietem turbari sinamus, formulas eligere vel penultimam vel antepenultimam ubique locorum potissimum convenit.

Si quatuor observationibus æquidistantibus ad inveniendum medium calorem utimur, adeo jam decrevisse docet experientia aberrationem a vero, ut sæpe ne centesimam quidem gradus partem superet, quare talis valor uti absolute verus omni jam jure potest ubique adhiberi. Habemus igitur

$$
\begin{aligned}
(m) &= \tfrac{1}{4}\,[(1a.) + (\ 7a.) + (1p.) + (\ 7p.)], \\
&= \tfrac{1}{4}\,[(2a.) + (\ 8a.) + (2p.) + (\ 8p.)], \\
&= \tfrac{1}{4}\,[(3a.) + (\ 9a.) + (3p.) + (\ 9p.)], \\
&= \tfrac{1}{4}\,[(4a.) + (10a.) + (4p.) + (10p.)]\ ^{**)} \\
&= \tfrac{1}{4}\,[(5a.) + (11a.) + (5p.) + (11p.)], \\
&= \tfrac{1}{4}\,[(6a.) + (12\ \text{merid.}) + (6p.) + (12\ \text{nocte})],
\end{aligned}
$$

---

*) Conferantur ea, quæ supra pag. 244 attulimus.

**) Confr. Kämtz *Meteorol.* Vol. I. p. 105.

in quibus singulis formulis illud ubique locorum constans adesse docet experientia, quod quanto superet verum valorem par unum quantitatum temporibus homonymis correspondentium, tanto ab illo deficiat alterum. Illud incommodi in usu earundem quoque obvenit, quod nocturnam unam requirant observationem, cujus remedium sequens adferet combinatio. Si quatuor jam valores æquidistantes verum medium præbere possunt, multo majori jure illud sex præstare valebunt. Habemus igitur inter plures alios valores hunc:

$$(m) = \tfrac{1}{6}\,[(3a.) + (7a.) + (11a.) + (3p.) + (7p.) + (11p.)],$$

qui cum supra allato

$$(m) = \tfrac{1}{4}\,[(3a.) + (9a.) + (3p.) + (9p.)]$$

valori $(3a.)$ eliminando inservit. Hac vero exterminatione peracta eruitur sequens valor:

$$(m) = \frac{(7a.) - (9a.) + (11a.)}{2} + \frac{(7p.) - (9p.) + (11p.)}{2}, \;\ldots\; \beta).$$

qui eatenus est exactus, quatenus erroribus vacui habeantur valores observati, quod idem de reliquis quoque allatis determinationibus valet.

Ostendit jam Kämtz *), testantibus observationibus in Leith & Patavii institutis, valorum a multis adhibitum

$$(m) = \tfrac{1}{4}\,[(7a.) + (2p.) + 2\,(9p.)] \;\ldots\; \gamma).$$

non esse erroneum nisi quantitate circiter ± 0°,1. Idem fere de locis omnibus hic consideratis adseverare possumus, unde intelligitur hanc formulam ubique eo tutius adhiberi posse, quo certius

*) *Meteorologie*, B. I, p. 103.

sit, ne immediatas quidem observationes majore vulgo gaudere certitudine.

Indicavimus supra esse $(m) = \frac{1}{4}[(4a.) + (10a.) + (4p.) + (10p.)]$, quo valore uti non possumus quando occasio observationes hora matutina quarta instituendi nobis defuit. Si vero earum loco calor nocturnus minimus $= m$ innotescit, illeque in horam fere quartam matutinam incidere solet, habemus proxime

$$(m) = \frac{1}{4}[(m + (10a.) + (4p.) + (10p.)] \quad . \; . \; . \quad \delta).$$

Si igitur, quod commode effici poterit, adnotantur observationes ab hora septima matutina ad undecimam vespertinam inclusive, media summa e valoribus α, β & γ vero proximus erit valor caloris medii (m), etiamsi septem horarum nocturnarum observationes omnino desint.

Cognito jam (m), possent utique nocturni valores $(1a.)$, $(2a.)$, &c. facile determinari ope harum e præcedentibus deducendarum æquationum:

$$(1a.) = 4(m) - (7a.) - (1p.) - (7p.);$$
$$(2a.) = 4(m) - (8a.) - (2p.) - (8p.);$$
$$(3a.) = 4(m) - (9a.) - (3p.) - (9p.);$$
$$\&c. \qquad \&c. \qquad \&c.$$

Attendamus vero, necesse est, ne illis incaute utamur; si enim in (m) aliquis adhuc restat error, quadruplus ille in calculum ingreditur, qui cum erroribus fortuitis reliquorum terminorum nimiam gignere potest a vero aberrantiam. Nihilo tamen minus eximium in interpolatione valorum incognitorum perficienda præstant usum.

Supra jam passim innuimus, tempus minimi caloris nocturni ab hora quarta matutina per totum annum non multum recedere: quatenus vero hæc regula universalis sit, ubique fere locorum observanda, sequens instituto calculo undique collecta ostendet expositio:

	Hora minimi caloris.					
	Jan.	Febr.	Mart.	April.	Maj.	Jun.
Madras	16,70	16,54	16,63	16,74	16,64	16,73
Rio Janeiro	16,87	16,26	16,23	16,90	16,55	17,46
Patavium	18,63	18,53	17,50	17,07	15,51	15,07
Plymouth	18,18	18,02	16,89	16,04	15,57	15,15
Mühlhausen	18,05	17,70	16,58	16,02	15,46	15,03
Salzuflen	16,89	15,34	15,87	15,47	15,76	15,06
Apenroa	18,30	14,61	16,37	16,03	13,43	14,05
Leith	18,28	18,00	17,41	16,72	16,29	16,05
Helsingforsia . . . *)	15,59	16,12	16,42	15,46	14,86	14,48
Boothia	15,48	18,89	16,44	15,14	13,92	14,16
Porta C[illegible]ica	19,58	16,24	15,80	14,47	13,14	12,34
Matotschkin-Schar **)	20,41	21,50	16,36	11,[illegible]	12,30	12,00

*) Comparationis causa, quæ de climate Helsingforsiæ supra experti sumus, addidimus.

**) Alterum temperaturæ nocturnæ minimum, quod a supra memorata vespertini caloris celeriore depressione pendet, quodque currentibus mensibus hiemalibus in hisce locis hyperboreis plerumque est conspicuum, determinare studio omisimus.

	Hora minimi caloris					
	Jul.	Aug.	Sept.	Octob.	Nov.	Dec.
Madras	16,74	15,60	15,63	16,52	16,82	17,81
Rio Janeiro	16,81	16,64	16,58	16,52	16,02	16,51
Patavium	15,45	16,24	16,48	17,07	17,54	18,25
Plymouth	15,57	15,99	16,12	16,61	17,39	14,03
Mühlhausen	15,43	15,94	16,62	16,78	16,90	17,86
Salzuflen	15,19	15,62	16,02	16,45	16,15	17,13
Apenroa	13,14	14,48	15,94	16,45	17,44	17,76
Leith	15,85	16,92	16,68	18,01	13,75	18,49
Helsingforsia	14,44	15,07	15,96	15,99	15,69	15,80
Boothia	13,63	13,14	15,48	15,80	19,91	13,86
Porta Carica	12,42	11,29	17,15	19,20	20,70	11,23
Matotschkin-Schar. .	13,68	14,59	18,66	18,66	19,73	18,89

In universali quadam ex hisce determinationibus formanda conclusione, seorsim primum consideranda videntur loca intra circulum polarem sita, quorum diversa a reliquis est ratio. Tempore scilicet hiemali, ob defectum solis, variatio quotidiana caloris ibidem adeo est exigua, ut minimæ accedentes variæ perturbationes regularem rei rationem omnino abscondere valeant; æstivo vero tempore præsentia solis inoccidui specialem suam quoque exserit

vim, qua agente ad mediam fere noctem transfertur minimus calor. Quod autem reliqua attinet loca, facile animadvertitur, in regionibus tropicis per totum annum, sicut in omnibus tempore æquinoctiorum, calorem minimum in horam matutinam fere quartam ubique incidere, a qua pro mutato tam situ locorum quam tempore anni plus minus ita recedit, ut æstate aliquatenus regressus, hieme vero progressus appareat; nullibi autem ille ortum solis ita proxime antecedere videtur, ut illud multi supposuerunt.

Examinari deinde meretur, quatenus tempus maximi caloris ab hora pomeridiana secunda pro diversis locis & anni temporibus plus minus aberret. Calculus de hacre susceptus sequentes præbuit valores:

	Hora caloris maximi					
	Jan.	Febr.	Mart.	April.	Maj.	Jun.
Madras	1,67	1,19	0,63	0,30	0,22	1,68
Rio Janeiro	3,05	2,90	3,19	3,24	3,76	3,65
Patavium	2,17	1,84	2,22	3,65	2,28	2,20
Plymouth	1,00	1,08	0,89	0,87	1,48	1,46
Mühlhausen	1,26	1,46	1,71	2,10	2,56	2,46
Salzuflen	1,07	1,76	1,91	1,84	3,00	2,55
Apenroa	1,42	1,28	1,74	2,08	2,07	3,53
Leith	2,40	1,90	2,72	3,67	4,02	3,90
Helsingforsia	1,98	1,80	1,89	2,09	2,41	2,51
Boothia	2,80	1,29	1,33	1,20	1,42	2,11
Porta Carica	3,81	0,40	0,91	2,24	0,47	0,35
Matotschkin-Schar .	23,50	1,25	1,78	23,66	0,10	0,19

	Hora caloris maximi					
	Jul.	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.
Madras	2,51	2,35	0,85	0,47	1,12	0,96
Rio Janeiro	4,04	3,74	3,26	2,97	2,94	2,65
Patavium	2,17	2,34	1,85	2,08	1,27	1,51
Plymouth	1,00	0,58	0,85	0,55	1,08	0,97
Mühlhausen	2,23	2,20	1,54	1,38	0,44	0,94
Salzuflen	2,95	3,03	2,54	1,92	1,88	0,69
Apenroa	2,11	1,61	1,69	1,22	1,13	1,31
Leith	4,38	4,26	2,53	1,27	1,74	1,42
Helsingforsia	1,64	1,86	1,92	1,55	1,86	2,40
Boothia	2,22	1,87	1,09	0,42	0,23	1,30
Porta Carica	0,56	3,20	1,25	0,84	8,05	22,53
Matotschkin-Schar. .	0,38	23,84	0,10	13,07	6,16	8,60

Has determinationes attente consideranti mox patebit, esse quidem aliquam in tempore maximi caloris quotidiani variationem menstruam, cujus vero, quæ nec a locorum latitudine geographica, neque longitudine, videtur pendere, specialis ratio ex hisce observationibus non potest æstimari. Illud tantum indubium videtur, tempore æstivo horam maximi caloris ultra secundam pomeridianam in universum porrigi, hiemali autem eandem non omnino attingere, a qua tamen regula, uti a quacunque alia, observationes

locorum Novæ Semblice non parum aberrant. Si igitur, hisce omissis, reliquas summatim consideramus, habemus approximativam quandam, olim sine dubio corrigendam, regulam, secundum quam incidit calor maximus in horam fere (2 ± 0,6) pomeridianam, sicut sequens illud ostendit comparatio:

	Hora caloris maximi media
Mense Januario	1,88
Februario	1,65
Martio	1,82
Aprili	2,11
Majo	2,32
Junio	2,61
Julio	2,53
Augusto	2,38
Septembri	1,89
Octobri	1,38
Novembri	1,37
Decembri	1,42

DESCRIPTION DU XÉNOLITE,

NOUVEAU MINÉRAL,

PAR

N. NORDENSKIÖLD.

(Lu à la Société, le 6 Avril 1840.)

Pendant les recherches des pierres d'alluvion, qui se trouvent aux environs de Péterhoff, faites par M:r de Wærth, Secrétaire de la Société Minéralogique de S:t Pétersbourg, on a trouvé, outre le minéral examiné par M:r Hess et nommé Wærthite, un autre qui de même est fibreux, mais plus transparent et considérablement plus dur que le Wærthite. Il me fut donné en 1838, comme une variation plus pure du Wærthite: un examen au chalumeau fit voir cependant bientôt des caractères approchant du Disthène; mais comme les mesures des cristaux, autant qu'on pouvait les examiner à cause de leur finesse, montrèrent des différences du disthène, j'en fis faire à M:r Komonen, qui alors travaillait dans mon laboratoire, une analyse par laquelle il fut déterminé que ce minéral n'était composé que de silicate d'alumine. — Comme par conséquent ce minéral est nouveau, je propose le nom de Xénolite, tiré de la circonstance que cette pierre est étrangère à la place où elle a été trouvée, sans que le lieu de son gisement soit encore connu.

Ce minéral se trouve cristallisé dans des prismes très-fins réunis en des masses fibreuses; une petite raie, simple et très-fine, que je réussis à isoler, formait un prisme à trois pans, dont l'inclinaison de deux faces pouvait, avec un grand Gonyomètre, être mesurée par réflexion, et fut trouvée égale à 45°38'; la troisième face semble faire un angle droit avec une des autres, mais ne pouvait être mesurée avec une complète exactitude. Il s'y trouve aussi une face terminale perpendiculaire à l'axe. La face du prisme qui fait des angles aigus avec les deux autres, est toujours très-brillante, les autres plus ternes.

La dureté en est presque égale à celle du Quarts, je n'ai pu y remarquer aucune différence dans les directions différentes.

La gravité spécifique égale à 3,58.

Incolore, quelquefois avec des parties colorées, grisâtres et jaunâtres.

Translucide.

Cassure inégale, graineuse.

Eclat vitreux, presque nacré sur les clivages les plus nets.

Au Chalumeau, dans le matras, ne donne point d'eau, se blanchit un peu. En morceau ne se fond pas; à quelques endroits les clivages sont aussi brillants qu'auparavant, à d'autres les coins semblent s'arrondir. En poudre est également infusible, devient seulement un peu translucide et déploie, dans la plus grande chaleur, beaucoup de lumière. Se dissout difficilement avec le Borax et le sel de Phosphore; avec celui-ci devient opalin, quand le verre

est saturé. — Avec une petite quantité de Soude se fond, avec effervescence, en un verre à demi transparent; plus de Soude rend la fusion plus difficile. Avec la Solution de Cobalt on obtient une couleur bleue, qui ressemble plus au schmalts qu'à celle qu'on obtient avec de l'alumine.

L'analyse faite par Mr Komonen a donné:

Silice . . . . 47,44 contient oxygène . 24,7
Alumine mêlée avec très-peu de fer 52,54 24,5

99,98

conséquemment la composition est exprimée par:

$$\dddot{Al}\ \ddot{Si}.$$

Comme il a été remarqué ci-dessus, ce minéral s'est trouvé avec les pierres granitiques aux environs de Péterhoff, sans que l'endroit où il se trouve dans la roche soit connu. Il est cependant à supposer que ces pierres sont venues de la partie de la Finlande située au nord de Péterhoff, d'autant plus qu'on y a trouvé des morceaux d'une variété de Scapolite, dont exactement la même se trouve dans une roche isolée non loin de Sordawala, dans le Gouvernement de Wibourg.

DESCRIPTION DU GIGANTHOLITE,

PAR

N. NORDENSKIŐLD.

(Lu à la Société, le 6 Avril 1840.)

Ce minéral, comme beaucoup d'autres, a été quelque temps connu avant que sa composition chimique eût été déterminée. On apporta, déjà en 1825, de la paroisse de Tammela, de petits morceaux d'un fossile, dont la forme et l'apparence me firent croire qu'ils étaient de la tourmaline décomposée. Ce ne fut qu'en 1830, après avoir fait des excavations dans la roche, qu'on trouva le minéral tout-à-fait inaltéré, et le reconnut d'une espèce nouvelle, qui a reçu le nom de Gigantholite, à cause des grandes masses dans lesquelles il est cristallisé. — Ce minéral vient d'être analysé par Mr le comte Trolle-Wachtmeister, *) qui l'a trouvé composé de:

Silice	46,27	contient oxygène	24,04
Alumine	25,10		11,72

*) Kongl. Vetenskaps-Academiens Handlingar för år 1837, pag. 136.

Oxide ferrique	15,60	3,19	
Magnésie	3,80	1,47	
Oxide Manganeux	0,80	0,20	5,63
Potasse	2,70	0,40	
Soude	1,20	0,31	
Eau	6,00		5,33
Fluor des traces			
	101,56		

dont la composition peut être exprimée par:

$$(\dot{F}e, \dot{M}g, \dot{M}n, \dot{K}a, \dot{N}a)^3\dddot{S}i^2 + 2\ddot{\bar{A}}l\dddot{S}i + 3\dot{H}$$

Une analyse faite par Mr Komonen, en 1838, avait donné un résultat qui n'en diffère pas beaucoup, savoir:

Silice	45,5
Alumine	26,7
Oxide ferreux	12,4
Oxide Manganeux	0,9
Magnésie	2,4
Potasse	5,8
Eau	6,2
	99,9

Ce minéral se trouve toujours dans de grands cristaux plus ou moins prononcés, agrouppés ensemble. Les cristaux consistent en prismes à plusieurs pans, composés de lames d'une épaisseur d'une demi-ligne jusqu'à deux ou trois, lesquelles sont atta-

chées par une mince feuille de chlorite. On n'a pas jusqu'ici trouvé des cristaux tout-à-fait isolés; des faces terminales se trouvent quelque fois, mais toujours incomplètes. En examinant la cristallisation on trouve des joints perpendiculaires contre l'axe du prisme, sans qu'on puisse trouver des clivages ultérieurs. Le prisme lui-même est entouré de faces qui font alternativement des angles de 148 et de 152 degrés, appartenant conséquemment à un prisme de douze pans du système rhomboëdrique. Je n'ai pu même approximativement déterminer les mesures du Rhomboëdre primitif; j'ai trouvé des traces des faces d'un rhomboëdre très-plat, mais il est assez curieux que sur aucun cristal on n'ait trouvé en même temps trois faces rhomboëdriques réunies, et par cette raison j'ai cru long-temps ces cristaux appartenir au système prismatique. Pourtant les angles du prisme déterminent le système suffisamment.

La dureté en est plus grande que celle de la chaux carbonatée, mais moindre que celle de la chaux fluatée.

Le poids spécifique = 2,862 – 2,878.

La couleur gris-foncé tirant sur le vert. Quand les cristaux sont couverts de chlorite, ils paraissent plus verts qu'ils ne le sont réellement.

Il donne une poudre blanche.

Difficile à casser. La cassure peu luisante quand l'éclat n'est pas augmenté par des feuilles de chlorite.

Se décompose en plein air, de manière que les premiers morceaux obtenus l'étaient tous.

Au chalumeau donne, dans le matras, un peu d'eau, qui ne montre pas d'acide; devient brunâtre, et l'on voit comme le minéral est en plusieurs directions pénétré de chlorite. Entre les pincettes se dilate un peu et se fond en une scorie colorée de fer. En poudre, sur le charbon, prend d'abord une couleur de tuile, devient ensuite grisâtre et se fond très-difficilement en un verre noirâtre. Se fond avec le Borax en un verre coloré de fer; se fond difficilement avec le Sel de phosphore en laissant un squelette de Silice, le verre montre pendant le refroidissement une couleur de fer, opalise un peu et devient blanc. Avec la Soude donne une scorie qui fait voir une couleur prononcée de Manganèse.

Ce minéral se trouve en noyaux, dans un granit en très-gros grains et riche en quartz, dans deux endroits à Tammela, c'est-à-dire à Häcksaari non loin du village de Torro et á Kirkonnummi.

Le minéralogiste anglais, Mr Brooke, dit qu'un minéral pareil à celui-ci en forme décomposée se trouve à Schneeberg en Saxe, et qu'il a été trouvé aussi dans l'Amérique du Nord, où on l'a nommé Phyllite.

DETERMINATIO SUPERFICIEI,

INTERSECTIONE CONTINUA OMNIUM GENERIS DATI LINEARUM PRODEUNTIS,

AUCTORE

HENR. GUST. BORENIO.

(Societ. exhib. d. 14 Octobr. 1839.)

Duo problemata jam inde a primis temporibus calculi integralis noti a Mathematicis tractata, atque denuo accuratiori subducta esse examini deprehendimus, unum scilicet, sub nomine problematis trajectoriæ inclytum, alterum vero: invenire curvam, generatam intersectione continua omnium generis dati linearum. Tentamen quoddam prioris problematis ad superficiem quoque extendendi a memet factum, sub titulo: determinatio superficiei, omnes generis dati lineas sub angulo dato intersecantis, Academiæ Imperiali Petropolitanæ haud ita pridem offerre mihi licuit. Casum quasi specialem hujus problematis, ponendo scilicet angulum datum evanescere, facile perspicimus analogum esse problemati illi secundo, jam diutius tractato, cujus igitur erit finis: determinare superficiem, intersectione continua omnium generis dati linearum prodeuntem. Cujus igitur nunc casus, in tractatulo illo a memet nondum examinati, solutionem Societati Scientiarum Fennicæ in sequentibu dijudicandam offere audeo.

Sint

$$\left.\begin{array}{l} y = f(x, g, h) \\ z = \varphi(x, g, h) \end{array}\right\} \ldots 1)$$

æquationes lineæ in spatio, coordinatis rectangularibus expressæ;

$$F(x, y, z) = o \ldots 2)$$

æquatio superficiei prodeuntis intersectione continua, positis in æquationibus 1) g et h variabilibus, unde patet lineam illam 1) superficiem 2) tangere debere; sit porro

$$dz = pdx + qdy \ldots 3)$$

æquatio differentialis plani tangentis, designantibus p et q valores quantitatum $\frac{dz}{dx}$ et $\frac{dz}{dy}$ ex æquatione 2) deductos, substituendo scilicet in his pro x, y et z coordinatas puncti contactus. Ex æquationibus 1) habebimus differentiando, positis tantummodo x, y et z variabilibus,

$$dy = dxf'x$$
$$dz = dx\varphi'x,$$

quibus in æquatione 3) substitutis prodibit

$$\varphi'x = p + qf'x \ldots 4),$$

æquatio superficiem quæsitam definiens, cujus integratio pendet ab integratione æquationum

$$dy = dxf'x$$
$$dz = dx\varphi'x,$$

quæ quidem, positis g et h constantibus, dabunt integralia particularia

$$y = f(x, g, h)$$
$$z = \varphi(x, g, h).$$

Ponendo igitur

$$g = \psi h,$$

designante ψ functionem arbitrariam, eliminandoque g et h ope æquationum 1), habebimus integrale completum inter x, g et h.

Quamvis vero hoc modo perveniamus ad integrale æquationis 4) maxime generale, tamen rem accuratius perpendentes facile intelligimus nos rectam adhuc non obtinuisse problematis solutionem. Patet enim integralia

$$y = f(x, g, h)$$
$$z = \varphi(x, g, h)$$

esse æquationes easdem, quas supra lineam in spatio exprimere posuimus; unde elucet superficiem, ad quam eliminatione pervenimus, ponendo

$$g = \psi h,$$

non tangere sed continere lineam æquationibus 1) expressam. Eliminando vero inter æquationes

$$y = f(x, g, h)$$
$$z = \varphi(x, g, h)$$

unam constantem, ex. gr. h, differentiandoque deinde posito g variabili, duas habebimus æquationes continentes quantitatem g; hanc igitur eliminando ad solutionem perveniemus singularem, æquationi 4) adhuc satisfacientem. Habebimus igitur æquationem inter x, y et z, qua determinabitur superficies, cujus planum tangens in puncto cujus coordinatæ x, y et z erit idem, ac lineæ æquationibus 1) expressæ, unde lineam hancce superficiem illam tangere, adeoque superficiem intersectione continua lineæ generari necesse est. Facile præterea perspectu est nos idem obtinere resul-

tatum, differentiando primo æquationes 1) positis g et h variabilibus, unde erit

$$dgf'g + dhf'h = o$$

$$dg\varphi'g + dh\varphi'h = o,$$

quæ æquationes dabunt

$$f'g\varphi'h = \varphi'gf'h \quad . \; . \; 5),$$

eliminandoque deinde g et h inter hanc et æquationes 1).

Sit ex. gr.

$$\left.\begin{array}{l} y = g^2 + hx \\ z = h \;+ gx \end{array}\right\},$$

dabitque æquatio 5)

$$2g = x^2;$$

ex quibus eliminatione quantitatum g et h habebimus

$$4(xz - y) = x^4.$$

Aequatio 4) dabit

$$g = p + hq,$$

quam, eliminando quantitates g et h, cum præterea ex æquatione

$$4(xz - y) = x^4$$

habeamus

$$xp = x^2 - z$$

$$xq = 1,$$

patet fieri identicam.

Sit exempli secundi loco

$$\left.\begin{array}{l} y = gx + 1 \\ z = \left(\frac{h^2 - g^2 + g^2h^2}{2g^2h}\right) x + h \end{array}\right\}.$$

Aequatio 5), cum sit $f'h = o$, abibit in

$$f'g\varphi'h = o.$$

Est vero

$$f'g = x$$

$$\varphi'h = \left(\frac{g^2 + h^2 + g^2h^2}{2gh^2}\right) x + 1.$$

Ponendo igitur $\varphi'h = o$, eliminandoque g et h ope æquationum 1), habebimus

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1.$$

DE TEMPORE REGELATIONIS ET CONGELATIONIS

AQUARUM FLUMINIS KYRO

DISSERIT

GUST. GABR. HÄLLSTRÖM.

(Societ. exhib. d. 1 Martii 1841.)

Occurrunt in Ephemeridibus Aboënsibus anni 1810, earumque N:o 142, series adnotationum temporis, quo regelatio vernalis glacierum fluminis Kyro ab anno 1739 ad annum usque 1810 exstitit. Est illud flumen, uti notum, inter præcipua Finlandiæ occidentalis numerandum, paroecias Ilmola, Storkyro, Lillkyro & Mustasaari Provinciæ Wasensis, longitudine circiter 16 milliariorum Suecanorum perfluens, quod igitur magnam aquarum copiam quotannis derivat, atque documentum certe non spernendum ad explicandum clima hujusce regionis præbet. Operæ igitur pretium omnino erit, in tempora regelationis & congelationis ejusdem determinanda diligentius inquirere.

Series supra memorata in paroecia Storkyro sub latitudine geographica 63° & longitudine 8° 10′ occidentali a Petropoli, est collecta, ubi aqua fluminis, in distantia 4 milliariorum ab ostio, pedes Suecanos 59 supra libellam maris elevari perhibetur. Continuationem

ejusdem seriei, ad præsens usque tempus extensæ, indefessæ debemus in numeris quibusvis meteorologicis [illegible] industriæ Sacellani loci Rev. Isr. Reinii, qui autographas suas decem annorum collectiones in usum scientificum adhibendas nobis amicissime commisit.

Calculo jam vulgari quadratorum minimorum ad hasce observationibus applicato, initioque computationis annorum z ab anno 1739 sumto, ponatur dies *regelationis* fluminis Kyro

$$x = m + n\,(z - 1738)\ \text{Aprilis},$$

ubi m & n sunt coëfficientes constantes mox determinandi; quo facto habebuntur

$$66191 = 2345\,.\,m + 116883\,.\,n,$$
$$2345 = 93\,.\,m + 4667\,.\,n,$$
$$116883 = 4667\,.\,m + 310967\,.\,n.$$

Inde vero eruuntur

$$m = 25{,}735, \quad \&\quad n = -0{,}0103,$$

nec non summa quadratorum aberrationum $S = 7053$,

adeoque $x = [25{,}735 - 0{,}0103\,(z - 1738)]$ Aprilis,

cujus valoris vacillationes annuæ verisimillimæ, a variis causis oriundæ, inter limites $\pm$ 5,9 dierum continentur. Secularis autem variatio est $= -$ 1,03 diei, quæ quantitate $\pm$ 0,22 diei probabiliter est incerta; unde igitur apparet, uno jam die anteriorem,

quam ante centum annos exstitit, nostro ævo haberi regelationem fluminis Kyro. Hisce cognitis sequens institui potest comparatio.

Anni.	Dies regelationis		Differ.	Anni.	Dies regelationis		Differ.
	Observat.	Computat.			Observat.	Computat.	
1739	14 Maji	25,7 April	+ 18,3	1759	26 April	25,5 April	+ 0,5
1740	9 Maji	25,7	+ 13,3	1760	2 Maji	25,5	+ 6,5
41		25,7		61	14 April	25,5	— 11,5
42	3 Maji	25,7	+ 7,3	62	24 —	25,5	— 1,5
43		25,7		63	8 Maji	25,5	+ 12,5
44	20 April	25,7	— 5,7	64	20 April	25,5	— 4,5
45	30 —	25,7	+ 4,3	65	24 —	25,5	— 1,5
46	1 Maji	25,7	+ 5,3	66	20 —	25,4	— 5,4
47	1 —	25,6	+ 5,4	67	7 Maji	25,4	+ 11,6
48	28 April	25,6	+ 2,4	68	1 —	25,4	+ 5,6
49	6 Maji	25,6	+ 10,4	69	20 April	25,4	— 5,4
1750	2 April	25,6	— 23,6	1770	25 —	25,4	— 0,4
51	14 —	25,6	— 11,6	71	5 Maji	25,4	+ 9,6
52	17 —	25,6	— 8,6	72	26 April	25,4	+ 0,6
53	18 —	25,6	— 7,6	73	12 —	25,4	— 13,4
54	21 —	25,6	— 4,6	74	25 —	25,4	— 0,4
55	14 —	25,6	— 11,6	75	29 —	25,4	+ 3,6
56	4 Maji	25,6	+ 8,4	76	4 Maji	25,4	+ 8,6
57	14 April	25,5	— 11,5	77	29 April	25,3	+ 3,7
58	26 —	25,5	+ 0,5	78	23 —	25,3	— 2,3

Annus.	Dies regelationis		Differ.	Annus.	Dies regelationis		Differ.
	Observat.	Computat.			Observat.	Computat.	
1779	3 April	25,3 April	−22,3	1802	22 April	25,1 April	− 3,1
1780	11 Maji	25,3	+15,7	03	10 —	25,1	−15,1
81	26 April	25,3	+ 0,7	04	29 —	25,0	+ 4,0
82	20 —	25,3	− 5,3	05	26 —	25,0	+ 1,0
83	19 —	25,3	− 6,3	06	3 Maji	25,0	+ 8,0
84	28 —	25,3	+ 2,7	07	7 —	25,0	+12,0
85	27 —	25,3	+ 1,7	08	8 —	25,0	+13,0
86	23 —	25,2	− 2,2	09	7 —	25,0	+12,0
87	1 Maji	25,2	+ 5,8	1810	11 —	25,0	+16,0
88	23 April	25,2	− 2,2	11		25,0	
89	30 —	25,2	+ 4,8	12	5 —	25,0	+10,0
1790	30 —	25,2	+ 4,8	13	12 April	25,0	−13,0
91	24 —	25,2	− 1,2	14		24,9	
92	9 —	25,2	−16,2	15	1 Maji	24,9	+ 6,1
93	27 —	25,2	+ 1,8	16	27 April	24,9	+ 2,1
94	15 —	25,2	−10,2	17	5 —	24,9	−19,9
95	26 —	25,1	+ 0,9	18	11 Maji	24,9	+16,1
96	28 —	25,1	+ 2,9	19	1 —	24,9	+ 6,9
97	16 —	25,1	− 9,1	1820		24,9	
98	25 —	25,1	− 0,1	21	25 April	24,9	+ 0,1
99	24 —	25,1	− 1,1	22		24,9	
1800	23 —	25,1	− 2,1	23		24,9	
1	23 —	25,1	− 2,1	24	24 —	24,8	− 0,8

Annus.	Dies regelationis		Differ.	Annus.	Dies regelationis		Differ.
	Observat.	Computat.			Observat.	Computat.	
1825	26 April	24,8 Apri.	+ 1,2	1833	27 April	24,8 April	+ 2,2
26		24,8		34	17 —	24,7	— 7,7
27	14 —	24,8	—10,8	35	30 —	24,7	+ 5,3
28		24,8		36	15 —	24,7	— 9,7
29	2 Maji	24,8	+ 17,2	37	23 —	24,7	— 1,7
1830	25 April	24,8	+ 0,2	38	29 —	24,7	+ 4,3
31	22 —	24,8	— 2,8	39	4 Maji	24,7	+ 9,3
32	11 —	24,8	—13,8	1840	19 April	24,7	— 5,7

Si a nostra ætate initium sumitur futuræ computationis, invenietur dies regelationis

$$= [24,68 - 0,0103\,(z - 1840)]\ \text{Aprilis.}$$

Decem tantummodo annorum seriem, qua tempus *congelationis* fluminis Kyro determinatur, colligere nobis contigit, sequentem scilicet:

Anno 1831	die	17	Novembris
1832	"	21	"
1833	"	27	"
1834	"	1	"
1835	"	3	"
1836	"	20	"
1837	"	16	"
1838	"	17	"
1839	"	15	"
1840		12	"

Collecta est eadem iisdem ex adnotationibus Rev. Reinii, die congelationis partim expresse indicato, partim e temperatura aëris æstimando. Brevior quidem est hæcce, quam ut variationi annuæ vel sæculari determinandæ sufficeret; pro nostro tamen tempore inde intelligitur diem 15 Novembris in Storkyro esse congelationis memoratæ medium.

Est igitur longitudo æstatis in Finlandia ad latitudinem geographicam 63° a die 24 Aprilis ad 15 Novembris = 205 diebus, quæ Petropoli est 217 & Archangelopoli 178 dierum; unde intelligitur, diminutionem a Petropoli ad Storkyro pro differentia latitudinis 3° esse 12 dierum, & a Storkyro Archangelopolin pro latitudinis differentia 1° esse 27 dierum, quod a ratione climatica inter Petropolin & Archangelopolin observata, si uniformis assumitur, omnino differt*), & ostendit, regiones Finlandiæ pro æquali latitudine geographica longiore gaudere æstate.

Multiplicem utique in indole, qualem heic examinavimus, plurium locorum convenientiam partialem non potest quin animadvertat attentus examinator; eminentissimam vero illam esse, quæ per totum fere decennium sæculi proxime præterlapsi sextum sese observandam obtulit, quisque facile concedet. Ab anno scilicet 1750 per annos octo successivos adeo præter ordinem normalem festinata observabatur regelatio vernalis fluminum Petropolitani, Aboënsis, Kyroënsis & Archangelopolitani, ut ad concludendum indu-

*) Conferantur ea, quæ de Archangelopoli exposuimus in *Bullet. scient. publ. par l'Acad. Imp. des scienc. de S. Pétersbourg.* T. VIII. N:o 19, p. 290 &c.

camur, fuisse hoc tempore periodum in Europa, saltem boreali, solito calidiorem, quod an ab iisdem derivandum sit causis, quæ calamitosum terræ motum, Olisiponem anno 1755 devastantem, genuerant, aliis examinandum relinquimus.

Comparationis præsenti jam ævo instituendæ causa, ut etiam quo eadem futuri uti possint scrutatores, sequentem seriem temporis, quo in amniculo Paroeciæ Wöro intra 25 successivos annos, a 1800 ad 1824 inclusive, regelatæ sunt glacies, hic adponamus, ex autographis adnotationibus Sacellani quondam in Wöro, Phil. Doct. Henr. Wegelii, collectam. Instituebat hic suas observationes sub latitudine geographica 63° 9′ atque longitudine 8° 18′ occidentali a Petropoli, in vicinio igitur a domicilio supra nominati Reinii parum remoto.

Anno.	Dies regelationis.	Anno.	Dies regelationis.
1800	20 Aprilis	1813	8 Aprilis
1	14 —	14	9 —
2	7 —	15	20 —
3	6 —	16	22 —
4	26 —	17	2 Maji
5	15 —	18	10 —
6	24 —	19	29 Aprilis
7	29 —	20	19 —
8	6 Maji	21	19 —
9	5 —	22	15 —
1810	13 —	23	30 —
11	29 Aprilis	24	11 —
12	28 —		

Hinc dies medius . . 22,6 Aprilis.

Inexspectata est differentia trium dierum, quibus serius defluunt glacies in australiori Storkyro quam in borealiori Wöro, cujus anomaliæ causam in eo quærendam esse judicamus, quod aquæ e nive riparum regelatæ amniculum parvum citius implere valeant, & glaciei elevandæ atque rumpendæ sufficiant, ad quod in flumine majori efficiendum longius requiritur tempus. Neque minus videtur notatu dignum, quod in eundem diem, per medium, incidit regelatio Wöroënsis atque Borgoënsis *), etiamsi eorundem locorum differentia latitudinis 3 fere gradus superet. Similiter est in specialioribus per universam Finlandiam, & quidem Petropoli atque Archangelopoli, conspicua universaliores variationum causas prodens singularis convenientia.

*) Conferantur quæ supra pag. 140 attulimus.

NOTE

SUR

LES PREMIERS PRINCIPES DE L'ALGÈBRE,

PAR

N. G. DE SCHULTÉN.

(Lu à la Société, le 5 Avril 1841.)

La remarque déjà ancienne, que les vérités de la Géométrie l'emportent sur celles de l'Analyse pour la clarté et l'évidence, ne me paraît pas juste. Toute naturelle qu'elle paraisse à ceux qui, sans réfléchir plus profondément sur les véritables principes de l'Analyse, se contentent de l'idée qu'en donnent ordinairement les auteurs d'Algèbre, je n'hésite pas à avancer qu'elle n'en est pas moins erronée, et que l'obscurité apparente qui règne sur quelques points de ces principes, n'est causée que par la manière fautive dont on les conçoit. La véritable origine de la confusion qui a lieu relativement à quelques résultats de l'Algèbre, m'a depuis long-temps paru être celle, qu'on ne se rend pas clairement compte de la nature même de ces résultats. Que dirait on d'un traité de Géométrie, où l'on s'appliquerait à démontrer des définitions, où l'on se servirait de termes, dont on n'aurait pas expliqué le sens, où enfin on regar-

derait comme évidentes des vérités dont les démonstrations seraient aussi nécessaires que possibles? Eh! bien, c'est-là, j'ose l'affirmer, le cas de nos traités ordinaires d'Algèbre: on s'y obstine quelquefois à démontrer des résultats qui ne sont pas susceptibles de démonstration par la raison bien simple qu'ils n'expriment que le sens d'une notation arbitraire, on y emploie des notations dont on n'a pas fixé la signification dans tous les cas, enfin on y adopte par fois comme indubitables, sans aucun examen, des résultats qui ne devraient être admis qu'après une déduction détaillée.

Ce sont particulièrement les méprises du premier genre, ou les tentatives de prouver des résultats dont la démonstration est impossible, qui me paraissent les plus fréquentes dans les éléments ordinaires d'Algèbre. L'origine de ces méprises est ordinairement celle, qu'on ne fait pas attention à la vérité bien évidente, qu'une notation arbitraire, adoptée dans l'hypothèse de nombres d'une classe déterminée (p. ex entiers), ne peut s'étendre à des nombres d'une autre classe par un raisonnement quelconque, et que ce n'est que par une convention nouvelle, aussi arbitraire que la première, qu'une telle extension pourra avoir lieu. Voici quelques résultats du genre en question, qu'on s'efforce ordinairement de prouver, bien qu'ils n'expriment réellement que le sens de notations arbitraires:

$$0.2 = 0$$

$$-3. -4 = +3.4$$

$$\frac{-3}{-5} = +\frac{3}{5}$$

$$2^0 = 1$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3}$$

$$5^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{5^3}$$

$$\sqrt{-1}.\sqrt{-1} = -1$$

$$(1+\sqrt{-1})(1-8\sqrt{-1}) = 9-7\sqrt{-1}.$$

Ce que nous venons d'établir paraîtra paradoxe à beaucoup de personnes. Si, dira-t-on, 2 multiplié par zéro n'est pas nécessairement zéro, il sera également vrai que

$$0.2 = 1.$$

À cela je réponds: Oui, mais cette supposition serait contraire à l'universalité des opérations de l'Algèbre, puisqu'il en résulterait que par exemple l'égalité

$$(a-b)\,c = ac - bc,$$

qui peut être rigoureusement prouvée pour des nombres quelconques a, b, c, dont $a > b$, n'aurait pas lieu pour $a = b$, $c = 2$.

L'égalité

$$0.2 = 0$$

ne l'emporte donc pas, pour la vérité intrinsèque, sur celle de

$$0.2=1;$$

mais il a fallu adopter celle-là, à fin de pourvoir à l'universalité du système algébrique.

Il en est de même de tous les autres résultats rapportés ci-dessus, d'où découle, à ce que l'on voit, en même temps la véritable explication des règles du calcul des nombres *négatifs* et des expressions *imaginaires.*

J'ai dit plus haut que le manque de clarté, qu'on reproche à l'Algèbre, dérive quelquefois de l'omission d'explications nécessaires sur le sens même des notations. Cette omission a particulièrement lieu dans les cas où des multiplicateurs ou exposants algébriques reçoivent des valeurs irrationnelles. Quel est par ex. le sens des expressions

$$\sqrt{2}.\sqrt{3}$$

$$2^{\sqrt{2}}$$

$$1^{\sqrt{2}}$$

$$\left(\tfrac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}\ ?$$

On ne le trouve expliqué dans aucun ouvrage sur l'Algèbre, tout naturel qu'il soit de pouvoir attribuer des valeurs quelcon-

ques, et par conséquent aussi irrationnelles, aux lettres dont se composent les formules algébriques.

Enfin l'obscurité de quelques résultats de l'Algèbre tient à la négligence des auteurs de développer suffisamment des vérités, dont la nature compliquée exigerait une déduction soignée, mais qu'on admet sans examen à cause de leur analogie avec d'autres vérités, avec lesquelles elles n'ont cependant qu'une liaison difficile à saisir. Cette légèreté, d'autant plus inconcevable, qu'on s'applique, à d'autres occasions, à prouver des résultats dont la démonstration est impossible, se fait surtout remarquer dans l'extension des résultats de l'Algèbre à des nombres irrationnels. C'est ainsi que par ex. les égalités

$$ab = ba$$

$$ab.c = a.bc$$

$$a^b.a^c = a^{b+c}$$

$$\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$$

$$(a^b)^c = a^{bc}$$

sont ordinairement adoptées sans preuve lorsque les lettres a, b, c désignent des nombres irrationnels, bien que, dans ce cas, elles aient véritablement besoin d'une démonstration détaillée.

Voilà, ce me semble, les trois causes principales de l'obscurité qui, dans les traités ordinaires d'Algèbre, règne sur quel-

ques points de cette partie des Mathématiques. La première se trouve, à ce que je sache, pour la première fois indiquée ici: pour les deux dernières, je me suis attaché à les écarter dans un Mémoire que j'ai eu l'honneur de présenter à la Société il y a deux ans, et qui est déjà publié. On y devra encore ajouter une quatrième, savoir le manque de définitions claires et précises de certaines opérations de l'Algèbre, p. ex. le développement des expressions algébriques; mais cette cause d'embrouillement, quelque active qu'elle soit, ne regarde plus les premiers élémens du système algébrique, et exigerait d'ailleurs, pour être suffisamment éclairée, plus de détails que ne comporte l'étendue de cette Note: c'est pourquoi nous en remettons la discussion à une autre fois.

ANMÄRKNINGAR

OM

VATTENYTANS UTI ÖSTERSJÖN OCH MEDELHAFVET TIDTALS SKEENDE HÖJNINGAR OCH SÄNKNINGAR,

FRAMSTÄLLDE AF

GUST. GABR. HÄLLSTRÖM.

(Föredragne för Vet. Soc. d. 7 December 1840.)

En allmän och långvarig erfarenhet har längesedan derom öfvertygat dem, som bo vid stränderne af Östersjön och dess vikar, att ett samband äger rum emellan vattnets tidtals skeende, af verldshafvets ebb och flod icke beroende, stigande och fallande i denna insjö, samt dermed samtidigt inträffande väderleksförändringar: och då dessa sistnämnda gemenligen iakttagas äga sammanhang med Barometerförändringarne, så har, redan för 93 år sedan, framlidne Lectoren Gissler i Hernösand uti en till Svenska Vetenskaps-Academien år 1747 ingifven uppsatts (tryckt i dess Handlingars Tom. VIII, sid. 142 och följ.) framställt sin derom vunna erfarenhet, att Östersjöns vattenyta sjunker när Barometern stiger, och tvertom höjer sig när Barometern faller. Han hade nemligen vid sjöstranden å bemälde ort fästat en i vattnet verticalt stående, uti geometriska tum och linier indelad trädribba, samt jemfört

vattnets derå utmärkta höjd med Barometerstånden, då ofvannämnde förhållande för honom tydligen framställt sig.

Femtienie år sednare, eller år 1806, ingaf framlidne Verkl. Stats-Rådet och Riddaren af Schultén till samma Vetenskaps Academie ett *försök att förklara orsaken till vattnets stigande och fallande i Östersjön* (tryckt i samma års Handlingar sid. 77 och följ.), grundadt på jemförelse emellan Barometerns och hafsytans förändringar, hvilka sistnämnde härledas "ifrån vår atmosphers eller luftmassas föränderliga tyngd, som genom sin olika tryckning upphöjer och nedtrycker den ena och den andra" (sid. 84). Såsom hufvudgrund för denna theorie antager han, att lufttryckningen vore samtidigt olika på särskilda kuster af Östersjön, så att den befunnes låg t. ex. i Torneo när den är hög vid Pommern, hvaraf följden blefve, att vattnet, som tryckes mera å sistnämnde ort, der måste sänka sig och flyta åt Torneo, hvarest lufttryckningen är mindre, och tvertom en annan gång. Genom anställd beräkning och jemförelse af yttersta gränsorna för Barometerförändringarne och deraf beroende vattenhöjderne finner han, att den största skillnaden mellan högt och lågt vatten sålunda kan blifva $3\frac{1}{2}$ fot, hvaremot han anser svag och föga trolig den förklaring, "att vindarne genom sitt påstötande skulle förmå framdrifva vattenmassan för sig och kunna höja den till flere fots större höjd på den under vinden belägna kusten öfver dess läge på läsidan."

Ända till närvarande tid har man synts vara fullt tillfredsställd af denna theorie, hvaremot inga anmärkningar försports; och

saken skulle troligen icke snart å nyo upptagits till discussions ämne, om icke nya med de Gisslerska försöken alldeles analoga observationer sistförflutna år blifvit gjorda vid kusten af Medelhafvet. Uti Algier har nemligen Fransyske Professoren Aimé, likasom fordom Gissler hos oss, samtidigt med Barometer-observationer iakttagit hafsytans höjningar och sänkningar, hvarigenom han, sedan han särskildt öfvertygat sig derom, att verldshafvets ebb och flod i Medelhafvet ej visar sig märkbar, kommit till öfvertygelse om det af Gissler och af Schultén längesedan anmärkta förhållandet, att nemligen hafsytan stiger på samma tid som Barometer-ståndet blir lägre, och tvertom. Aimés observationer äro i sammandrag meddelade uti Aragos &c. *Annales de Chimie et de Physique*, T. 73, p. 416, för April 1840. Emedan hvarken Gissler eller af Schultén specifikt uppgifvit sina iakttagelser, och dessa af Aimé äro, så vidt jag känner, de enda i gifna tal meddelade bestämmelser, så har jag trott dem, också för likheten med förhållandet hos oss, förtjena en egen uppmärksamhet, hvarföre jag ock till min upplysning graphiskt construerat dem för Januari och Februari 1839, och funnit, med undantag af några anomalier, en alldeles påtaglig och obestridlig öfverensstämmelse uti det reciproca förhållandet mellan Barometer-stånd och vattenhöjd, såsom hosföljande utkast det tydligen visar.

Ju mera jag öfverväger de omständigheter, som med detta phenomen sammanhänga, desto tvifvelaktigare vill den antagna theo-

rien för mig framställa sig. Först kunde fråga väckas, om den är tillräcklig att förklara förhållandet i hela sin utsträckning. Enligt hvad anfördt blifvit, kan den af förändrad lufttryckning förorsakade ändringen i vattenhöjden ej öfverstiga $3\frac{1}{2}$ fot, eller $1\frac{3}{4}$ fot öfver och likaså mycket under medelhöjden; men dessa gränsor torde, att döma af hvad här i Helsingfors ofta erfarits, esomoftast i betydlig mån af vattenytans rörelser öfverskridas. Af ännu väsendtligare inflytande på theoriens bestånd är utan tvifvel den omständighet, att den hufvudsakliga grunden, hvarpå den hvilar, nemligen den utan bevis antagna samtidiga olikheten af Barometer-stånd eller lufttryckning på olika delar af hafvet icke så inträffar i verkligheten, som förmodadt blifvit. Tvertom har jag inför denna Societet tillförene sökt ådagalägga (uti Dess Acter T. I, sid. 1, följ.) att motsatsen deraf, med någon här icke lätt märkbar modification, vanligast inträffar, så att lufttryckningen är nära samtidigt hög, och likaså en annan gång låg, öfver hela Östersjön med alla dess vikar, hög vid Preussiska kusten då den är hög i Torneo, och hög vid Finska och Lifländska stränderne åtminstone sex timmar efter det den blifvit det på de Svenska. Deraf ledes man oemotståndeligen till den slutsats, att om ock vattenytans höjningar inträffa likttidigt med lufttryckningens minskningar, desse sednare likväl ej kunna vara orsak till de förra.

Men hvar skall man då söka den? Tvifvelsutan i något förhållande, som har samband med dem begge. I anledning af hvad

man i seduare tider utforskat, skulle man derföre återkomma till den gamla förmodan, att vindriktningen härvid är en icke oväsendtlig omständighet, churuväl äfven dervid stridiga förhållanden förekomma. Man känner, att lufttryckningen i allmänhet är större under pågående nordlig vind än under sydlig, och att den nordliga vinden framskjuter vattnet söderut, då man således på den nordliga sjöstranden ser samtidighet för hög Barometer och lågt vatten. Sådant skulle inträffa t. ex. i Torneo och sannolikt i hela Bottniska viken; men alldeles motsatt borde förhållandet vara på Preussiska kusterne af Östersjön, dit vattnet, under hög Barometer, af samma nordliga vind framflyttas och borde visa sig högt. Är detta verkliga förhållandet? Emot den antagna theorien och derpå grundade förmodan finner man det så vara. Navigations-Läraren Bannasch har uti Poggendorffs *Annaler*, B. 112, s. 209, &c. meddelat resultaterne af de observationer, som till bestämmande af vattenytans höjningar och sänkningar i Östersjön blifvit åren 1815—1834 gjorda vid Fyrbåken i Pillau, hvilka visa, att vattnet der står högre under pågående nordliga vindar, än under sydliga. Lägst var det vid OSO och SO, som der är landvind, och högst vid dess motsatts NW; men skillnaden emellan dessa ytterligheter var, i medeltal för alla åren, ej större än $8\frac{1}{4}$ Preussiska tum. Med huru mycket detta medeltal af enskilda ytterligheter öfverskridits, är ej uppgifvet.

Äfven vid de i Algier gjorda iakttagelserna, när de nogare granskas, förekomma sådana partiela afvikelser, att de förtjena ta-

gas under särskildt skärskådande. Här må endast observationerne för Januari månad 1839 betraktas. Barometer- och vattenstånden äro antecknade en gång om dagen, hvaraf man finner förändringarne ifrån en föregående dag till en följande. Om då iakttagelserne fördelas uti tvenne flockar, en för uppstigande och en annan för nedgående Barometer, och man, för lättare i ögonen fallande jemförelse, reducerar lufttryckningen ifrån qvicksilfver- till vattenhöjd, så uppkommer följande öfversigt:

Barometerns höjning mätt med		Hafsytans motsvarande sänkning.	Förhållandet mellan lufttryckningen och vattensänkningen.
Qvicksilfv. höjd. Millimeter.	Vattenhöjd. Millimeter.	Millimeter.	
1,4	18,90	100	1 : 5,29
0,9	2,15	50	1 : 23,26
0,1	1,35	— 10	
0,3	4,05	40	1 : 9,88
3,2	43,20	80	1 : 1,85
1,6	21,60	20	1 : 0,92
1,0	13,50	— 40	
1,9	25,65	20	1 : 0,78
3,3	44,55	90	1 : 2,02
0,1	1,35	0	
6,4	86,40	130	1 : 1,50
0,6	8,10	50	1 : 6,17
1,3	17,55	— 30	
5,5	74,22	0	
2,6	35,10	130	1 : 3,70
5,6	75,60	80	1 : 1,06
3,9	52,65	20	1 : 0,38
Summa	525,92	730	1 : 1,39

Barometerns sänkning, mätt med		Hafsytans motsvarande höjning.	Förhållandet mellan lufttryckningen och vattensänkningen.
Qvicksilfv. höjd. Millimeter.	Vattenhöjd. Millimeter.	Millimeter.	
0,5	6,75	180	1 : 2,70
3,8	51,30	80	1 : 1,56
1,2	16,20	— 20	
2,1	28,35	50	1 : 1,76
4,7	63,45	30	1 : 0,47
2,2	29,70	80	1 : 2,70
3,4	45,90	50	1 : 1,09
5,2	70,20	10	1 : 0,14
7,5	101,25	150	1 : 1,47
1,0	13,50	— 10	
7,7	103,95	180	1 : 1,73
7,7	103,95	50	1 : 0,48
2,7	36,45	20	1 : 0,55
Summa	670,95	850	1 : 1,27

Här visa sig många anomalier. Dels förekomma ibland 30 fall 3, der vattnet höjt sig vid stigande Barometer, och dels äro vattnets höjdförändringar på långt när icke proportionela mot Barometer-ändringarne. Öfverhufvudtaget äro de förra 33 procent större än de i förhållande till ensamt de sednare skulle vara, hvilket, jemte de antydda anomalierne, synes tillkännagifva, att äfven andra orsaker, utom den föränderliga lufttryckningen, medverka

till phenomenets framställande. Sannolikt är förhållandet sådant äfven i Östersjön.

Af allt detta synes man böra sluta, att man ännu är långt ifrån att fullkomligen känna i fråga varande phenomen, och att man således ej får vänta att någon säker theorie till dess förklarande ännu kan uppgöras. Det enda qvantitativa som man, enligt hvad ofvanföre är uppgifvet, ifrån Pillau och Algier känner, är icke tillräckligt för detta behof. För att i sådant afseende kunna utforska beskaffenheten i Östersjön, borde samtidiga observationer på flera punkter af dess stränder anställas, nemligen 1:o mätning af vattenhöjden, 2:o uppgift om Barometer-ståndet, 3:o anteckning om vindens riktning och styrka, samt 4:o uppgift om väderlekens öfriga beskaffenhet. Dessa anteckningar borde göras hvar dag, t. ex. klockan 12 om middagen, till en början under loppet af ett år, den tid deraf, då stränderne äro isfria, särdeles höst och vår, då de största förändringar pläga inträffa. Kunna Barometer-observationer på alla ställen icke åstadkommas, så bör detta dock ej hindra anteckningen af de öfriga omständigheterne, emedan lufttryckning-förändringarne på sådane afstånd, som här kunna komma i fråga, äro att anses såsom liktidiga. Uppgiften om vindens styrka torde icke behöfvas eller kunna åstadkommas noggrannare, än att den antecknas såsom varande, efter allmänna språkbruket, antingen stark, medelmåttig eller svag. Den enda väsendtliga apparat, som till dessa iakttagelser fordras, är en graderad

mätstång, hvilken fästes vertikal, hälst inom något i vattnet stående hus eller skjul, som hindrar sqvalpningen af vågorna och derigenom lättar observationen.

De orter i Finland, der localen bör göra dessa observationer lättast verkställbara, och der de tillika vore för ändamålet mest tjenliga, synas mig vara: Torneå eller Uleåborg, Larsmo Prestgård utanför Jacobstad, Christinestad, Åland, Hangö, Helsingfors och Wiborg. Men då de alla äro belägna endast på en sida af Östersjön, och behofvet nödvändigt påkallar observationer äfven från den motsatta, så vore anteckningar önskliga äfven ifrån Hogland, Reval eller Baltischport, Windau, Pillau, Carlskrona, Gottland och Hernösand; och då de inom Östersjön befintliga Fyrbåkar hafva sin ständiga Betjening, hvars tjensteåligganden obetydligen ökades genom uppdrag att verkställa i fråga varande anteckningar, så kunde ändamålet säkrast vinnas, om hos dessa Inrättningars Styrelse, i hvars interesse denna sak synes vara, sollicitation om sagde observationers anställande kunde göras.

NOVA SPECIES GENERIS PHYTOCORIS (FALLÉN).

EX ORDINE HEMIPTERORUM,

DESCRIPTA

A

CAROLO REGIN. SAHLBERG.

(Societ. exhib. d. 9 Decembr. 1839.)

Phytocoris flavosparsus.

Long. $1\frac{1}{2}$ lin. Lat. $\frac{1}{2}$ lin.

Viridis, supra nigro-pilosus, antennis, pedibus maculisque elytrorum plurimis, sparsis, pallide flavescentibus.

Habitat in Chenopodio albo. In Paroecia Fenniæ australis Pöytis aliquoties captus.

Magnitudine et statura Phyt. viriduli. Caput triangulare, convexiusculum, pallide flavescens, pilis nigrescentibus adspersum. Oculi nigri, globosi, prominuli. Antennæ tenues, dimidio corpore multo longiores; articulo primo brevi, ceteris crassiore, virescente; secundo longissimo, duobus insequentibus vix crassiore, nec apice incrassato; tertio præcedente paullo breviore; ultimo brevi, basali vix dimidio longiore; omnibus his tribus ultimis pallido-flavescentibus.

Thorax brevis, transversus, antice coarctatus capite fere angustior, postice valde dilatatus, longitudine plus duplo latior, angulis posticis haud prominentibus, supra convexus, linea transversali ante apicem impressa, virescens, versus marginem anticum plus minus pallescens, pilis nigrescentibus adspersus.

Scutellum triangulare, subacutum, virescens, nigro-pilosum marginibus lateralibus interdum angustius interdum latius pallide flavescentibus, convexiusculum, foveolis ante basin binis excavatis, aliquando in lineam impressam transversam confluentibus.

Elytra virescentia, pilis nigrescentibus adspersa, maculis numerosis, inæqualibus, sæpius transversis, pallide flavescentibus, subpellucidis variegata. Membrana alba, pellucida, macula ad basin sat magna, oblique elongata viridi, in qua punctum albido-pellucidum interdum adest.

Corpus subtus virescens, parce pilosum, in quibusdam plus minus flavo-variegatum.

Pedes elongati, graciles, pallide flavescentes; femoribus, imprimis anticis, plus minus virescentibus, parum incrassatis; tibiis posterioribus spinulosis.

Obs. In serie specierum Phytocoris Svecicarum a Fallén descriptarum, inter Ph. viridulum et Ericetorum, Sectionis secundæ, collocanda est hæc nostra Species.

CONSIDÉRATIONS
SUR LA MANIÈRE LA PLUS CONVENABLE D'ÉTABLIR LES PRINCIPES DU CALCUL DIFFÉRENTIEL,

PAR

N. G. DE SCHULTÉN.

(Lu à la Société, le 25 Avril 1839.)

Le développement général

$$f(x+h)=fx+f_1x.\,h+f_2x.\,h^2+\,..\,f_mx.\,h^m+\varphi\,(x,h)\,..\,1),$$

où f désigne une fonction quelconque, $f_1x\,..\,f_mx$ sont des fonctions de x dépendantes de la forme de f, m est un nombre entier arbitraire et $\varphi\,(x,\,h)$ une fonction de x et h qui complète l'identité des deux membres de l'équation pour toute valeur de x et de h, étant, comme on sait, la base du Calcul Différentiel et de toutes ses applications, il est naturel que ce point du calcul en question, qui en est le plus important et le plus difficile d'établir convenablement, attire avant tout notre attention, et que la manière dont le présentent les auteurs qui écrivent sur ce calcul, soit ce qui caractérise le mieux leur méthode de s'acquitter de cette tâche. Or, pour que l'équation 1) soit établie d'une manière satisfaisante, les conditions suivantes nous paraissent indispensables:

1:o Doit on partir d'une *définition* générale du développement en question, pour le distinguer de tout autre de même forme, adopté arbitrairement et de même identique avec la fonction $f(x+h)$ pour toutes les valeurs de x et h.

2:o L'idée fondamentale du développement 1) étant établie, il faudra le déduire pour *une forme quelconque de la fonction f*, condition nécessaire pour donner aux principes du Calcul Différentiel une étendue suffisante, sans laquelle il serait déplacé de les appliquer à des fonctions inconnues.

3:o Doit on, pour cette déduction, se servir d'une méthode parfaitement *rigoureuse*, c'est-à-dire ne l'appuyer que sur des propriétés claires et indubitables des fonctions en général.

L'ensemble de ces conditions pouvant, à ce qu'il me semble, servir de base pour juger les méthodes employées par différents auteurs pour présenter les principes du Calcul Différentiel, je vais essayer d'en faire l'application à celles de ces méthodes, qui sont le plus connues.

Pour la théorie d'Euler, exposée dans l'excellent ouvrage *Institutiones Calculi Differentialis*, il faudra avouer qu'elle ne satisfait à aucune des conditions établies ci-dessus. L'existence de l'équation 1) pour une fonction quelconque y est tirée par induction du développement de quelques fonctions explicites connues, sans qu'il soit expliqué en quoi consiste effective-

ment le développement d'une fonction. Si l'on ajoute que notre grand géomètre fait partout abstraction du terme supplémentaire, qui complète l'identité de la fonction et de son développement, et qu'il n'explique l'idée des différentielles qu'on recourant à celle de quantités infiniment petites, il sera impossible de disconvenir que les idées fondamentales de son bel ouvrage laissent encore beaucoup à désirer.

La théorie de Lagrange, développée dans les ouvrages si connus *Théorie des fonctions analytiques* et *Leçons sur le calcul des fonctions*, est beaucoup plus parfaite. Depuis le commencement même de sa théorie l'illustre auteur a fixé son attention sur la propriété qui distingue particulièrement le développement 1), comme le prouve le §. 6 du Chapitre I du premier ouvrage, où il observe que, par la nature de ce développement, l'accroissement h pourrai toujours être pris assez petit pour que $f_m x . h^m$ surpasse $\varphi(x, h)$. Il est vrai qu'il présente cette remarque importante sous la forme d'un théorème, au lieu d'en partir comme d'une définition, par laquelle est déterminé le sens même du développement en question; mais l'attention constante que porte ce grand géomètre à la circonstance dont il s'agit, et la détermination si importante des limites de $\varphi(x, h)$, par laquelle il a le premier démontré l'existence du développement en question pour une forme quelconque de f, montrent suffisamment qu'il regardait ce point de sa théorie comme un des plus essentiels. On ne sau-

rait douter non plus que Lagrange n'ait apperçu la nécessité d'établir l'équation 1) d'une manière parfaitement générale, puisque tant dans les Chapitres I et VI de l'ouvrage cité, que dans la 9:e des Leçons sur le calcul des fonctions, il la déduit sans admettre aucune restriction dans la forme de f. Mais, pour ce qui regarde les méthodes employées dans ces déductions, j'oserais croire qu'il y a quelque chose à objecter contre leur rigueur.

D'abord il parait naturel de remarquer contre l'exactitude du raisonnement au commencement du Chapitre I de la *Théorie des fonctions*, par lequel Lagrange cherche à établir que l'équation 1) ne saurait contenir des puissances fractionnaires ni négatives de h, qu'il n'y explique pas ce qu'il entend par le *développement* d'une fonction, et qu'il y fait en même temps complétement abstraction de la fonction supplémentaire $\varphi(x, h)$, laquelle cependant ne s'évanouit jamais, si ce n'est dans le cas très-particulier où fx est la somme d'un nombre limité de termes simples. Ces deux circonstances rendront toujours peu convaincant le raisonnement dont il s'agit, quelque ingénieuse que soit du reste l'idée sur laquelle y est fondée l'exclusion des puissances fractionnaires.

Il se présente de même facilement des observations contre la méthode très-simple qu'emploie Lagrange au §. 3 du Chapitre I, pour établir l'équation 1). Ayant posé l'équation

$$f(x+i) = fx + iP,$$

il en conclut d'abord que P est une fonction de x et i qui ne devient point infinie lorsque $i = o$. Sans s'arrêter à cette conclusion, qui n'est pas bien établie, on pourrait remarquer qu'il serait possible que P s'évanouît pour toutes les valeurs de x lorsque $i = o$, ce qui rendrait le coefficient p nul et détruirait par conséquent l'existence même de la fonction prime de fx. Par la même raison les autres coefficients q, r, etc. pourraient s'évanouir au lieu de devenir fonctions de x. Il est donc évident que par les méthodes du Chapitre I de la *Théorie des fonctions* l'équation 1) n'est pas encore suffisamment établie. Que Lagrange lui-même n'a pas été content de ces méthodes, sur lesquelles il appuie cependant les idées mêmes des fonctions dérivées, paraît évident par les deux autres méthodes de déduire l'équation dont il s'agit, qu'il propose au Chapitre VI du même ouvrage. Celles-ci sont sans doute plus parfaites; mais à l'égard de l'une et l'autre on pourra observer qu'elles supposent l'existence de la fonction prime, qui n'a pas été suffisamment prouvée. La même remarque est applicable à la déduction de l'équation 1) contenue dans la 9:e des *Leçons sur le calcul des fonctions*, qui d'ailleurs paraît préférable à toutes les autres par la facilité avec laquelle on en tire la propriété fondamentale de cette équation, citée plus haut. C'est toujours une démonstration générale et rigoureuse de l'existence de la fonction prime d'une fonction quelconque, que paraît laisser à désirer la théorie de l'auteur immortel.

Une méthode très-convenable pour établir rigoureusement les principes du Calcul Différentiel me parait être celle qu'a employée Ampère dans son excellent mémoire inséré au 13:e Cahier du *Journal de l'École Polytechnique* et ayant pour titre: *Recherches sur quelques points de la théorie des fonctions dérivées, qui conduisent à une nouvelle démonstration de la série de Taylor et à l'expression finie des termes qu'on néglige lorsqu'on arrête cette série à un terme quelconque.* Il commence ses recherches par une démonstration analytique très-ingénieuse de la propriété de la fonction de x et i

$$\frac{f(x+i)-fx}{i}$$

(où f désigne une fonction quelconque) de ne devenir nulle ni infinie pour toutes les valeurs de x comprises entre des limites données, lorsqu'on y suppose $i=o$, d'où il conclut que cette fonction, pour $i=o$, se réduit dans tous les cas à une fonction de x. Ce point essentiel établi, il y appuie une déduction élégante de l'équation 1), suivie d'une détermination très-simple de la valeur absolue et des limites de la fonction supplémentaire $\varphi(x, h)$.

Les seules remarques qui se présentent relativement à l'ouvrage d'Ampère me paraissent être les suivantes:

1:o N'a-t-il par fixé la condition essentielle que doit remplir chaque terme dû au développement de $f(x+i)$, par laquelle seule cette opération pourra avoir un sens réel et déterminé. Par

suite de ce défaut la déduction de l'équation 1) donnée par Ampère n'est pas complète, même après la détermination y ajoutée des limites du terme supplémentaire $\varphi(x, h)$, quoique il faille convenir qu'après cette détermination ce que laisse encore à désirer sa déduction est bien simple et facile à suppléer.

2:o Faudra-t-il compléter, sous quelques rapports, la démonstration qu'a donnée Ampère de la propriété de la fonction de x et de i

$$\frac{f(x+i)-fx}{i}$$

de se réduire, dans le cas de $i=o$, à une fonction de x, quelle que soit la forme de la fonction f. Ce complément sera proposé dans ce qui suit.

La plupart des auteurs qui traitent le Calcul Différentiel se contentent d'une marche moins générale et moins rigoureuse que celle de Lagrange et Ampère. Ainsi par exemple M. Lacroix dans son *Traité du Calcul Différentiel et du Calcul Intégral*, après avoir trouvé par les méthodes élémentaires de l'Algèbre que l'équation 1) a lieu sans exception pour des fonctions explicites particulières, en fait d'abord la base du Calcul Différentiel (l'ouvrage cité, 2:e édit, T. I, p. 140—145), mais en donne plus tard une déduction plus générale (p. 160—163), qui n'est cependant pas rigoureuse en ce que l'auteur célèbre y fait abstraction de la fonction supplémentaire, et qu'il ne définit pas ce que c'est que le dé-

veloppement en question. La démonstration ingénieuse de l'existence de la limite de

$$\frac{f(x+h)-fx}{h},$$

rapportée à la Note p. 241 de l'ouvrage de M. Lacroix, mérite sans doute beaucoup d'attention; mais, outre qu'elle a besoin d'être complétée, ainsi que nous l'avons déja remarqué pour celle d'Ampère, l'existence de la limite en question y est considérée sans aucune liaison avec celle de l'équation 1). Dans son *Traité Élémentaire du Calcul Différentiel et du Calcul Intégral* M. Lacroix appuie, comme nous savons, sur la considération de cette limite son exposition des premiers principes du Calcul Différentiel: mais il ne prouve pas l'existence générale de la limite dont il s'agit, et, pour la déduction de l'équation 1), elle se trouve, dans l'ouvrage en question, sujette aux remarques que nous avons déjà faites relativement à celle du Tome I, p. 160—163, du grand ouvrage. Enfin je me permettrai encore une remarque sur la manière dont envisagent tant M. Lacroix que plusieurs autres géomètres d'un grand mérite la propriété fondamentale de l'équation 1), qui s'exprime brièvement par l'identité de l'équation

$$\frac{\varphi(x,h)}{h^m}=o$$

pour $h=o$ et toutes les valeurs de x. Cette identité on l'adopte comme une chose claire et indubitable, qu'on ne se soucie pas de prouver (voyez par ex. l'ouvrage de M. Lacroix T. I, p. 348,

362, etc.); mais elle n'est certainement pas évidente par elle-même, puisque les termes du second membre d'une équation identique de la forme de celle désignée par 1) peuvent fort bien être tels, que l'identité en question n'a pas lieu. La propriété dont il s'agit n'étant pas un axiome, il faut qu'elle soit ou un théorème, ou une définition par laquelle est déterminé le sens même qu'on donne au développement de la fonction $f(x+h)$. Dans le premier cas, qui ne peut être admis qu'après une définition préalable de ce qu'on entend par le développement en question, il faudra démontrer la propriété citée; dans le second, il ne sera pas moins nécessaire d'en prouver l'existence, avant de l'employer. En tout cas la rigueur des conclusions exige donc que l'identité dont il s'agit soit prouvée.

Une méthode de faciliter singulièrement la déduction de l'équation 1), employée par quelques auteurs modernes, est celle de considérer la fonction fx sous la forme d'une série infinie. Supposant

$$fx = Ax^{\alpha} + Bx^{\beta} + Cx^{\gamma} + \text{\&c.},$$

on aura, selon cette méthode,

$$f(x+h) = A(x+h)^{\alpha} + B(x+h)^{\beta} + C(x+h)^{\gamma} + \text{\&c.},$$

où il n'y aura qu'à développer $(x+h)^{\alpha}$, $(x+h)^{\beta}$, etc. suivant les puissances de h, pour arriver au développement de $f(x+h)$ *).

*) Voyez par ex. *Ausführliches Lehrbuch der höhern Mathematik*, von Adam Burg, Wien 1832, 1833, I B., p. 441, et *Compendium der höhern Mathematik*, par le-même, Wien 1836, p. 393.

Mais cette méthode, quoique très-commode, n'est pas rigoureuse, puisqu'on y fait abstraction du terme supplémentaire du développement de fx, qui ne s'évanouit cependant jamais, excepté dans quelques cas très-particuliers.

Enfin il faudra dire quelques mots sur la méthode très-remarquable employée par M. Cauchy pour présenter les principes du Calcul Différentiel. Cette méthode, qui mérite la plus grande attention pour sa rigueur et sa simplicité, diffère, comme on sait, de toutes les autres en ce qu'elle ne dépend pas de la considération de l'équation 1). Dans la préface de l'ouvrage où est exposée sa méthode l'illustre auteur rend compte des raisons qui l'ont engagé à se frayer une nouvelle route dans le champ actuel, lesquelles portent toutes sur les inconvénients attachés à l'usage des séries infinies. Malgré le respect qu'inspire une telle autorité, j'oserais croire que cette circonstance ne doit pas nous faire abandonner la méthode ancienne de fonder les principes du Calcul Différentiel sur la considération du développement des fonctions. Il n'est pas douteux que l'emploi des séries infinies ne soit contraire à la rigueur nécessaire dans cette partie importante de l'Analyse, ainsi que l'observe M. Cauchy; mais l'idée du développement d'une fonction, conçue justement, n'entraine pas celle d'une série infinie: au contraire l'opération analytique connue sous ce nom ne pourra être définie convenablement que par la considération du reste qui complète l'identité de la somme des termes

succesifs qu'elle fournit avec la fonction développée. Au moyen d'une juste définition de ce procédé, laquelle devrait être introduite dans les éléments mêmes d'Algèbre, tout ce qui se rapporte au développement des fonctions pourra être présenté d'une manière aussi simple que rigoureuse, et il en sera de même du Calcul Différentiel, dont les principes, à l'aide de cette notion fondamentale, s'établissent avec autant de rigueur et de facilité que par la méthode ingénieuse de M. Cauchy. Qu'il nous soit, du reste, permis de remarquer que cet illustre géomètre, dont la théorie se recommande tant par sa rigueur, n'a pas jugé nécessaire de démontrer analytiquement *l'existence* de la fonction prime d'une fonction quelconque, ce que nous croirions cependant indispensable, pour que les principes du Calcul Différentiel aient toute la généralité qu'on est en droit d'en exiger.

Terminant ici les remarques que, dans l'intérêt de la science, nous avons cru devoir nous permettre relativement aux méthodes employées jusqu'ici pour présenter les principes du Calcul Différentiel, nous allons soumettre au jugement des géomètres celle que nous croirions la plus convenable par sa conformité aux idées habituelles sur ce sujet, sa simplicité et sa rigueur.

L'équation précitée 1) étant, à notre avis, la base naturelle du Calcul Différentiel, nous allons déduire cette équation de la manière qui nous paraît la plus satisfaisante. Les conditions établies au commencement de ce mémoire devant nous guider

dans cette tâche, nous commencerons par proposer la définition suivante du procédé analytique important, connu sous le nom de *développement* des fonctions:

Développer une fonction quelconque fu suivant les puissances de u, c'est former un nombre arbitraire de produits de la forme

$$au^m,$$

m ayant une valeur numérique déterminée et a ne dépendant pas de u, lesquels se succèdent d'après une telle loi, que le reste qui complète l'identité de leur somme avec fu pour toute valeur de u, divisé par la puissance de u qui entre dans le dernier de ces produits, donne pour quotient une fonction de u qui s'évanouit constamment pour $u=o$, ou constamment pour $\frac{1}{u}=0$.

De cette définition résultent plusieurs conséquences importantes, dont nous ne ferons observer ici que les suivantes, qui sont nécessaires au sujet actuel.

1:o La première alternative de la définition, ou l'hypothèse de $u=o$, étant adoptée, les exposants de u dans les produits consécutifs iront toujours en croissant, c'est-à-dire tendront de plus en plus vers l'infini positif, et le contraire aura lieu dans la supposition de $\frac{1}{u}=0$.

Pour le prouver, nous ferons remarquer que, dans l'équation

$$fu = au^m + \ldots bu^n + cu^p + \varphi u,$$

la coexistence des conditions

$$\frac{\varphi u}{u^p} = o, \quad \frac{cu^p + \varphi u}{u^n} = o,$$

c'est-à-dire

$$\frac{\varphi u}{u^p} = o, \quad cu^{p-n}\left(1 + \frac{\varphi u}{cu^p}\right) = o,$$

n'est évidemment pas possible, pour $u = o$, à moins que $p - n$ ne soit positif, ni pour $\frac{1}{u} = 0$, à moins que la même différence ne soit négative.

Dans le premier cas, ou lorsque les exposants augmentent continuellement, la série des termes dûs au développement de la fonction est nommée *ascendante*, dans le second *descendante*.

2:o Au contraire, une suite ascendante ou descendante, produite par le développement d'une fonction, indique certainement que, dans le premier cas, le développement a eu lieu dans l'hypothèse de $u = o$, et, dans le second, dans celle de $\frac{1}{u} = o$.

Car les deux équations précédentes

$$\frac{\varphi u}{u^p} = o, \quad cu^{p-n}\left(1 + \frac{\varphi u}{cu^p}\right) = o$$

ne peuvent évidemment coexister, lorsque $p - n$ est positif, sans que $u = o$, et, lorsque cette différence est négative, sans que $\frac{1}{u} = o$.

3:o Pour une fonction quelconque de u, qui n'a qu'une seule valeur pour chaque valeur de u, les termes successifs

$$au^m, \ldots bu^n, \; cu^p,$$

qui résultent de son développement, sont entièrement *déterminés*, tant dans l'hypothèse de $u = o$, que dans celle de $\frac{1}{u} = o$, de manière que le coefficient ou l'exposant de tel de ces termes qu'on voudra étant tant soit peu changé, la condition essentielle établie ci-dessus pour le développement d'une fonction, ne pourra plus en être remplie.

Pour démontrer cette vérité, soient, comme précédemment,

$$au^m, \ldots bu^n, \; cu^p$$

les termes qui résultent du développement de la fonction fu; nous allons prouver qu'un produit quelconque $c_{,}u^{p_{,}}$ différent de cu^p, substitué au lieu de cu^p, ne satisfait plus à la condition qui caractérise essentiellement le développement de fu.

Posant

$$fu = au^m + \ldots bu^n + cu^p + \varphi u = au^m + \ldots bu^n + c_{,}u^{p_{,}} + \varphi_{,}u,$$

on aura

$$c_{,}u^{p_{,}} + \varphi_{,}u = cu^p + \varphi u$$

$$\varphi_{,}u = cu^p - c_{,}u^{p_{,}} + \varphi u,$$

$$\frac{\varphi_{,}u}{u^{p_{,}}} = cu^{p-p_{,}}\left(1 + \frac{\varphi u}{cu^p}\right) - c_{,},$$

valeur qui évidemment ne s'évanouit ni pour $u = o$, ni pour $\frac{1}{u} = o$, si p, $p_{,}$, c, $c_{,}$ ont des valeurs finies qui ne remplissent pas les deux conditions

$$p_{,} = p, \; c_{,} = c,$$

puisque, selon l'hypothèse, soit pour $u = o$ soit pour $\frac{1}{u} = o$,

$$\frac{\varphi u}{u^p} = o.$$

La proposition inverse de celle que nous venons d'établir n'a pas lieu. En effet la même suite de termes, prolongée indéfiniment, pourra résulter du développement de fonctions différentes, comme le prouvent les fonctions

$$fu \quad \text{et} \quad fu + e^{-\left(\frac{1}{u}\right)^2},$$

où fu désigne une fonction de u quelconque, et e la base des logarithmes népériens.

La question générale du développement des fonctions étant éclaircie autant que l'exige notre but actuel, nous allons effectuer cette opération sur l'expression générale $f(x+h)$ où f représente une fonction quelconque, le développement ayant lieu par rapport à h et dans l'hypothèse continuellement répétée de $h=o$.

Soit d'abord f une fonction quelconque *uniforme*, *réelle* et *continue* *).

*) Par fonction *réelle* d'une ou de plusieurs quantités nous entendons une fonction qui ne prend pas des valeurs imaginaires pour *toutes* les valeurs réelles de ces quantités; par fonction *continue* une fonction susceptible de variations moindres qu'une quantité donnée quelconque: d'où s'ensuit immédiatement ce qu'il faudra entendre par fonction *imaginaire* ou *discontinue*. L'acception ancienne des mots *fonction continue* et *fonction discontinue*, qui ne convient pas bien à l'état actuel de la science, n'est donc pas employée ici. Du reste le mot *fonction* est ici appliqué à des quantités même *invariables* pour toutes les valeurs d'une ou de plusieurs autres dont elles sont censées dépendantes, comme il le faut en effet, puisque la dépendance continuelle d'une quantité de quelques autres, qui la rend *fonction* de celles-ci, n'exige pas nécessairement que

Pour préparer la solution du problème important dont il s'agit nous prouverons d'abord deux propositions préliminaires, dont la *première* sera celle que *la fonction de x et de h*

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

se change, dans la supposition de $h=o$, en une fonction uniforme et continue de x, qui ne s'évanouit pas pour toutes les valeurs de cette variable si fx est susceptible de variations continuelles en même temps que x, et dont les valeurs sont réelles pour toutes les valeurs réelles de x comprises entre des limites quelconques, si fx se trouve réelle pour ces mêmes valeurs.

Pour la démonstration de ce théorème analytique nous partirons des principes suivants, dont la vérité paraît évidente, et qui d'ailleurs seront utiles sous d'autres rapports dans ce qui suit.

1) Toute fonction uniforme, réelle et continue de deux variables x et h se réduit, lorsque $h=o$, à *une fonction uniforme, réelle et continue de x,* s'il y a des limites de x telles, que toutes les valeurs de x en comprises ne la rendent, dans le cas de $h=o$, ni *imaginaire*, ni *discontinue*, ni *infinie*, ni enfin *indéterminée* *).

cette quantité soit variable. C'est ainsi que *zéro* lui-même devra être regardé comme fonction d'une ou de plusieurs quantités, si cette valeur particulière en résulte constamment par quelque opération analytique.

*) C'est par une exposition de ce principe plus convenable que celle qu'on a fait auparavant, que nous nous proposons de perfectionner la démon-

2) Quelle que soit une fonction uniforme, réelle et continue fx, susceptible de variations continuelles en même temps que x, il sera possible de prendre des limites de x telles, que depuis l'une d'elles jusqu'à l'autre cette fonction soit toujours croissante ou toujours décroissante, et des limites de x telles, que pour une ou plusieurs valeurs de x en comprises et invariables, et des valeurs de h décroissant continuellement d'une limite donnée vers zéro, la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

soit toujours croissante ou toujours décroissante, si par la forme particulière de fx cette fonction de x et de h ne reste invariable.

3) Si une fonction uniforme de h prend une valeur *imaginaire* pour $h=o$, il y aura toujours une valeur de h finie et dé-

stration ancienne de la vérité en question. En effet on s'est contenté, comme le font voir les démonstrations d'Ampère et de Binet citées plus haut, d'établir en principe *qu'une fonction quelconque de x et de h se change, pour $h=o$, nécessairement en une fonction de x, si elle ne prend alors une valeur nulle ou infinie pour toutes les valeurs de x.* Sans nous arrêter à la remarque que la valeur nulle d'une fonction pour toutes les valeurs de x ne l'empêche pas de rester une fonction de x, ainsi que nous l'avons observé dans la note précédente, nous ferons remarquer que le principe en question n'est pas exact, puisqu'il y a des fonctions de x et de h qui, pour $h=o$, ne deviennent ni nulles ni infinies pour toutes les valeurs de x, mais cependant ne se changent pas en fonctions de x parce qu'elles prennent des valeurs *indéterminées* pour toute valeur de x. Telle est par exemple $\text{Sin}\frac{x}{h}$. De plus le même principe est évidemment défectueux en ce qu'il n'y est pas fait mention de la possibilité que la fonction de x et de h devienne, pour $h=o$, *imaginaire* ou *discontinue.*

terminée positive, et une autre négative, l'une et autre moindre qu'une quantité donnée quelconque, qui rendront encore la valeur de cette fonction imaginaire.

4) Une fonction uniforme et continue de h, qui ne prend pas une valeur imaginaire quelque petite que soit h, ne saurait devenir *nulle* ni *infinie* pour $h = o$, sans se trouver, pour une valeur de h assez petite, dans le premier cas moindre et, dans le second, plus grande que toute quantité donnée et, de plus, dans chacun de ces deux cas, continuer à diminuer (pourvu qu'elle ne s'évanouisse pas pour toute valeur de h) et à augmenter respectivement à mesure que h décroit au-dessous de cette valeur.

5) Une fonction uniforme et continue de h, qui ne prend pas une valeur imaginaire quelque petite que soit h, ne saurait devenir *indéterminée* pour $h = o$ (comme p. ex. Sin $\frac{1}{h}$), sans se trouver tantôt croissante, tantôt décroissante, pour des valeurs de h diminuant continuellement au-dessous d'une limite donnée quelconque.

Au moyen de ces principes la démonstration dont il s'agit se fera de la manière suivante:

1:o Si la fonction uniforme, réelle et continue fx n'est pas susceptible de variations continuelles en même temps que x, la fonction

[illegible]

s'évanouira, dans le cas de $h = o$, pour *toutes les valeurs* de x pour lesquelles fx sera réelle (ce qui ne l'empêchera pas d'être encore une fonction uniforme, réelle et continue de x, d'après la remarque ci-dessus).

Car, dans ce cas, la différence

$$f(x+h) - fx$$

sera nécessairement égale à *zéro* pour une valeur quelconque de x qui rend fx réelle, et une valeur arbitraire de h au dessous d'une limite donnée, ce qui rendra la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

nulle pour toute valeur de x et une valeur de h aussi petite qu'on voudra, et par conséquent aussi *nulle* pour toute valeur de x et $h = o$, puisqu'en vertu des principes ci-dessus 3), 4), 5) cette fonction ne saurait alors prendre une valeur *imaginaire*, *infinie* ou *indéterminée*, et qu'il est en même temps impossible qu'elle prenne alors une valeur *finie*, parce qu'elle resterait dans ce cas-là finie pour une valeur de h suffisamment petite, par suite de sa continuité non interrompue par des valeurs imaginaires quelque petite que soit h, ce qui n'a pas lieu *).

*) Si la fonction fx, que nous supposons n'être pas susceptible de variations continuelles en même temps que x, n'était invariable pour *toutes* les valeurs de x, mais seulement pour des valeurs de cette variable contenues entre des limites déterminées, au delà desquelles elle changerait

2:o Quelle que soit une fonction uniforme, réelle et continue fx, la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

ne saurait, dans le cas de $h=o$, prendre une valeur *imaginaire* pour aucune valeur de x comprise entre des limites quelconques, si fx se trouve réelle pour toutes les valeurs de x contenues entre ces mêmes limites.

Soient a, b les limites en question, et posons que, pour une valeur de x nommée α, comprise entre a et b, la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

---

brusquement de valeur pour rester invariable jusqu'à d'autres limites, et ainsi de suite, la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

prendrait, pour les valeurs de x relatives aux changements brusques en question, dans le cas de $h=o$ non seulement une valeur *nulle*, mais encore une autre *infinie*, puisque, pour ces valeurs de x, la différence

$$f(x+h)-fx$$

aurait non seulement, quelque petite que fût h, une valeur nulle, mais encore une autre d'une grandeur finie et indépendante de h; mais il faudra observer que la fonction fx, bien que réelle et continue, n'appartiendrait pas alors à la classe des fonctions *uniformes*, puisqu'il y aurait des valeurs de x pour lesquelles elle aurait plus d'une valeur. Des fonctions de cette espèce ne paraissent pas devoir être nommées uniformes, même si elles l'étaient apparemment à cause que leurs valeurs relativement aux changements brusques qui les caractérisent seraient, pour les mêmes valeurs de x, égales entre elles. Nous les prendrons en considération plus bas, lorsqu'il s'agira d'étendre le développement de $f(x+h)$ à des fonctions d'une espèce quelconque.

se trouve imaginaire lorsque $h = o$, bien que fx soit réelle pour toute valeur de x contenue entre ces limites. La fonction de h

$$\frac{f(\alpha + h) - f\alpha}{h}$$

sera donc imaginaire pour $h = o$. Or, en vertu de notre 3:e principe il y aura toujours une valeur finie et déterminée de h, moindre que la différence entre b et α, pour laquelle cette dernière fonction restera encore imaginaire. Cette valeur étant nommée h', l'expression

$$\frac{f(\alpha + h') - f\alpha}{h'}$$

se trouvera donc encore imaginaire. Or, d'après l'hypothèse établie sur fx, tant $f\alpha$ que $f(\alpha + h')$ sont réelles, puisque α et $\alpha + h'$ sont comprises entre a, b. Donc

$$\frac{f(\alpha + h') - f\alpha}{h'}$$

devra aussi être réelle: conclusion contraire à la précédente. La vérité qu'il fallait établir est donc manifeste *).

De la démonstration précédente résulte immédiatement que la fonction

$$\frac{f(x + h) - fx}{h}$$

ne saurait, dans le cas de $h = o$, devenir *discontinue* pour des valeurs de x comprises entre les limites citées a et b, puisque cela ne pourrait évidemment arriver sans que cette fonction prît, dans la

*) Que la démonstration ci-dessus a encore lieu si α coïncide avec a ou b, s'ensuit de la manière dont est énoncé le principe 3).

supposition de $h=o$, des valeurs imaginaires pour des valeurs de x contenues entre ces limites, ce qui, comme on l'a vu, n'a pas lieu.

3:o Si la fonction fx est susceptible de variations continuelles en même temps que x, la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

ne saurait, dans le cas de $h=o$, prendre une valeur *nulle* ni *infinie* pour toutes les valeurs de x comprises entre les limites citées ci-dessus a et b.

Soient k, l des valeurs de x comprises entre a et b, pour lesquelles, ainsi que pour toute valeur de x intermédiaire, la fonction fx prenne des valeurs réelles, finies et déterminées, et soit, de plus, cette fonction toujours croissante ou toujours décroissante depuis k jusqu'à l. Nous allons prouver que la fonction de x et de h dont il s'agit ne pourra, dans le cas de $h=o$, devenir nulle ni infinie pour *toutes* les valeurs de x comprises entre ces limites, d'où résultera tout de suite qu'elle ne le deviendra pas non plus pour toutes les valeurs de x contenues entre a et b.

Car, posons que l'un ou l'autre de ces cas ait lieu. La fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h},$$

qui pour aucune valeur de x contenue entre k et l ne prend une valeur imaginaire quelque petite que soit h, pourra donc devenir, d'après notre 4:e principe, pour *toutes les valeurs de x comprises*

entre k et l, dans le premier cas *plus petite* et, dans le second, *plus grande* qu'une quantité quelconque donnée, par exemple

$$\frac{fl-fk}{l-k},$$

pourvu qu'on assigne à l'accroissement h une valeur assez petite pour cela, que nous nommerons h'. On aura donc, pour *toutes* les valeurs de x comprises entre k et l,

$$\frac{f(x+h')-fx}{h'} < \text{ ou } > \frac{fl-fk}{l-k},$$

et cela aura lieu, d'après le même principe, pour une valeur quelconque de h moindre que h'.

Maintenant, si l'on pose

$$\frac{l-k}{n}=k',$$

n étant un nombre entier positif quelconque plus grand que l'unité, la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

prendra, pour $h=k'$ et chacune des valeurs de x

$$k,\ k+k',\ k+2k',\ ..\ k+(n-1)k',$$

respectivement les valeurs suivantes au nombre de n

$$\frac{f(k+k')-fk}{k'},$$

$$\frac{f(k+2k')-f(k+k')}{k'},$$

$$\frac{f(k+3k')-f(k+2k')}{k'},$$

. . . .

$$\frac{f(k+nk')-f(k+(n-1)k')}{k'},$$

qui seront toutes de même signe, d'après l'hypothèse établie pour les limites k, l.

La somme de ces valeurs étant visiblement

$$\frac{f(k+ni')-fk}{i'},$$

c'est-à-dire

$$n\left(\frac{fl-fk}{l-k}\right),$$

il est évident qu'elles ne sauraient être *toutes plus petites* ou *toutes plus grandes* que

$$\frac{fl-fk}{l-k};$$

puisque, dans le premier cas, leur somme deviendrait moindre et, dans le second, plus grande que celle que nous venons de déterminer.

Or le nombre entier n étant arbitraire on pourra évidemment le prendre assez grand pour que

$$i' \left(=\frac{l-k}{n}\right) < h'.$$

Donc, bien que $i' < h'$, il y aura, entre les limites k et l, des valeurs de x pour lesquelles les valeurs correspondantes de la fonction

$$\frac{f(x+i')-fx}{i'}$$

ne seront pas moindres que

$$\frac{fl-fk}{l-k},$$

ni plus grandes que cette quantité; ce qui répugne à la conclusion précédente tirée de la supposition que

$$\frac{f(x+h')-fx}{h'}$$

soit nulle ou infinie pour toutes les valeurs de x comprises entre k et l. Cette supposition doit donc elle-même être rejetée *).

4:o Si la fonction fx est susceptible de variations continuelles en même temps que x, la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

ne saurait non plus, dans le cas de $h=o$, prendre une valeur *indéterminée* pour toutes les valeurs de x comprises entre les limites citées a et b.

Soient c, d, etc. des valeurs de x comprises entre a et b, pour lesquelles la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

se trouve toujours croissante ou toujours décroissante, ou bien invariable, pendant que h décroit continuellement, ce qui, d'après le 2:d principe adopté ci-dessus, sera toujours possible. Cela établi, il résultera immédiatement du 5:e principe posé dans ce qui précède, que notre fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

ne saurait, pour $h=o$, devenir indéterminée pour *toutes* les valeurs de x comprises entre a et b, puisqu'en vertu de ce principe cette fonction se trouverait alors, pour une valeur *quelconque* de x

*) La démonstration précédente est connue depuis long-temps, mais nous avons tâché de la rendre plus convaincante qu'elle ne l'est ordinairement, en lui donnant la forme indirecte ci-dessus.

comprise entre ces limites, tantôt croissante, tantôt décroissante, pendant le décroissement continuel de h, ce qui, comme nous l'avons vu, n'est pas le cas.

Les différents résultats que nous venons de prouver, conduisent évidemment, à l'aide du 1:r principe ci-dessus, à la vérité fondamentale qu'il s'agissait d'établir, savoir que, pour une fonction quelconque uniforme, réelle et continue désignée par f, le rapport

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

se change, dans la supposition de $h=o$, toujours en une fonction uniforme, réelle et continue de x, qui ne s'évanouit pour toutes les valeurs de x que dans le cas très-particulier où fx n'est pas susceptible de variations continuelles dûes à celles de x.

Avant d'aller plus loin nous nous arrêterons un peu à quelques conséquences naturelles de la vérité importante que nous venons de déduire.

La fonction de x, à laquelle se réduit, d'après ce qui précède, dans tous les cas le rapport

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

lorsqu'on y suppose $h=o$, et dont la forme dépend évidemment de celle de fx, se nomme la fonction *dérivée* de celle-ci et sera dans ce qui suit désignée par $f'x$. La fonction dérivée de $f'x$ sera représentée par $f''x$, celle de $f''x$ par $f'''x$, et ainsi de suite. Les fonctions

$$f''x,\ f'''x,\ \text{etc.},$$

quel que soit leur nombre, dépendant, pour leur forme, aussi de celle de la première fonction fx, en sont nommées respectivement fonctions *dérivées du second, troisième, etc. ordre.* La fonction dérivée de fx du n^e *ordre*, n étant un nombre entier positif quelconque, sera désignée par $f^{(n)}x$, et la fonction fx, de laquelle elle dérive, en sera en général nommée la fonction *primitive*.

Ceci remarqué, nous ferons observer les résultats particuliers suivants, qui nous sont nécessaires pour ce qui suit:

1:o La fonction

$$ax^m,$$

où a ne dépend pas de x et m désigne un nombre entier positif quelconque, a pour dérivée, relativement à x,

$$amx^{m-1}.$$

En effet quelques multiplications successives du binôme $x+h$ par lui-même font voir que

$$(x+h)^m = x^m + mx^{m-1}h + bh^2 + ch^3 + \ldots h^m,$$

où b, c, .. ne dépendent pas de h. Donc

$$\frac{a(x+h)^m - ax^m}{h} = \frac{a[(x+h)^m - x^m]}{h}$$

$$= \frac{a(x^m + mx^{m-1}h + bh^2 + ch^3 + \ldots h^m - x^m)}{h}$$

$$= a(mx^{m-1} + bh + ch^2 + \ldots h^{m-1}),$$

expression qui, pour $h = o$, se réduit évidemment à amx^{m-1}.

2:o La fonction

$$a + \varphi x.$$

où a ne dépend pas de x et φx désigne une fonction quelconque (uniforme, réelle et continue) de x, a, par rapport à x, *la même dérivée* que φx.

Car

$$\frac{[a+\varphi(x+h)]-[a+\varphi x]}{h} = \frac{\varphi(x+h)-\varphi x}{h},$$

d'où, par la supposition de $h=o$, résulte évidemment la vérité dont il s'agit.

3:o La fonction

$$\varphi x + \psi x + \ldots \omega x,$$

où φx, ψx, .. ωx représentent des fonctions quelconques (uniformes, réelles et continues) de x, a pour dérivée

$$\varphi' x + \psi' x + \ldots \omega' x,$$

$\varphi' x$, $\psi' x$, .. $\omega' x$ étant les dérivées respectives des φx, ψx .. ωx.

Car la fonction

$$\frac{[\varphi(x+h)+\psi(x+h)+\ldots\omega(x+h)]-[\varphi x+\psi x+\ldots\omega x]}{h}$$

est identique avec

$$\frac{\varphi(x+h)-\varphi x}{h} + \frac{\psi(x+h)-\psi x}{h} + \ldots \frac{\omega(x+h)-\omega x}{h},$$

d'où, par la supposition de $h=o$, découle visiblement la vérité en question.

4:o La fonction

$$f^{(n)}(a+x)$$

où a ne dépend pas de x, a pour dérivée par rapport à x

$$f^{(n+1)}(a+x).$$

Car la fonction de y et de h

$$\frac{f^{(n)}(y+h)-f^{(n)}y}{h}$$

se change, d'après ce qui précède, lorsque $h=o$, en $f^{(n+1)}y$, quelle que soit la valeur de y. Donc la fonction

$$\frac{f^{(n)}(a+x+h)-f^{(n)}(a+x)}{h}$$

se réduira, dans le cas de $h=o$, nécessairement à $f^{(n+1)}(a+x)$, puisque $a+x$, ainsi que y, ne pourra que représenter tous les nombres possibles.

La *seconde* proposition préliminaire, dont nous avons besoin pour le développement de la fonction $f(x+h)$, est la suivante:

Si fh désigne une fonction de h quelconque uniforme, réelle et continue, telle que

$$fh,\ f'h,\ f''h,\ \ldots\ f^{(n-1)}h$$

s'évanouissent toutes pour $h=o$, et qu'aucune des

$$fh,\ f'h,\ f''h,\ \ldots\ f^{(n-1)}h,\ f^{(n)}h$$

ne devienne imaginaire, infinie ou indéterminée pour

une valeur de h quelconque qui ne franchit pas les limites o et k (k étant une quantité réelle, finie et déterminée), la fonction

$$\frac{fh}{h^n}$$

prendra, dans le cas de $h = o$, la valeur

$$\frac{f^n o}{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots n}.$$

Pour la démonstration de cette vérité nous allons prouver préalablement deux autres.

1:o Si φh représente une fonction de h quelconque uniforme, réelle et continue, qui *s'évanouit pour $h = o$* et dont la dérivée *$\varphi' h$ ne change pas de signe* pour une valeur de h quelconque qui ne sort pas des limites o et k (k étant une quantité réelle, finie et déterminée), et, de plus, ces deux fonctions ne deviennent pas *imaginaires*, *infinies* ou *indéterminées* pour de telles valeurs de h, les fonctions

$$\varphi h \quad \text{et} \quad \varphi' h$$

ne sauraient, lorsque k est *positive*, avoir des signes *contraires*, ni, lorsque k est *négative*, le *même* signe, pour aucune valeur de h qui ne dépasse les limites dont il s'agit.

La fonction

$$\left[\frac{\varphi(h+i) - \varphi h}{i}\right] - \varphi' h,$$

que pour abréger nous désignerons par $\psi(h, i)$, s'évanouissant en même temps que i, deviendra, pour une valeur de i suffisamment

petite, évidemment moindre que $\varphi' h$, si toutefois cette dernière n'est égale à zéro. Les fonctions

$$\varphi' h + \psi(h, i) \quad \text{et} \quad \varphi' h$$

ne sauraient donc, pour une valeur de i assez petite, avoir des signes différents dans aucun cas, puisque, si $\varphi' h$ s'évanouissait même, elle n'en prendrait cependant pas un signe contraire à celui de la fonction $\varphi' h + \psi\ (h, i)$.

Or

$$\varphi' h + \psi(h, i) = \frac{\varphi(h+i) - \varphi h}{i}.$$

Donc les fonctions

$$\frac{\varphi(h+i) - \varphi h}{i} \text{ et } \varphi' h,$$

et par conséquent

$$\varphi(h+i) - \varphi h \text{ et } i\varphi' h,$$

ne pourront avoir des signes différents, pourvu que i soit suffisamment petite.

Maintenant, si l'on suppose une valeur quelconque de h, comprise entre o et k, partagée en un nombre n d'intervalles égaux, il est évident que la substitution successive de $\frac{h}{n}$ au lieu de i, et celle des valeurs

$$o, \ \frac{h}{n}, \ \frac{2h}{n}, \ldots \frac{(n-1)h}{n}$$

au lieu de h, dans la différence

$$\varphi(h+i) - \varphi h,$$

en donnera les valeurs suivantes au nombre de n

$$\varphi\left(\frac{h}{n}\right)-\varphi o,\quad \varphi\left(\frac{2h}{n}\right)-\varphi\left(\frac{h}{n}\right),\quad \varphi\left(\frac{3h}{n}\right)-\varphi\left(\frac{2h}{n}\right);\ \ldots\ \varphi\left(\frac{nh}{n}\right)-\varphi\left(\frac{(n-1)h}{n}\right),$$

dont, d'après ce qui précède, aucune ne pourra être d'un signe contraire à celui de la valeur qui lui correspond dans la suite

$$\frac{h}{n}\varphi' o,\quad \frac{h}{n}\varphi'\left(\frac{h}{n}\right),\quad \frac{h}{n}\varphi'\left(\frac{2h}{n}\right),\ \ldots\ \frac{h}{n}\varphi'\left(\frac{(n-1)h}{n}\right),$$

c'est-à-dire (puisque $\varphi' h$ est supposée ne pas changer de signe depuis $h=o$ jusqu'à $h=k$) à celui de

$$h\varphi' h,$$

pourvu que l'accroissement constant $\frac{h}{n}$ soit d'une petitesse suffisante, ce qui aura toujours lieu si l'on suppose le nombre entier n assez grand. Or aucun terme de la première suite précédente n'ayant un signe contraire à celui de $h\varphi' h$, pourvu que n soit assez grand, il est évident que leur *somme*, qui n'est autre chose que la fonction φh, ne pourra non plus être d'un signe contraire à celui de $h\varphi' h$; d'où résulte évidemment la vérité qu'il s'agissait d'établir *).

*) La vérité ci-dessus est démontrée dans plusieurs ouvrages sur le Calcul Différentiel, mais nous croyons en avoir amelioré un peu l'exposition, en la présentant sous une forme négative, pour embrasser la possibilité incontestable de $\varphi h=o$ et $\varphi' h=o$. Du reste, pour compléter ce qui se rapporte a la vérité dont il s'agit, on pourra observer qu'il s'ensuit du 1:r point de la démonstration de notre première proposition preliminaire (p. 430—1) que, dans le cas où φh s'évanouit pour toute valeur de h entre o et k, $\varphi' h$ le fera de même, et du 3:e (p. 434—7) que, si $\varphi' h$ s'évanouit pour une valeur de h quelconque entre ces limites, φh le fera aussi.

2:o Si fh désigne une fonction de h quelconque uniforme, réelle et continue, telle que

$$fh,\ f'h,\ f''h,\ \ldots f^{(n-1)}h$$

s'évanouissent toutes pour $h=o$, et qu'aucune des

$$fh,\ f'h,\ f''h,\ \ldots f^{(n-1)}h,\ f^{(n)}h$$

ne devienne *imaginaire*, *infinie* ou *indéterminée* pour une valeur de h quelconque qui ne sort pas des limites o et k, (k étant une quantité réelle, finie et déterminée), la fonction

$$\frac{fh}{h^n}$$

ne franchira pour aucune de ces valeurs de h qui soit *finie*, les limites que déterminent les valeurs de la fonction

$$\frac{f^{(n)}h}{1.2.3..n}$$

le plus et le moins avancées vers l'infini positif parmi toutes celles que pourra prendre cette fonction pour les valeurs de h premièrement citées.

La première de ces deux valeurs de

$$\frac{f^{(n)}h}{1.2.3..n},$$

étant désignée par p et la seconde par q, il s'ensuit de l'hypothèse que p et q sont toutes deux réelles, non infinies et déterminées. De plus il est évident que, pour une valeur de h quelconque qui ne sort pas des limites o et k, la première des deux fonctions

$$\frac{f^{(n)}h}{1.2..n}-p \quad \text{et} \quad \frac{f^{(n)}h}{1.2..n}-q$$

sera nécessairement *négative* ou égale à zéro, et la seconde *positive* ou égale à zéro. Or les fonctions au nombre de n

$$\left.\begin{array}{l} \frac{f^{(n)}h}{1.2..n} - p \\ \frac{f^{(n-1)}h}{1.2..n} - ph \\ \frac{f^{(n-2)}h}{1.2..n} - \frac{ph^2}{1.2} \\ \frac{f^{(n-3)}h}{1.2..n} - \frac{ph^3}{1.2.3} \\ \ldots\ldots\ldots \\ \frac{f'h}{1.2..n} - \frac{ph^{n-1}}{1.2..(n-1)} \end{array}\right\} \text{sont respectivement les dérivées des} \left\{\begin{array}{l} \frac{f^{(n-1)}h}{1.2..n} - ph \\ \frac{f^{(n-2)}h}{1.2..n} - \frac{ph^2}{1.2} \\ \frac{f^{(n-3)}h}{1.2..n} - \frac{ph^3}{1.2.3} \\ \frac{f^{(n-4)}h}{1.2..n} - \frac{ph^4}{1.2.3.4} \\ \ldots\ldots\ldots \\ \frac{fh}{1.2..n} - \frac{ph^n}{1.2..n}, \end{array}\right.$$

d'après le 1:r et le 3:e des quatre résultats particuliers déduits plus haut (p. 439, 440). De plus, en vertu de l'hypothèse, les fonctions primitives contenues dans la deuxième colonne s'évanouissent toutes pour $h = o$ et ni elles, ni leurs dérivées respectives, deviennent imaginaires, infinies ou indéterminées pour une valeur de h quelconque qui ne sort pas des limites o et k. Donc, si l'on suppose d'abord k *positive*, la première fonction primitive

$$\frac{f^{(n-1)}h}{1.2..n} - ph$$

sera, en vertu de la vérité que nous venons de prouver, *négative* ou égale à zéro pour une valeur de h quelconque qui ne sort pas des limites o et k. La seconde fonction primitive

$$\frac{f^{(n-2)}h}{1.2..n} - \frac{ph^2}{1.2}$$

sera, par la même raison, *négative* ou égale à zéro pour les valeurs de h en question; et ainsi de suite, jusqu'à la dernière

$$\frac{fh}{1.2..n} - \frac{ph^n}{1.2..n},$$

qui, de même, sera *négative* ou égale à zéro pour toute valeur de h sujette à la condition citée. Si l'on change p en q, le même raisonnement nous fera voir que la dernière fonction primitive

$$\frac{fh}{1.2..n} - \frac{qh^n}{1.2..n}$$

sera actuellement *positive*, ou bien égale à zéro, pour toutes les valeurs de h dont il s'agit.

Si l'on suppose k *négative*, la vérité que nous venons de citer conduira à la conséquence que la première fonction primitive

$$\frac{f^{(n-1)}h}{1.2..n} - ph$$

sera *positive* ou égale à zéro pour les valeurs de h en question; la seconde fonction primitive

$$\frac{f^{(n-2)}h}{1.2..n} - \frac{ph^2}{1.2}$$

négative ou égale à zéro pour ces valeurs de h; la troisième

$$\frac{f^{(n-3)}h}{1.2..n} - \frac{ph^3}{1.2.3}$$

positive ou égale à zéro pour ces valeurs; et ainsi de suite alternativement, jusqu'à la dernière

$$\frac{fh}{1.2..n} - \frac{ph^n}{1.2..n},$$

qui sera *négative* ou égale à zéro, ou bien *positive* ou égale à zéro, pour les valeurs de h dont il s'agit, suivant que le nombre

entier n sera respectivement *pair* et *impair*. Si l'on change p en q, la première fonction primitive

$$\frac{f^{(n-1)}h}{1.2..n} - qh$$

sera au contraire, dans le cas actuel, *négative* ou égale à zéro pour les valeurs de h en question; la seconde

$$\frac{f^{(n-2)}h}{1.2..n} - \frac{qh^2}{1.2}$$

positive ou égale à zéro pour ces valeurs; et ainsi de suite alternativement, jusqu'à la dernière

$$\frac{fh}{1.2..n} - \frac{qh^n}{1.2..n},$$

qui, si elle ne s'évanouit pas, sera *positive* ou *négative* pour les valeurs de h dont il s'agit, suivant que le nombre entier n sera respectivement *pair* ou *impair*.

Il est donc évident que, quels que soient la limite k et le nombre entier n, les fonctions

$$\frac{fh}{1.2..n} - \frac{ph^n}{1.2..n} \quad \text{et} \quad \frac{fh}{1.2..n} - \frac{qh^n}{1.2..n}$$

ne sauraient être de même signe pour une valeur de h quelconque qui ne sort pas des limites o et k, d'où s'ensuit que, pour une telle valeur de h qui soit *finie*, les fonctions

$$\frac{fh}{h^n} - p \quad \text{et} \quad \frac{fh}{h^n} - q$$

ne pourront non plus avoir le même signe, et que, par conséquent, la fonction

$$\frac{fh}{h^n}$$

ne saurait, pour une valeur de h assujétie à cette dernière condition, franchir les limites p et q *), c'est-à-dire les valeurs le plus et le moins avancées vers l'infini positif, dont sera susceptible la fonction

$$\frac{f^{(n)}h}{1.2..n}$$

pour des valeurs de h qui ne franchissent pas les limites o et k; ce qu'il s'agissait de prouver **).

---

*) Si $p=q$, la fonction

$$\frac{f^{(n)}h}{1.2..n}-p \quad \text{ou} \quad \frac{f^{(n)}h}{1.2..n}-q$$

s'évanouira évidemment pour une valeur de h quelconque entre o et k, d'où, d'après la remarque insérée dans la note p. 444, chacune des n fonctions primitives citées s'évanouira de même pour toutes les valeurs de h entre ces limites. On aura donc, dans le cas dont il s'agit,

$$fh=ph^n,$$

pour une valeur de h quelconque entre les limites citées.

**) Le théorème important prouvé ci-dessus se trouve, pour le fond, parmi ceux que propose M. Cauchy dans la 4:e Leçon de son Calcul Différentiel; mais j'ai cru devoir en donner une démonstration différente de celle de cet illustre géomètre. En effet la démonstration très-simple que donne M. Cauchy du 2:d théorème de cette Leçon, lequel sert de base à tous les autres y contenus, me paraît sujette à une remarque que je me suis proposé d'éviter ici, savoir qu'il serait possible que les valeurs A et B, qui dans son ouvrage désignent respectivement la plus petite et la plus grande valeur de la fonction

$$\frac{f'(x)}{F'(x)}$$

entre les limites $x=x_o$ et $x=X$, fussent *infinies*, circonstance qui du moins n'était pas éclaircie relativement au cas de $F(x)=x^n$, lorsque,

Au moyen de la vérité que nous venons d'établir notre proposition principale se prouve aisément de la manière suivante.

Si la fonction dont il s'agit

$$\frac{fh}{h^n}$$

ne prend pas, dans le cas de $h = o$, la valeur réelle, non infinie et déterminée citée

$$\frac{f^n o}{1.2.3..n},$$

cette fonction prendra nécessairement, dans ce cas, soit une valeur *imaginaire*, *infinie* ou *indéterminée*, soit une valeur *réelle*, *non infinie et déterminée* différente de

$$\frac{f^n o}{1.2..n}.$$

Or la fonction

$$\frac{fh}{h^n}$$

---

par cette supposition particulière, le théorème en question fut appliqué à la déduction de la vérité dont il s'agit ici. Si de telles deductions sont en effet très-fréquentes dans l'Analyse, du moins oserais je croire que lorsqu'il s'agit de fonder avec la plus grande rigueur possible les parties élevées et épineuses de cette branche des Mathématiques, il sera préférable de ne raisonner que sur des valeurs que l'on sait d'avance, soit par une hypothèse, soit par une démonstration, n'être pas infinies. — Qu'il me soit encore permis de remarquer que la vérité en question se trouve ici appliquée au développement de $f(x+h)$ d'une manière toute différente de celle qu'a employée M. Cauchy, comme on le verra sur-le-champ en prenant la peine de comparer la méthode générale pour le développement des fonctions exposée au commencement de la 8 e Leçon de l'ouvrage de ce grand géomètre, avec celle que nous croyons devoir proposer ici.

ne pourra évidemment prendre une valeur *imaginaire* pour $h=o$, puisque cette fonction prendrait alors, en vertu du 3:e principe posé ci-dessus, une valeur imaginaire pour une valeur de h finie et suffisamment petite, comprise entre o et k, ce qui ne se peut d'après l'hypothèse adoptée relativement à fh.

Cette fonction ne saurait non plus devenir *infinie* pour $h=o$, puisque, d'après le 4:e principe ci-dessus, elle prendrait dans ce cas, pour une valeur de h finie et suffisamment petite, une valeur plus grande que toute quantité donnée, et franchirait par conséquent les limites déterminées par les valeurs de la fonction

$$\frac{f^{(n)}h}{1.2..n}$$

le plus et le moins avancées vers l'infini positif depuis $h=o$ jusqu'à $h=k$, lesquelles, d'après l'hypothèse établie relativement à $f^{(n)}h$, sont non infinies et déterminées; ce qui répugnerait à la vérité que nous venons de prouver.

La fonction

$$\frac{fh}{h^n}$$

ne pourra non plus prendre, pour $h=o$, une valeur *indéterminée*, puisqu'alors, d'après un principe non moins évident que le 5:e par lequel nous avons caractérisé plus haut les valeurs indéterminées des fonctions, les différences de ses valeurs pour des valeurs finies de h comprises entre o et k, pourraient toujours, quelque petite que fût k, surpasser une certaine quantité déterminée; ce qui n'a

pas lieu pour cette fonction, parce qu'en vertu de la vérité souvent citée ses valeurs pour des valeurs finies de h entre o et k ne franchissent jamais les limites formées par les valeurs de la fonction

$$\frac{f^{(n)}h}{1.2..n}$$

le plus et le moins avancées vers l'infini positif depuis $h=o$ jusqu'à $h=k$, lesquelles, d'après l'hypothèse adoptée par rapport à $f^{(n)}h$, on pourra évidemment faire différer l'une de l'autre aussi peu que l'on voudra, en prenant k suffisamment petite.

Enfin la fonction

$$\frac{fh}{h^n}$$

ne saurait, pour $h=o$, prendre une valeur *réelle, non infinie et déterminée* différente de

$$\frac{f^{(n)}o}{1.2..n},$$

puisque, dans ce cas (si, pour abréger, cette valeur est désignée par α, et une autre, de même réelle, non infinie et déterminée, intermédiaire entre α et

$$\frac{f^{(n)}o}{1.2..n},$$

par β), en prenant d'abord k assez petite pour que les valeurs de la fonction

$$\frac{f^{(n)}h}{1.2..n}$$

le plus et le moins avancées vers l'infini positif depuis $h=o$ jusqu'à $h=k$ différassent l'une et l'autre de

$$\frac{f^{(n)}o}{1.2..n}$$

moins que ne le ferait β, et ensuite quelque valeur de h, intermédiaire entre o et k, assez petite pour que la fonction

$$\frac{fh}{h^n}$$

différât de α moins que ne le ferait β (ce qui serait toujours possible à cause de la continuité actuellement supposée de cette fonction jusqu'à $h=o$ inclusivement), on ferait évidemment, pour cette valeur de h, sortir la fonction

$$\frac{fh}{h^n}$$

des limites citées, formées par les valeurs de la fonction

$$\frac{f^{(n)}h}{1.2..n}$$

le plus et le moins avancées vers l'infini positif depuis $h=o$ jusqu'à $h=k$; ce qui serait contraire à la vérité plusieurs fois citée.

La valeur de la fonction

$$\frac{fh}{h^n}$$

pour $h=o$ ne pourra donc qu'être

$$\frac{f^{(n)}o}{1.2.3..n};$$

ce qu'il fallait prouver.

Ces préliminaires établis, la solution de notre question principale, ou celle du développement de $f(x+h)$, n'aura plus aucune difficulté.

Un terme quelconque de la suite cherchée devant être de la forme

$$ah^m,$$

où a ne dépend pas de h, c'est-à-dire se trouve une fonction de x seule, et m est un nombre déterminé, il sera naturel de commencer l'opération dont il s'agit par poser

$$f(x+h)=f_1x\,.\,h^m+\varphi(x,h),$$

f_1x étant une fonction inconnue de x, et m un nombre qu'on ne connait pas non plus. D'après la définition générale du *développement* d'une fonction, donnée plus haut (p. 424), la forme de la fonction f_1x ainsi que l'exposant m devront donc se déterminer par la condition que la fonction de x et de h

$$\frac{\varphi(x,h)}{h^m},$$

c'est-à-dire

$$\frac{f(x+h)}{h^m}-f_1x,$$

s'évanouisse pour $h=o$ et toute valeur de x, ce qui se réduit évidemment à ce que la fonction de x et de h

$$\frac{f(x+h)}{h^m}$$

se change, pour $h=o$, en une fonction de x qui ne s'évanouit pas pour toutes les valeurs de cette variable. Or $f(x+h)$ se réduit, lorsque $h=o$, à fx. Donc il faudra nécessairement que

$$m=o,$$

puisque, pour toute autre valeur de cet exposant, la fonction

$$\frac{f(x+h)}{h^m}$$

prendrait évidemment, dans le cas de $h=o$, une valeur nulle ou

infinie pour toutes les valeurs de x. L'exposant m étant ainsi déterminé, il est évident que la valeur de

$$\frac{f(x+h)}{x^m}$$

pour $h=o$, c'est-à-dire la fonction f_1x, ne pourra qu'être fx.

Le *premier* terme auquel conduit le développement de $f(x+h)$ étant, d'après ce qui précède,

$$fx,$$

nous passerons à la recherche du second, en posant l'équation

$$f(x+h)=fx+f_1x\,.\,h^m+\varphi(x,h),$$

où il s'agira de déterminer la forme de f_1 et la valeur de m par la condition que

$$\frac{\varphi(x,h)}{h^m},$$

c'est-à-dire

$$\left[\frac{f(x+h)-fx}{h^m}\right]-f_1x,$$

s'évanouisse pour $h=o$ et toute valeur de x, ce qui exigera que

$$\frac{f(x+h)-fx}{h^m},$$

ou

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}\cdot\frac{1}{h^{m-1}},$$

se réduise, pour $h=o$, à une fonction de x qui ne s'évanouit pas pour toutes les valeurs de cette variable. Or, d'après notre première proposition préliminaire, le facteur

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

se change, lorsque $h=o$, en $f'x$. Donc il faudra que

$$m-1=o,$$

puisqu'autrement la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h} \cdot \frac{1}{h^{m-1}}$$

prendrait, pour $h=o$, une valeur nulle ou infinie quelle que fût x. On aura donc

$$m=1,$$

d'où s'ensuit sur-le-champ que la fonction f_1x, qui n'est que la valeur de

$$\frac{f(x+h)-fx}{h^m}$$

pour $h=o$, s'exprime par

$$f'x.$$

Le *second* terme de la suite cherchée étant, par ce qui précède,

$$f'x \cdot h,$$

on formera, pour arriver au troisième, l'équation

$$f(x+h)=fx+f'x \cdot h+f_1x \cdot h^m+\varphi(x,h),$$

où f_1 et m se détermineront par la condition que

$$\frac{\varphi(x,h)}{h^m},$$

ou

$$\left[\frac{f(x+h)-fx-f'x \cdot h}{h^m}\right]-f_1x,$$

s'évanouisse pour $h=o$ et une valeur quelconque de x, c'est-à-dire que

$$\frac{f(x+h)-fx-f'x \cdot h}{h^m},$$

ou

$$\frac{f(x+h)-fx-f'x \cdot h}{h^2} \cdot \frac{1}{h^{m-2}},$$

se change, pour $h=o$, en une fonction de x, qui ne s'évanouit pas pour toutes les valeurs de cette variable. Or la fonction

$$f(x+h)-fx-f'x \, . \, h$$

ainsi que sa dérivée par rapport à h, qui d'après les résultats déduits immédiatement avant la dernière proposition s'exprime par

$$f'(x+h)-f'x,$$

s'évanouissent pour $h=o$, et l'une et l'autre, ainsi que la dérivée suivante par rapport à h

$$f''(x+h),$$

ne deviennent évidemment imaginaires, infinies ou indéterminées pour des valeurs de h quelconques comprises entre o et une certaine limite réelle et déterminée k, tant qu'il s'agira des valeurs de x en général. Donc, en vertu de notre seconde proposition préliminaire, la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx-f'x \, . \, h}{h^2}$$

prendra, dans le cas de $h=o$, la valeur

$$\frac{f''x}{1 \cdot 2};$$

d'où résulte immédiatement

$$m-2=o,$$

puisqu'autrement la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx-f'x \, . \, h}{h^2} \cdot \frac{1}{h^{m-2}}$$

prendrait, pour $h=o$, une valeur nulle ou infinie pour toute va-

leur de x. L'exposant m étant ainsi trouvé $= 2$, la fonction $f_1 x$ qui n'est que la valeur de

$$\frac{f(x+h) - fx - f'x \cdot h}{h^m}$$

pour $h = o$, sera évidemment

$$\frac{f''x}{1 \cdot 2};$$

ce qui nous donne pour le *troisième* terme de la suite cherchée

$$\frac{f''x}{1 \cdot 2} \cdot h^2.$$

Pour trouver le quatrième, on posera l'équation

$$f(x+h) = fx + f'x \cdot h + \frac{f''x}{1 \cdot 2} \cdot h^2 + f_1 x \cdot h^m + \varphi(x, h),$$

où f_1 et m se détermineront, comme auparavant, par la condition que

$$\frac{\varphi(x, h)}{h^m},$$

ou

$$\left[\frac{f(x+h) - fx - f'x \cdot h - \frac{f''x}{1 \cdot 2} \cdot h^2}{h^m}\right] - f_1 x,$$

s'évanouisse pour $h = o$ et une valeur quelconque de x, c'est-à-dire que

$$\frac{f(x+h) - fx - f'x \cdot h - \frac{f''x}{1 \cdot 2} \cdot h^2}{h^3} \cdot \frac{1}{h^{m-3}},$$

se réduise, pour $h = o$, à une fonction de x qui ne s'évanouit pas indépendamment de cette variable. Or la fonction

$$f(x+h) - fx - f'x \cdot h - \frac{f''x}{1 \cdot 2} \cdot h^2,$$

ainsi que ses deux premières dérivées relativement à h

$$f'(x+h)-f'x-f''x.h,$$

$$f''(x+h)-f''x,$$

s'évanouissent pour $h=o$, et aucune de ces trois fonctions, ni la dérivée du troisième ordre par rapport à h

$$f'''(x+h)$$

non plus, ne devient imaginaire, infinie ou indéterminée pour une valeur de h quelconque comprise entre o et une limite déterminée k, lorsqu'il s'agit des valeurs de x en général. Donc, d'après notre seconde proposition préliminaire, la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx-f'x.h-\frac{f''x}{1.2}.h^2}{h^3}$$

prendra, dans le cas de $h=o$, la valeur

$$\frac{f'''x}{1.2.3},$$

d'où résulteront, comme auparavant,

$$m-3=o,\quad f_1x=\frac{f'''x}{1.2.3}:$$

ce qui donne pour le *quatrième* terme cherché

$$\frac{f'''x}{1.2.3}.h^3.$$

Le cinquième se trouvera, comme on le voit actuellement, sur-le-champ en formant la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx-f'x.h-\frac{f''x}{1.2}.h^2-\frac{f'''x}{1.2.3}.h^3}{h^4}\cdot\frac{1}{h^{m-4}},$$

et prenant les quatre premières dérivées du dividende du premier facteur par rapport à h, lesquelles seront

$$f'(x+h)-f'x-f''x\,.\,h-\frac{f'''x}{1\,.\,2}\,.\,h^2,$$

$$f''(x+h)-f''x-f'''x\,.\,h,$$

$$f'''(x+h)-f'''x,$$

$$f''''(x+h).$$

Le dividende cité ainsi que ses trois premières dérivées s'évanouissant pour $h=o$ et ni lui ni aucune de ces quatre dérivées ne devenant imaginaire, infinie ou indéterminée pour des valeurs de x en général et une valeur de h quelconque contenue entre o et une limite finie k, le premier facteur du produit ci-dessus se changera, d'après ce qui précède, dans le cas de $h=o$ en

$$\frac{f''''x}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4},$$

d'où s'ensuivra

$$m-4=o,\quad f_1x=\frac{f''''x}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4};$$

ce qui donnera, pour le *cinquième* terme cherché,

$$\frac{f''''x}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4}\,.\,h^4.$$

On n'a pas besoin de pousser plus loin cette déduction, pour être assuré que le *sixième* terme sera

$$\frac{f^{v}x}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,.\,5}\,.\,h^5,$$

le *septième*

$$\frac{f^{vi}x}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,.\,5\,.\,6}\,.\,h^6,$$

et ainsi de suite.

L'ensemble des résultats précédents, dont la loi est très-évidente, donne donc pour le développement de la fonction $f(x+h)$ la formule générale bien remarquable

$$f(x+h)=fx+f'x \,.\, h+\frac{f''x}{1\,.\,2}\,.\,h^2+\frac{f'''x}{1\,.\,2\,.\,3}\,.\,h^3+\,.\,.\,\frac{f^n x}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,.\,n}\,.\,h^n+\varphi(x,h),$$

laquelle, comme on sait, est connue depuis long-temps sous le nom de *théorème de Taylor*.

Pour connaître plus complétement cette équation, il faudra encore observer la propriété suivante relative à sa fonction supplémentaire $\varphi(x, h)$.

Cette fonction, dont les dérivées par rapport à h jusqu'à l'ordre $n+1$:e sont visiblement

$$f'(x+h)-f'x-f''x.h-\frac{f'''x}{1\,.\,2}\,.\,h^2-\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,-\frac{f^{(n)}x}{1\,.\,2\,.\,.\,(n-1)}\,.\,h^{n-1},$$

$$f''(x+h)-f''x-f'''x.h-\frac{f''''x}{1\,.\,2}\,.\,h^2-\,.\,.\,-\frac{f^{(n)}x}{1\,.\,2\,.\,.\,(n-2)}\,.\,h^{n-2},$$

. . . .

$$f^{(n-1)}(x+h)-f^{(n-1)}x-f^{(n)}x\,.\,h,$$

$$f^{(n)}(x+h)-f^{(n)}x,$$

$$f^{(n+1)}(x+h),$$

s'évanouit avec ses dérivées jusqu'à l'ordre n^e inclusivement pour $h=o$, et ni cette fonction ni aucune de ses dérivées jusqu'à l'ordre $n+1$:e inclusivement ne devient imaginaire, infinie ou indéterminée pour une valeur de h quelconque qui ne sort pas des li-

mites o et k (k étant une certaine quantité déterminée), tant que chacune des fonctions

$$f(x+h),\quad f'(x+h),\quad f''(x+h),\quad \ldots\quad f^{(n+1)}(x+h)$$

jouira de cette même propriété, ce qui évidemment aura lieu pour des valeurs de x en général. La fonction

$$\varphi(x,\, h)$$

et ses dérivées jusqu'à l'ordre $n+1$:e inclusivement se trouvent donc, pour des valeurs de x en général, relativement à h dans le cas que suppose la seconde vérité auxiliaire employée pour établir notre deuxième proposition préliminaire, d'où résulte que, tant qu'il s'agira de telles valeurs de x, la fonction

$$\frac{\varphi(x,\, h)}{h^{n+1}}$$

ne franchira pour aucune des valeurs de h citées *) les limites déterminées par les valeurs de la fonction

$$\frac{f^{(n+1)}(x+h)}{1.2.3\ldots(n+1)}$$

le plus et le moins avancées vers l'infini positif parmi celles qu'elle pourra prendre pour les valeurs de h dont il s'agit, et que par conséquent, si l'on désigne par p et q les valeurs le plus et le moins avancées vers l'infini positif dont sera susceptible la fonction

$$f^{(n+1)}(x+h)$$

pour les valeurs de h en question, notre fonction supplémentaire

$$\varphi(x,\, h)$$

*) Parmi ces valeurs de h est aussi compris *zéro*, en vertu de notre seconde proposition préliminaire.

ne pourra, pour aucune de ces valeurs de h, franchir les limites

$$\frac{ph^{n+1}}{1.2..(n+1)} \text{ et } \frac{qh^{n+1}}{1.2..(n+1)}.$$

Dans ces expressions p et q se rapportent à la limite des valeurs de h désignée par k. Elles auront donc évidemment lieu encore, si, en supposant toujours $k=h$, on y remplace les coefficients p et q par d'autres p_1 et q_1, qui se rapportent à des valeurs de h quelconques comprises entre o et la valeur actuelle de cette variable, lesquels derniers auront l'avantage sur les p, q de se rétrécir continuellement à mesure que h diminue. De là ce résultat bien digne d'attention, que, p_1 et q_1 désignant respectivement les valeurs le plus et le moins avancées vers l'infini positif que pourra prendre la fonction

$$f^{(n+1)}(x+h)$$

pour des valeurs de h quelconques qui ne sortent pas des limites que déterminent sa valeur actuelle et zéro, la fonction supplémentaire ci-dessus

$$\varphi(x, h)$$

ne saurait franchir les limites

$$\frac{p_1h^{n+1}}{1.2..(n+1)} \text{ et } \frac{q_1h^{n+1}}{1.2..(n+1)},$$

pourvu qu'aucune des fonctions

$$f(x+h), \quad f'(x+h), \quad f''(x+h), \quad .. \quad f^{n+1}(x+h)$$

ne devienne *imaginaire*, *infinie* ou *indéterminée* pour des valeurs de h quelconques telles que nous venons de citer.

La propriété de la fonction

$$\varphi(x, h)$$

que nous venons de déduire en fournit une expression très-commode pour représenter la relation où elle se trouve avec la fonction donnée f. En effet, cette fonction supplémentaire ne franchissant pas, d'après ce qui précède, les limites

$$\frac{h^{n+1}}{1 \cdot 2 \cdot \cdot (n+1)} \cdot f^{(n+1)}(x+h') \quad \text{et} \quad \frac{h^{n+1}}{1 \cdot 2 \cdot \cdot (n+1)} \cdot f^{(n+1)}(x+h''),$$

où $f^{(n+1)}(x+h')$ et $f^{(n+1)}(x+h'')$ représentent les valeurs que nous venons de nommer p_1 et q_1, pourvu que chacune des fonctions

$$f(x+h), \quad f'(x+h), \quad f''(x+h) \; . \; . \; . \; f^{(n+1)}(x+h)$$

ne prenne que des valeurs réelles, non infinies et déterminées pour des valeurs de h quelconques comprises entre sa valeur actuelle et zéro, il est évident que la fonction

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot \cdot (n+1) \cdot \varphi(x, h)}{h^{n+1}}$$

ne franchira pas non plus les limites

$$f^{(n+1)}(x+h') \quad \text{et} \quad f^{(n+1)}(x+h''),$$

dans la même supposition. Or la dérivée $f^{(n+1)}(x+l)$ est, dans la supposition actuelle, une fonction de l réelle, uniforme et entièrement *continue* depuis $l=o$ jusqu'à $l=h$, et par conséquent aussi depuis $l=h'$ jusqu'à $l=h''$. Il y aura donc nécessairement une valeur de l qui ne sortira pas des limites h' et h'', c'est-à-dire de celles de o et h, pour laquelle la fonction $f^{(n+1)}(x+l)$ prendra une valeur égale à

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot \cdot (n+1) \cdot \varphi(x, h)}{h^{n+1}},$$

de sorte qu'en désignant cette valeur par h_1, on aura l'équation

$$\frac{1.2..(n+1).\varphi(x,h)}{h^{n+1}} = f^{(n+1)}(x+h_1),$$

c'est-à-dire

$$\varphi(x,h) = \frac{h^{n+1}}{1.2..(n+1)}.f^{(n+1)}(x+h_1),$$

où h_1 ne dépassera jamais les limites o et h.

Représentant par h_1', h_1'', .. les valeurs de h_1 auxquelles conduira cette équation, il y aura donc toujours, parmi les équations identiques pour toutes les valeurs de x et de h

$$\varphi(x,h) = \frac{h^{n+1}}{1.2..(n+1)}.\ f^{(n+1)}(x+h_1')$$

$$\varphi(x,h) = \frac{h^{n+1}}{1.2..(n+1)}.\ f^{(n+1)}(x+h_1'')$$

. . . .,

quelqu'une, dans laquelle la fonction de x et de h $h_1^{(m)}$, qui représentera l'ensemble des valeurs de la quantité citée ci-dessus h_1 pour toutes celles de x et de h, ne franchira pas pour des valeurs quelconques de ces variables qui remplissent la condition ci-dessus par rapport à $f(x+h)$ et ses dérivées, les limites o et h *). Posant

*) Que la fonction dont il s'agit $h_1^{(m)}$ s'évanouit pour $h=o$ quelle que soit x, est une suite nécessaire de sa propriété de ne franchir jamais les limites o et h, ainsi qu'on le pourrait prouver par les principes précédents. Il faudra aussi observer que la forme de $h_1^{(m)}$ qui répond à des valeurs *positives* de h étant désignée par $\psi(x,h)$, celle de cette fonction qui se rapporte à des valeurs de h *négatives*, sera $-\psi(x,-h)$, laquelle en général n'est pas identique avec $\psi(x,h)$.

$$h_1^{(n)} = \theta h,$$

on aura donc identiquement, quelles que soient x et h,

$$\varphi(x, h) = \frac{h^{n+1}}{1 \cdot 2 \ldots (n+1)} \cdot f^{(n+1)}(x + \theta h),$$

le coefficient θ désignant une fonction de x et de h qui ne franchira pas les limites o et 1 tant qu'aucune des fonctions

$$f(x+h),\ f'(x+h),\ f''(x+h), \ldots f^{(n+1)}(x+h)$$

ne deviendra imaginaire, infinie ou indéterminée pour une valeur de h quelconque comprise entre sa valeur actuelle et zéro *).

---

*) Pour éclaircir ce résultat par un exemple particulier, soient $fx = \frac{1}{x}$ et $n = 2$. Donc

$$f'x = -\frac{1}{x^2},\quad f''x = \frac{2}{x^3},\quad f'''x = -\frac{6}{x^4},$$

et par conséquent

$$\varphi(x, h) = \frac{1}{x+h} - \frac{1}{x} + \frac{h}{x^2} - \frac{h^2}{x^3}$$

$$= -\frac{h^3}{x^3(x+h)} = \frac{h^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{-6}{(x+\theta h)^4},$$

d'où l'on aura pour la détermination de θ l'équation

$$(x + \theta h)^4 = x^3(x+h),$$

qui donne

$$\theta = \frac{\pm \sqrt[4]{x^3(x+h)} - x}{h},$$

valeurs, dont celle qui répond au signe $+$ ne franchit pas en effet les limites o et 1 pour des valeurs quelconques *positives* de x et h, puisqu'alors

$$\sqrt[4]{x^3(x+h)} < x + h$$

et par suite

Une remarque relative à l'équation générale déduite ci-dessus pour le développement de la fonction $f(x+h)$, doit encore être ajoutée. C'est celle que cette équation jouit en effet d'une plus grande extension par rapport aux valeurs de x, que ne porterait à croire la méthode qui y a conduit, de laquelle il paraît résulter qu'elle ne donne le développement en question que pour des valeurs de x qui rendent réelles, non infinies et déterminées les expressions au nombre de $n+1$

$$f(x+h),\ f'(x+h),\ f''(x+h), \ldots f^{(n)}(x+h),$$

pour des valeurs de h quelconques qui ne sortent pas des limites déterminées par sa valeur actuelle et zéro: condition, que remplissent les valeurs de x seules, qui rendent celles de fx *réelles et continues*. De la déduction de notre équation dans ce cas résulte

---

$$\sqrt[4]{x^3(x+h)} - x < h,$$

et celle relative au signe — ne les franchit pas pour une valeur de x *négative* et une valeur de h *positive et moindre que* $-x$, puisque dans ce cas

$$\sqrt[4]{x^3(x+h)} > -(x+h)$$

et par conséquent

$$-\sqrt[4]{x^3(x+h)} - x < h.$$

Lorsque h est *négative*, on aura

$$\theta = \frac{\mp \sqrt[4]{x^3(x-h)} + x}{h},$$

le signe supérieur ayant lieu si x est *positive*, et le signe inférieur si elle est *négative*.

cependant, par suite de *l'universalité* connue des opérations analytiques, que cette équation est si générale, qu'elle donne le développement de $f(x+h)$ pour *une valeur quelconque de x, soit réelle, soit imaginaire,* qui ne rend aucune des fonctions fx, $f'x$, $f''x$, .. $f^{(n)}x$ *infinie* ou *indéterminée*. Pour éclaircir cette remarque par un exemple, soit

$$fx = \sqrt{1-x^2}$$

et $n=2$, auquel cas l'équation souvent citée donnera

$$\sqrt{1-(x+h)^2} = \sqrt{1-x^2} - \frac{hx}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{h^2}{2(1-x^2)\sqrt{1-x^2}} + \varphi(x,h),$$

et par conséquent

$$\frac{\varphi(x,h)}{h^3} = \frac{-h[4x(1-x^2)+h]}{4(1-x^2)^2\left[\sqrt{1-(x+h)^2}+\sqrt{1-x^2}-\frac{hx}{\sqrt{1-x^2}}-\frac{h^2}{2(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}\right]};$$

expression qui s'évanouit pour $h=o$ et *toute* valeur de x, d'où résulte que le développement ci-dessus s'étend même aux valeurs de x qui rendent *imaginaire* la fonction proposée $\sqrt{1-x^2}$.

Dans le développement de la fonction

$$f(x+h)$$

nous avons jusqu'ici supposé f une fonction *uniforme, réelle* et *continue*. Si la fonction fx n'a pas ces trois propriétés, le premier cas à considérer sera celui dont nous avons fait mention à la note p. 431 et 432, auquel cette fonction, sans cesser d'être *réelle* et *continue*, n'est pas *uniforme* à cause qu'elle offre plus d'une valeur pour des valeurs particulières de la variable x. Il est

facile de prouver, par la méthode même qui nous a conduits à l'équation

$$f(x+h)=fx+f'x.h+\frac{f''x}{1.2}.h^2+\ldots\frac{f^n x}{1.2\ldots n}.h^n+\varphi(x,h)$$

lorsque f était *uniforme*, que cette équation aura encore lieu pour le développement de $f(x+h)$. En effet les valeurs de la fonction fx étant, dans le cas actuel, identiques avec celles de quelque fonction *uniforme*, que nous désignerons par gx, pour des valeurs de x qui ne franchissent pas certaines limites a et b, avec celles d'une autre fonction *uniforme* kx pour des valeurs de x qui ne franchissent pas les limites b et c, et ainsi de suite, il est évident que la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

ne pourra que prendre, dans le cas de $h=o$, la valeur de $g'x$ pour toute valeur de x qui ne dépasse pas les limites a et b, celle de $k'x$ pour toute valeur de x qui ne dépasse pas b et c, et ainsi de suite, et que par conséquent la valeur générale de

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

pour $h=o$ sera actuellement une fonction de x du même genre que fx, c'est-à-dire telle, qu'ayant en général une seule valeur pour chaque valeur de x, elle en aura cependant plusieurs pour les valeurs de x particulières a, b, c, etc. Cette fonction de x étant désignée par $f'x$, la fonction

$$\frac{f'(x+h)-f'x}{h}$$

se changera, par la même raison, pour $h=o$ en une nouvelle fonction du genre dont il s'agit qu'on pourra désigner par $f''x$, et ainsi de suite. L'existence et la nature des fonctions dérivées des fonctions en question étant ainsi établies, on voit immédiatement que les trois résultats p. 440 et 441, ainsi que la seconde proposition préliminaire p. 441 et 442, auront encore lieu pour des fonctions du genre actuel, et que par suite l'équation précédente

$$f(x+h)=fx+f'x.h+\frac{f''x}{1.2}.h^2+..\frac{f^n x}{1.2..n}.h^n+\varphi(x,h),$$

dont la déduction n'a été appuyée que sur ces vérités, donnera encore le développement de $f(x+h)$. Il est de plus évident que l'une et l'autre des vérités auxiliaires par lesquelles fut établie notre 2:e proposition préliminaire, ont également lieu dans le cas actuel, d'où résulte que la fonction supplémentaire $\varphi(x,h)$ jouit encore de la propriété particulière que nous venons de lui reconnaître lorsque f était uniforme. Enfin il s'ensuit des lois générales de l'Analyse, comme nous l'avons remarqué ci-dessus pour ce dernier cas, que l'équation souvent citée donne dans le cas actuel le développement de $f(x+h)$ pour *des valeurs quelconques de* x, pourvu que fx, $f'x, ..f^n x$ n'en soient pas rendues *infinies* ou *indéterminées*.

Passons maintenant aux cas, où la fonction f se trouve *imaginaire* ou *discontinue*. Il est aisé de se convaincre que notre équation

$$f(x+h)=fx+f'x.h+\frac{f''x}{1.2}.h^2+..\frac{f^{(n)}x}{1.2..n}.h^n+\varphi(x,h)$$

donne encore ici le développement de $f(x+h)$, si l'on part de ce principe analytique, dont la vérité ne paraît pas douteuse, qu'une fonction quelconque imaginaire ou discontinue d'une quantité x pourra toujours être conçue comme le résultat de la substitution de valeurs réelles particulières pour des quantités générales indépendantes de x, contenues dans quelque fonction de x et de ces quantités, qui deviendrait *réelle* et *continue* pour d'autres valeurs réelles particulières des mêmes quantités. Ces quantités étant désignées par $a, b, ..$ et la fonction générale dont il s'agit par $F(x, a, b, ..)$, on aura, en mettant pour abréger

$$\left.\begin{array}{l} F(x+h, a, b, ..)-F(x, a, b, ..)-F'(x, a, b, ..).h \\ -\frac{F''(x, a, b, ..)}{1.2}.h^2-\ldots\ldots-\frac{F^{(n)}(x, a, b, ..)}{1.2.3..n}.h^n \end{array}\right\}=\Phi(x, h, a, b, ..),$$

d'après ce qui précède l'équation

$$\frac{\Phi(x, h, a, b, ..)}{h^n}=o$$

identique pour $h=o$, des valeurs quelconques de x et toutes les valeurs de $a, b, ..$ qui rendent *réelle* la fonction $F(x, a, b, ..)$. Or de cette identité résulte, par suite de *l'universalité* des opérations analytiques, celle de la même équation pour $h=o$ et *des valeurs quelconques de* $x, a, b, ..$ Donc cette équation aura aussi lieu pour $h=o$, des valeurs quelconques de x et les valeurs particulières de $a, b, ..$, qui, d'après la supposition précédente,

rendent la fonction $F(x, a, b, ..)$ *imaginaire* ou *discontinue;* d'où l'on voit que, dans ces derniers cas, l'équation

$$F(x+h,a,b,..)=F(x,a,b,..)+F'(x,a,b,..).h+..\frac{F^n(x,a,b...)}{1.2..n}.h^n+\phi(x,h,a,b,..)$$

conduira encore au développement de la fonction $F(x+h, a, b,..)$, pourvu que d'ailleurs les $F(x, a, b,..)$, $F'(x, a, b,..)$, .. $F^n(x, a, b,..)$ ne prennent pas des valeurs infinies ou indéterminées.

Pour éclaircir ce raisonnement par un exemple, soit

$$F(x, a, b, ..) = \sqrt{a + 2x - x^2},$$

où a ne dépend pas de x. Le développement de $F(x+h, a, b, ..)$ étant poussé jusqu'à trois termes inclusivement, on aura, en posant pour abréger $\sqrt{a + 2x - x^2} = r$,

$$\frac{[illegible]}{h^2} = \frac{\sqrt{a + 2(x+h) - (x+h)^2} - r - \left(\frac{1-x}{r}\right)h + \left(\frac{1+a}{2r^3}\right)h^2}{h^2}$$

$$= \frac{[4(1+a) - 2r^2][16r^2(1-x) - [4(1+a) - 2r^2]h]h}{64r^6\left[\sqrt{a + 2(x+h) - (x+h)^2} + r + \left(\frac{1-x}{r}\right)h - \left(\frac{1+a}{2r^3}\right)h^2\right]},$$

valeur qui s'évanouit pour $h = o$, quelles que soient a et x. Or la fonction

$$\sqrt{a + 2x - x^2}$$

devient *discontinue* si $a = -1$, et *imaginaire* si a est négative

et plus grande que l'unité. Donc le développement ci-dessus aura lieu aussi pour ces deux cas *).

---

*) Une méthode très-simple d'établir que l'équation générale déduite ci-dessus pour le développement de $f(x+h)$ s'étend aussi aux cas où la fonction fx se trouve imaginaire ou discontinue, serait celle de poser

$$fx = gx + kx.\sqrt{-1},$$

gx et kx étant des fonctions de x quelconques prenant des valeurs *réelles* pour toute valeur réelle de x, supposition très-générale qui évidemment rend la fonction fx *discontinue* ou *imaginaire* suivant que la fonction kx est susceptible de s'évanouir pour des valeurs réelles de x, ou non. Les équations identiques pour toutes les valeurs de x et de h

$$g(x+h) = gx + g'x.h + \frac{g''x}{1.2}.h^2 + \ldots \frac{g^{(n)}x}{1.2\ldots n}.h^n + \gamma(x,h),$$

$$k(x+h) = kx + k'x.h + \frac{k''x}{1.2}.h^2 + \ldots \frac{k^{(n)}x}{1.2\ldots n}.h^n + \varkappa(x,h)$$

étant posées, il s'ensuit de ce qui précède que celles de

$$\frac{\gamma(x,h)}{h^n} = o, \quad \frac{\varkappa(x,h)}{h^n} = o$$

seront identiques pour $h = o$ et une valeur quelconque de x. Donc, dans l'équation identique pour toutes les valeurs de x et de h

$$\left.\begin{aligned} g(x+h) + k(x+h).\sqrt{-1} = gx + kx.\sqrt{-1} + (g'x + k'x.\sqrt{-1})\,h \\ + \left(\frac{g''x + k''x.\sqrt{-1}}{1.2}\right)h^2 + \left(\frac{g'''x + k'''x.\sqrt{-1}}{1.2.3}\right)h^3 \\ + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ + \left(\frac{g^{(n)}x + k^{(n)}x.\sqrt{-1}}{1.2.3\ldots n}\right)h^n + \gamma(x,h) + \varkappa(x,h).\sqrt{-1} \end{aligned}\right\},$$

c'est-à-dire

Remarquons encore que la propriété de la fonction f d'être imaginaire ou discontinue n'empêche pas celle de θ citée ci-dessus (p. 466) d'être *réelle*, ainsi que le prouvent p. ex. les suppositions

$$fx = (1 + x^4)\sqrt{-1} \quad \text{et} \quad fx = x^4\sqrt{-1},$$

lesquelles, pour $n = 1$, donnent l'une et l'autre

$$u = \frac{\sqrt{36x^2 + 24xh + 6h^2} - 6x}{6h}.$$

Si enfin la fonction f était *multiforme*, ou même *infinitiforme*, d'un genre quelconque, il est évident qu'en désignant par $f_1, f_2, ..$ les diverses fonctions des genres considérés précédemment dont, dans ce cas, elle formerait l'ensemble, on n'aurait qu'à développer, d'après la méthode précédente, séparément chacune des fonctions

$$f_1(x + h), \quad f_2(x + h), \quad \text{etc.},$$

pour avoir le développement complet de la fonction $f(x + h)$.

$$f(x + h) = fx + f'x . h + \frac{f''x}{1 . 2} . h^2 + .. \frac{f^{(n)}x}{1 . 2 .. n} . h^n + \varphi(x, h),$$

on aura actuellement

$$\frac{\varphi(x, h)}{h^n}\left(= \frac{\psi(x, h)}{h^n} + \frac{\chi(x, h)}{h^n} . \sqrt{-1}\right) = o$$

pour $h = o$ et une valeur quelconque de x, d'où résulte évidemment que l'équation souvent citée trouve encore son application ici. — Mais la méthode de démonstration proposée dans le texte nous paraît préférable, à cause de son indépendance de toute supposition particulière sur la forme des fonctions imaginaires et discontinues.

Ce qui précède renferme les notions fondamentales les plus importantes du Calcul Différentiel, par rapport aux fonctions d'une seule variable. Pour celles de plusieurs variables, leur théorie se ramène facilement à la précédente, ainsi que nous le ferons voir à une autre occasion.

BESKRIFNING

AF EN OVANLIGT STOR JÄTTEGRYTA, SAMT NÅGRA DERMED SAMMANHÄNGANDE PHÆNOMENER,

AF

NILS NORDENSKIÖLD.

(Föredragen för Vet. Soc. d. 25 April 1840.)

Ett af de mäst öfvertygande spår till en forntida högre hafsyta än den närvarande, äro otvifvelaktigt de runda utslipningar i Berg, som vanligen få namn af Jättegrytor. Man ser dem ännu i dag bildas vid klippor ute i hafvet, då deras form är sådan att de åt hvarje återgående våg gifva en cirkelformig rörelse; de uppkomma genom nötningen af större eller mindre stenar, som af hvarje våg kringvridas och derföre, jemte det de bilda en vanligen cirkelrund håla, sjelfva afrundas och slutligen blifva klotformiga. Någongång bildas sådana hålor äfven vid sträderne af starka forssar, såsom till exempel fallet varit vid den ofta beskrefne gamla flodbädden af Imatra; men man finner dem äfven å berg der något forntida flodutlopp icke rimligen är tänkbart. Af sådan beskaffenhet är en håla, den jag anser särdeles intressant såväl för dess isolerade läge, som för dess ovanliga storlek, hvarföre jag utber mig få för några ögonblick upptaga Vet. Soc. uppmärksamhet med dess beskrifning.

Denna Jättegryta ligger å en holme, kallad Sallmen, $\frac{1}{8}$ mil Sydost om Porkala båk; den blef under hösten 1838 tömd såval från vatten som från den mängd sten, hvarmed densamma var fylld. En liten Blyglans-anledning, som å denne holme förekommer, var första anledningen dertill, att uppmärksamheten fästades vid detta ställe. Holmen utgöres af ett kalt berg, nästan utan all dammjord, samt sträcker sig i Sydost och Nordvest till ungefär 400 famnar i längd och 20 till 30 famnar i bredd; den delen af Berget på hvilket hålan är belägen, på 33 alnars afstånd från norra stranden, är slät och jemnt sluttande åt hafvet. Formen af hålans mynning eller dag-öppning är oval; diametern uti ost och west 5 fot samt uti norr och söder omkring $5\frac{1}{2}$ fot, har neråt en äggformig utvidgning och $15\frac{1}{2}$ fots djup. På 10 fots djup är diametern i O. och W. 8 fot samt i N. och S. $6\frac{1}{2}$ fot; den slutar sig uti botten i tvänne ovala urgröpningar, som äro skilda från hvarandra af en i O. och W. gående mellanbalk om $1\frac{1}{2}$ fots höjd. Hela hålan är något fallande åt wester, samt dess öfre bradd står ungefär $9\frac{1}{2}$ fot öfver medelhöjden af nuvarande hafsyta.

Östra brädden af dag-öppningen är afnött och omgifven på berget, ända till en aln från sjelfva kanten, af flera inåt öppningen löpande flacka afnötningar eller refflor, som visa att vågskvalpet jemte stenarne, som urgröpt hålan, från östra sidan i den samma inkommit. Inuti är hålan helt slät, har endast på westra väggen flera horizontela omkring 40 grader åt norr fallande djupa och breda fåror, hvaraf tydeligen synes att den cirkelformiga rörelsen

hos vågskvalpet inuti sjelfva hålan gått från Söder åt Wester. Längst ner i botten är slipningen af berget finare än i den öfre delen. Den westra halfva brädden af hålan är helt skarp, liksom om en öfverliggande del af berget längs efter någon tillfällig lossna blifvit bortförd, så att den ursprungliga kanten nu mera ej synes.

Enligt hos allmogen i orten gängse berättelse skall grytan från urminnes tider hafva varit fylld med sten till nära 2 alnar från öfre brädden, men för några år sedan hade omkring 1 à 2 cubikfamnar sten derifrån blifvit uppkastad, utan att det kunde uppges af hvilka det skett. Den ännu qvarliggande fyllningen bestod af mer eller mindre afnötte stenar, så hårdt hopkittade med stenslamm och sand, att efter berättelse af Berg-Cadetten Westling, som hade uppsigt öfver tömningen, endast helt litet i sender kunde med jernstör lossas. En stor sten af omkring 3 Skeppunds vigt befanns utan all nötning och hade sannolikt sednare inkommit, en annan af omkring lika storlek låg på botten och har af den mindre rullsten lidit betydlig afnötning å kanter och hörn, men var ännu ej fullkomligt rund. Infallandet af denna sten torde vara orsaken till den besynnerliga omständigheten att hålan i bottnen genom de bägge urgröpningarne liksom delat sig. Ganska många af rullstenarne hade en vacker plattryckt sphæroidisk form af så olika storlek, att de kunde väga från 1 lod till 1 Lispund och deröfver.

I anseende till storleken af denna håla trodde jag, innan den tömdes, att den genom någon spricka eller utslipning kunde hafva

communication med hafvet, men denna förmodan befanns likväl alldeles icke grundad. Tiden, som varit erforderlig för utslipningen, kan naturligtvis icke bestämmas, men då man besinnar bergartens hårdhet och långsamheten af sådane utslipningar, som ännu ske, och hvilkas fortgång man varit i tillfälle observera, antydas tillräckligt för dess bildningsperiod en lång följd af århundraden.

Uppå denna klippa, liksom öfverallt i vår skärgård, synes tydliga spår af den allmänna af Prof. Säfström anmärkta Rullstens-floden; men här inträffar tillika det högst märkvärdiga phænomenet, att man snedt öfver ofvanföre beskrifna flacka refflor kringom hålans östra brädd, ser tydliga strimmor löpa parallelt med de öfriga till Rullstensfloden hörande refflor: ett tydligt bevis att hålan redan var fullt utbildad och i sitt närvarande skick, när rullstens-floden inträffade.

Då man svårligen kan tänka sig bildningen af ifrågavarande Jättegryta, om den ej legat nära eller åtminstone icke djupt innunder hafsytan, men då Rullstens-floden, så vidt man deröfver kunnat göra observationer, sträckt sig utöfver våra högsta berg; tyckes i min tanke af den angifna omständigheten ytterligare följa, att Rullstensfloden tilldragit sig under någon tillfällig vattenytans upphöjning, sedan hafvet förut en längre tid intagit en höjd ej öfver 15 à 20 fot öfver dess närvarande niveau.

Att den allmänna Rullstens-floden verkat mycket djupare inunder närvarande hafsyta än man skulle förmoda, synes af en observation, tillfälligtvis gjord å Degerön ej långt från Helsingfors. Å denna holme hafva flera Jernanledningar tid efter annan blifvit funne, som likväl hittils icke utfallit arbetsvärda. Å en äng, ej långt från det ställe, der fordom en Blyglansanledning varit bearbetad, antyder compassen en samlad malmstock, så mycket betydligare, som verkan å magneten är ganska stark, ehuru fast berg först anträffas på 10 till 20 alnars djup under jordytan. För att åtkomma och undersöka denna malmstock, utan att från något närgränsande berg göra en kostsam sänkning och ortdrifning, lät jag sistledne sommar å ett ställe, der jordlagret ej var mer än 10 alnar djupt, nedsänka ett plankschakt, för att kunna åtminstone genom några skott utröna bergarten. Man lyckades verkeligen tömma schaktet, ehuru det sänktes igenom ett till större delen dyagtigt jordlager, hvarefter ett skott, under det vattnet med mycket besvär afhölls, blef sprängdt. Å de upptagne stenarne sågs, på sådana stycken som formerat bergets yta, fåror efter Rullstens-floden, lika tydliga som om de nyss förut varit dragna *). Tyvärr kunde schaktet icke länge hållas öppet, och det blef fylldt innan jag, som för

*) I allmänhet ser man tydligast fårorne å sådane berg, som varit täckta med jord. På de högsta spetsarne har ofta atmosphærens inverkan förstört den yttersta ytan; man finner likväl fårorne stundom till och med på de högsta Rapakiwi-bergen i Wiborgs Län, som eljest så lätt förstöras genom luftens inverkan.

tillfället var frånvarande, kunde bestämma directionen af fårorne. Då ängen ligger så alldeles i niveau med hafvet, att den tidtals är öfversvämmad, finner man att Rullstens-floden å detta ställe verkat åtminstone till 10 alnars djup under nuvarande hafsyta.

BESKRIFNING

AF KÆMMERERIT, ETT NYTT MINERAL FRÅN SIBERIEN,

AF

NILS NORDENSKIÖLD.

(Föredragen för Vet. Soc. d. 5 April 1841.)

En så stor mängd förut obemärkta Fossilier hafva de sednare åren blifvit hemtade från Siberien, att det tyckes som detta land, hvilket i anseende till mängden och olikheten af sine alster liksom utgör en verld för sig, äfven skulle i mineral-rikedom vida öfverträffa något annat. — Bland derifrån komna mineralier är äfven det, hvars beskrifning jag utber mig få förelägga Vetenskaps-Societeten; redan länge kändt har detsamma äfven af vana Mineraloger blifvit ansedt för Lepidolith, hvarmed det i första påseendet också har mycken likhet. — Det lemnades mig för flera år sedan, bland åtskilliga andra Siberiska fossilier, från Petersburgska Mineralogiska Sällskapet, för att undersökas.

Mineralet, som sitter på Chromjern, förekommer dels kristalliseradt uti sexsidiga prismer, dels uti bladiga massor och i matrix inströdda fjell. Prismerne hafva, liksom Glimmer, en alldeles full-

komlig genomgång emot prismens axel. En skifva lösspjelkt från en klar och genomskinlig prisma visade, sedd uti poloriseradt ljus, ett dunkelt kors utan att de omgifvande ringarne kunde rätt tydligt märkas; hvaraf tyckes härflyta, att kristallisationen är Rhomboedrisk. Som korset likväl var tämmeligen otydligt, kunde häri vara ett misstag, i händelse de optiska axlarne skulle ligga mycket nära hvarandra. Ändfacetter visa sig väl på några små kristaller, som finnas i det illa utbildade exemplar jag äger, men någon mätning deraf har ej varit mig möjlig. Någon annan genomgång, än den fullkomliga, vinkelrät emot prismens axel, har jag ej kunnat bemärka. — Mineralet förekommer äfven i finfjelliga, nästan horniga massor.

Hårdheten är nära lika med Gipsens, liksom talk seg att skära uti.

Specifika vigten = 2,76; detta bestämmande är dock mindre säkert, emedan vigten togs endast å några få, mycket små stycken.

Färgen är röd-violett, på några stycken stötande åt grönt; kristallerne äro så mörka, att den röda färgen föga kan ses annars än på genomgångsytan; vid ljusskeu ser färgen mycket rödare ut, och flera partier som man vid dager skulle anse för chlorit, befinnas vid ljus tillhöra detta ämne. Således är en skillnad i färg äfven å detta mineral, seddt vid ljussken och vid dager, märkbar, ehuru mångfaldt mindre än den färgförändring som vid Siberiska Cymophan äger rum.

Böjlig uti tunna blad.

Fet för känseln.

Pulfret hvitt.

Smärre prismer genomlysande; tunna blad genomskinliga.

Genomgångs-ytan starkt glänsande, med en perlemo-artad glans; Prismens ytor mindre glänsande; korniga massor helt matta.

För Blåsrör, i kolf, ger det vatten utan spår af syra; styckena blifva mörkare och gifva en vidbränd lukt. Smälter ej; den bladiga varieteten uppbladas något, dock utan att smälta ens i kanterna; blir i stark hetta åter rödagtig, men ogenomskinlig, får likväl ej det matta utseende som utmärker fluss-spatsyre-haltig glimmer efter glödgning. — I Borax löses det trögt med reaktion af Chrom, och kan vid en viss temperatur fås oklart, grått och blåagtigt, emaljlikt; på kol försvinner icke färgen i yttre lågan, men väl å Platinatråd, blir då gul, något dragande åt buteljgröt. — Löses af Fosforsalt med lemning af kisel-skelett; under afsvalning ser glaset brunagtigt ut, sedan af en skön grön färg. — Med litet Soda smälter ej, med mera ger en ogenomskinlig scoria; på Platina-löf afskiljer sig en lättsmält massa, som vid afsvalning är starkt gul, och en osmält som efter afsvalning tar grön färg. Med Lithion-fluss ej minsta spår af Lithion. Med Cobolt-salution en fläcktals blåagtig färg, något stötande åt grönt.

En af Bergmästar Hartwall å detta mineral verkstäld Analys, lemnade:

Kiseljord	37,0	håller syre . . .		19,2
Lerjord	14,2	. . . . . .	6,6	6,9
Chromoxid . . .	1,0	. . . . . .	0,3	
Talkjord	31,5	. . . . . .	12,19	12,96
Kalk	1,5	. . . . . .	0,32	
Jernoxidul . . .	1,5	. . . . . .	0,45	
Vatten	13,0	. . . .		11,6

hvaraf följande formel härledes:

$$2(\dot{Mg},\ \dot{Ca}\ \dot{Fe})^3\dddot{Si} + (\dddot{Al},\ \bar{Ch})\ \dddot{Si} + 5\dot{H}.$$

Mineralet förekommer vid Bissersk uti Permska Gouvernementet. Som dess olikhet från Lepidolith först anmärktes af Öfver-Bergs-Apothekaren Kæmmerer, har jag för detsamma föreslagit namnet: *Kæmmererit.*

Sluteligen bör jag anmärka, att Prof. G. Rose, under namn af Hydrargillit beskrifvit ett mineral från Achmatowsk vid Slatooust, som efter den af honom gifne beskrifning, i många yttre förhållanden tyckes likna det nu beskrifne; men till förhållanden för blåsrör och sammansättning äro de hvarandra alldeles olika. v. Kobell åter har beskrifvit ett mineral från Elba, som han gifvit namn af Pyrosklerit, hvilket till sammansättning är lika med det nu i fråga varande, men till kristallisation, färg och öfrige yttre

förhållanden med detsamma alldeles olika, hvarföre, om analyserne eljest skulle befinnas rigtiga, dessa mineralier äro att anse som tvänne Isomera föreningar, liksom fallet är till exempel med Kalkspat och Arragonit.



OM

PROPORTIONAL-AXLAR,

AF

CARL GUST. TAWASTSTJERNA.

(Föredr. för Vet. Soc. d. 5 April 1841.)

Fyra räta linier *Ww, Xx, Yy, Zz,* Tab. XII, Fig. 1, som uti en och samma plan gå genom en punkt *A* och hafva ett sådant inbördes läge, att de skära hvar och en i samma plan med dem dragen rät linie *EB, BR, PE, RD, LM,* etc. i proportionella delar, delarne beräknade emellan de fyra afskärnings-punkterne kallar jag *Proportional-Axlar.* Att ett sådant Axlarnes läge är möjligt skall bevisas i följande

Theorem I.

1. Låt *AW, AX, AY* vara tre huru som helst uti en och samma plan gifne räta linier, som hafva en gemensam utgångspunkt *A* — samt *Aw, Ax, Ay* deras förlängningar på andra sidan *A*, och drag ifrån någon uppå linien *Ax* tagen punkt *E*, räta linierne *EB, EF,* som i punkterna *B, F,* råka linien *AW*, samt i punkterna *D, G,* skära linien *Ay*; sammanbind *B* med *G*

och *D* med *F*, genom räta linier som skära hvarandra uti en punkt *H*, och drag slutligen genom punkterna *A*, *H*, räta linien *Zz*, som i en punkt *C*, skär transversalen *BE*, så skola linierne *Ww*, *Xx*, *Yy*, *Zz* uppfylla det vilkor som enligt ofvanstående definition berättigar oss att kalla dem *Proportional-Axlar*.

I grund af den följde konstruktionen är figuren *AFHGBD* en komplett fyrhörning, *) hvars diagonaler *AH*, *BD*, *GF* skära hvarandra i proportionella delar, **) eller så att man har

$$FE : FK :: GE : GK,$$

och

$$BE : BC :: DE : DC,$$

af hvilken sist anförde man får

$$BE . DC = DE . BC.$$

Drag vidare ifrån samma punkt *E* en rät linie som uti en punkt *Q* råkar linien *AW*, och i en punkt *l* skär linien *Ay*; sammanbind *D* och *Q*, *B* och *l* med räta linier som skära hvarandra i en punkt *m*, och drag genom *A*, *m* räta linien *Am*, som skär transversalen *BE* uti någon punkt *c*, samt *QE* uti en punkt *n*, så är figuren *ABmDQl* en komplett fyrhörning, hvars diagonaler *Am*, *BD*, *Ql* skära hvarandra i proportionella delar, hvaraf

---

*) Geometrie de Position N:o 103 page 120.

**) Dito Dito Theorême VIII page 282.

$$BE \,.\, Dc = DE \,.\, Bc.$$

men efter vi bevist att

$$BE \,.\, DC = DE \,.\, BC$$

så blir genom division

$$\frac{Dc}{DC} = \frac{Bc}{BC} = \frac{BD - Bc}{BD - BC}$$

hvilken eqvation ger

$$Bc = BC,$$

som bevisar att punkten c faller på C och diagonalen Am på axeln Zz, och att således transversalen EQ af axlarne Ay, Az blifvit skuren i proportionella delar. På lika sätt bevises också att alla andra räta linier eller transversaler som ifrån punkten E drages till half-axeln AW, skäras af axlarne Yy, Zz, i proportionella delar. Men icke blott transversalerne ifrån punkten E, utan ock hvar och en annan emellan half-axlarne AW och Ax; Aw och AX, dragen transversal LM, skäres af axlarne Yy, Zz i nämnde proportion; ty som det alltid är möjligt att ifrån E draga en med LM parallel transversal, hvilken i grund af hvad bevist är blir skuren i proportionella delar, och alla parallela linier skäras i samma proportion, så inser man deraf att också LM, måste blifva skuren i proportionella delar antingen den går emellan AW och Ax eller emellan deras förlängningar Aw och Ax.

2. *Korollarium I.* Af hvad hittils blifvit bevist följer: att om en rät linie BE är så skuren uti två punkter, C, D, att

$$BE \,.\, DC = DE \,.\, BC$$

och ifrån hvad punkt A som helst utom henne genom punkterne B, C, D, E räta linier dragas, så formera desamma ett system af räta linier som skära alla till dem dragne transversaler på lika sätt med BE i proportionella delar eller så att rektangeln af hela linien och medlersta delen är lika stor med rektangeln af de yttersta delarne.

3. Bestäm ytterligare på axeln AY en så belägen punkt P att räta linien BP som af axenl AX skäres vid N, delas i två olika segment, af hvilka PN må blifva mindre än BN, sammanbind punkterna E, P med en rät linie som i V råkar axeln Aw, så skola kompletta fyrhörningens $EPABVD$ diagonaler BP, DV utdragna råkas åt den sidan om axeln Xx, der diagonalens BP mindre segment PN är beläget.

Ty om man ifrån en triangels BPE vinklar drager räta linier genom en punkt A inom triangeln, och förlänger dem tills de skära motstående sidorne i tvenne segment, uti punkter D, N, V, så formeras af dessa segment följande eqvation

$$BC \,.\, PV \,.\, ED = BD \,.\, EV \,.\, PN \text{ *)}$$

eller

$$\frac{BN}{PN} \cdot \frac{PV}{EV} \cdot \frac{ED}{BD} = 1 \quad . \; . \; . \; (A).$$

Om nu diagonalerne BP, DV icke skulle råkas utan vore parallela, så skulle triangelns BEP sidor af DV skäras i samma proportion, så att man hade

*) Geometrie de Position Theorème VII page 281.

$$BD : ED :: PV : EV.$$

samt

$$\frac{BD}{ED} = \frac{PV}{EV},$$

som förvandlar eqvationen (A) till

$$\frac{BN}{PN} = 1.$$

hvaraf

$$BN = PN,$$

hvilket icke är fallet efter vi tagit

$$BN > PN;$$

derföre kunna icke linierne BP, DV vara parallela. De kunna icke heller råkas uti någon punkt S på den sidan om skärande linien Xx der sidans BP större segment BN är beläget; ty som derigenom uppkommande kompletta fyrhörningens $EPABVD$ diagonaler skulle skära hvarandra i proportionella delar, så vore

$$PS : PN :: BS : BN,$$

och emedan $PS > BS$ så vore också

$$PN > BN,$$

hvilket är stridande emot hvad vi antagit; derföre måste diagonalerne BP, DV råkas på den sidan om linien Xx der liniens BP kortare segment PN är beläget. Låt således linierne BP, DV vara utdragne och råkas uti en punkt R. Sammanbindes derefter punkterna R, A med en rät linie som förlängd råkar linien BE uti någon punkt c, så bevises såsom ofvanföre, att punkten c, och i följe deraf också punkten R, samt räta linien Rc måste ligga up-

på axeln Zz. Men eſter kompletta ſyrhörningens $RBADPV$ diagonaler BE; EP lika som kompletta ſyrhörningens $EPABVD$ diagonaler BP; DV skäras i proportionella delar, så att man har

$$BE \cdot DC = BC \cdot DE,$$

$$EP \cdot TV = EV \cdot TP,$$

$$BR \cdot PN = BN \cdot PR,$$

$$DR \cdot VO = DO \cdot VR,$$

och iſrån en punkt A, räta linier äro dragne genom delnings- och ändpunkterne

$$B,\ C,\ D,\ E,$$

$$E,\ V,\ T,\ P,$$

$$B,\ N,\ P,\ R,$$

$$D,\ O,\ V,\ R,$$

och dessa linier äro de iſrågavarande axlarne Ww, Xx, Yy, Zz, så måste enligt oſvananſörde Korollarium 1 också alla transversaler dragne emellan halſ-axlarne

$$AW,\ Ax,$$

$$AY,\ Ax,$$

$$AW,\ AZ,$$

$$Ay,\ AZ,$$

eller emellan deras ſörlängningar på andra sidan punkten A, skäras i proportionella delar, så att rektangeln aſ hela linien och medlersta delen alltid är lika stor med rektangeln aſ begge de yttersta

delarna; och efter inga flera sätt att draga transversaler omkring axlarnes Origine än de nu uppräknade åtta gifvas, så är ej blott bevist att Proportional-axlar efter vår definition äro möjliga, utan ock ett sätt att finna dem uppgifvet. — Likasom häraf följer.

Korollarium II. Att om en rät linie BE i punkterna D, C, är skuren i proportionella delar så att man har

$$BE \,.\, DC = BC \,.\, DE,$$

skola de räta linier som ifrån någon punkt A dragas genom punkterne B, C, D, E, formera ett system af proportional-axlar.

4. *Anmärkning.* Ännu säkrare blir fjerde axelns Zz läge i vissa fall bestämdt, om man först drager transversalen BP, med fästadt afseende derpå, att segmentet PN blir mindre än BN, och sammanbinder någon punkt E på half-axeln Ax, med punkterne B, P medelst räta linier som skära axlarne Ww, Yy uti punkterna V, D, genom hvilka en transversal drages tills den uti en punkt R råkar förlängningen af BP, hvarigenom tvenne punkter A, R uppå axeln Zz blifva kände.

Ett tredje sätt att finna fjerde axeln när tre äro gifna grundar sig på följande.

Theorem II.

5. Om till fyra Proportional-axlar, utgående ifrån en punkt A fig. 2, en transversal BH drages parallelt med någon AZ bland

dem, så afskäres uppå nämnde transversal, af de tre öfriga axlarna tvenne lika stora delar BE, EF.

Bevis. Ty om man emellan punkterne A, F uppå räta linien som sammanbinder dem, tager efter behag en punkt C, och drager räta linien BC som i punkterna a, d skäres af axlarne Ax, Az, så är

$$Bd : Ba :: Cd : Ca$$

och följakteligen

$$Ba > Ca.$$

Om derföre ifrån vinklarna B, C, uti triangeln ABC räta linier dragas genom en punkt D uppå linien Aa, så måste linierne BC, bd utdragne råkas uti någon punkt d' (N:o 3); men enligt denna konstruktion är figuren $ABDCab$ en komplett fyrhörning, hvars diagonaler råkas, och således skära hvarandra i proportionella delar eller så att

$$Bd' \,.\, Ca = Ba \,.\, Cd'.$$

Nu är också i följd af vår hypothes

$$Bd \,.\, Ca = Ba \,.\, CD,$$

och divideras den förra af dessa eqvationer med den sednare, erhålles eqvationen

$$\frac{Bd'}{Bd} = \frac{Cd'}{Cd} = \frac{BC + Cd'}{BC + Cd},$$

som ger

$$Cd' = Cd.$$

hvaraf följer att punkten d' hvarest linierne BC, bc råkas måste ligga uppå axeln AZ. Antag vidare att punkterne C, c äro rörliga längs med linierne hvarpå de ligga, och låt C småningom närma sig till punkten F, så måste derunder punkten d' allt mer och mer aflägsna sig ifrån A, samt slutligen då BC uppnår parallel ställning med AZ eller faller inpå BF afståndet Ad' blifva oändligt; d. v. s., att linierne BC, bc aldrig råkas utan äro parallela; och efter i sådant fall linien bc som får ställningen bf blir parallel med BF, så förvandlas eqvationen (A) eller

$$\frac{Af.BE.Fb}{BF.FE.Ab} = 1.$$

derigenom till

$$\frac{BE}{FE} = 1.$$

som ger

$$BE = FE, \text{ h. s. b.}$$

6. Om således axeln AZ skulle sökas, kunde man förfara på följande sätt:

Sedan en transversal BC blifvit dragen efter behag, och skuren midt i tu uti en punkt G, hvarigenom en med axeln AY parallel linie bestämmes som i en punkt E skär axeln AX, samt genom B, E en transversal BH blifvit ledd, skall räta linien AZ som ifrån punkten A föres parallelt dermed vara den sökta fjerde axeln. Skulle deremot axeln AX sökas, drages parallelt med axeln AZ en transversal BF, och genom dess midt ledes fjerde axeln AX. Enklast fås dock axeln AW af AX, AY, AZ såsom

gifna, eller AY af AW, AX, AZ såsom gifna, dertill endast fordras att draga BH parallelt med AZ och taga $EB = EF$, eller $EF = EB$. För öfrigt, om endast axlarne AX, AZ antagas för gifna och man på en med AZ parallelt dragen rät linie BH tager $EB = EF$, hvilka få hafva hvad längd som helst, så formera linierne AW, AY, jemte de gifne AX, AZ dock alltid ett system af Proportional-Axlar. Häraf följer lätt att om tre axlar äro huru som helst gifne kan den fjerde få endast tre olika lägen.

Theorem III.

7. Uti tvenne system af proportional-axlar AW, AX, AY, AZ, aw, ax, ay, az fig. 3 som hafva en axel Ww, gemensamt, men skilda originer A, a, skära de yttersta AX och ax lika som AZ och az hvarandra uti punkter C, B, som ligga uti rät linia med medlersta axlarnas AY, ay skärningspunkt F, lika så skära AX och az samt AZ och ax hvarandra uti tvenne punkter D, E, som med förenämnde punkt F ligga uppå en rät linie DFE.

Bevis. Drag räta linien BF som i punkten G råkar gemensamma axeln Ww, samt i punkterna C, c axlarna AX, ax, så skäres transversalen GC af axlarna ifrån A, så att

$$CG \,.\, BF = CF \,.\, BG$$

och transversalen cG af axlarne ifrån a, så att

$$cG \,.\, BF = cF \,.\, BG$$

hvaraf, genom division, eqvationen

$$\frac{cF}{cG} = \frac{CF}{AG} = \frac{cF + CF}{cG + AG}.$$

som ger $CF = cF$, och visar att punkterne C, c utgöra en och samma punkt belägne uppå räta linien som går genom de två andra skärningspunkterna B, F. På samma sätt bevises också att punkterna D, F, E äro uti en rät linie med hvarandra.

Theorem IV.

8. Om ifrån vinklarna A, B, C fig. 4 uti en triangel, räta linier dragas genom en så belägen punkt D inom densamma, att de skära motstående sidorne i tvenne olika delar, uti punkterne a, b, c, hvilka sammanbundna formera inskrifne triangeln abc; så skola dennes och den omskrifne triangelns liknämniga sidor eller

AB och ab,
AC och ac,
BC och bc

utdragne råkas (N:o 3) och skärnings-punkterne ligga uti en rät linie med hvarandra.

Bevis. Låt ifrågavarande trianglars sidor utdragne råkas i punkterna d, g, f, så är i följe af konstruktionen figuren $BCDAac$ en komplett fyrhörning, hvars diagonaler AC, ca, utdragna råkas i en punkt g, och skära hvarandra så i proportionella delar att

$$Ag \cdot Cb = Ab \cdot Cg.$$

Men efter genom delnings-punkterna *A*, *b*, *C*, *g*, räta linier äro dragne ifrån en punkt *B*, så formera desamma ett system af proportional-axlar *). Äfven så efter kompletta fyrhörningens *ABDCcb* diagonaler *AD*, *BC*, *bc*, skära hvarandra i proportionella delar, så att man har

$$Bd \,.\, Ca = Ba \,.\, Cd,$$

så följer att linierne *bA*, *bc*, *bB*, *bf* utgöra ett annat system af Proportional-axlar, *) som med det förstnämnde har axeln *Bb* gemensamt; derföre skära de öfriga axlarne hvarandra uti punkter af hvilka tre och tre ligga uti en rät linie, nemligen *g*, *a*, *c* och *d*, *g*, *f* **) h. s. b.

Att punkterne *d*, *g*, *f* ligga uti en rät linie med hvarandra, är af Profes. F. J. Servois uti en afhandling kallad *Solutions peu connues de différens Problèmes de Geometrie-Pratique* äfven bevist, men på annat sätt.

Emedan nu räta linien *Ag* uti punkterna *A*, *b*, *C*, *g*, är skuren i proportionella delar så att

$$Ag \,.\, Cb = Ab \,.\, Cg.$$

så formera alla de räta linier hvilka ifrån någon punkt

c, *B*, *f*, *d*

*) Korollarium II.

**) Theorem III.

dragas genom dem, lika många system af proportional-axlar *). Sådant är äfven förhållandet med räta linier hvilka ifrån punkterne

$$A, b, g, f$$

såsom originer äro dragne genom B, a, C, d, lika som de räta linier formera ett system af Proportional-axlar hvilka utgå ifrån punkten C, och äro dragne igenom punkterne

$$A, c, B, f,$$

uppå räta linien Af, hvilken af axlarne ifrån b skäras i proportionella delar *). Om nu två och två af dessa nio system af Proportional-axlar, kombineras, så vidt de hafva en gemensam axel, bestämmas derigenom alltid tre och tre på en rät linie belägne skärningspunkter.

Ville man öfver dessa 36 kombinationer, för vinnande redigare öfversigt, formera en Tabell, kunde man skrifva det ena systemets axlar öfver det andras, i den ordning de ligga nära gemensamma axeln, t. ex. om systemerne ifrån A och B kombineras, skrifves

$$AB — Aa,\ AC,\ Ad; \qquad Aa,\ AC,\ Ad.$$

$$BA — Bb,\ BC,\ Bg; \qquad Bg,\ BC,\ Bb,$$

$$D,\ \ C,\ \ E; \qquad D',\ \ C,\ \ F.$$

*) Korollarium II.

och på samma sätt för de öfriga, då understa raden visar de tre punkter som ligga i en rät linie, och de två öfversta, motsvarande axlarne genom hvilkas skärning desse punkter bestämmas.

Af dessa kombinationer må vi endast anmärka följande:

Genom kombination af de system som utgå ifrån punkterna *A* och *b* finna vi att punkterne *e*, *B*, *G*, som bestämmas af linierne *Aa* och *bc*, *Ac* och *bD*, *Ad* och *bf*, ligga uti en rät linie; kombineras systemerne som hafva sine originer uti *A* och *f* finnes lika så, att punkterne *n*, *C*, *G* bestämde genom linierne *Aa* och *fg*; *Ab* och *fC*, *Ad* och *fa* ligga uti en rät linie, och att således räta linierne

$$Be, \ ab, \ nC$$

sammanträffa uti en punkt uppå linien *Ad*. Af de axlar som utgå ifrån punkterne *A* och *B* bestämmas såsom belägne uppå en och samma räta linie, punkterne *D*, *C*, *F* af hvilka den sistnämnde ligger uppå axeln *Ad*; äfvensom de system af axlar hvilkas originer äro i *B* och *C* bestämma en punkt *E* som ligger i rät linie med punkterne *A*, *F* o. s. v.

Dessa slags undersökningar finna sin tillämpning egenteligen uti Praktiska Geometrien, vid liniers utstakning på fältet, der markens beskaffenhet och andra omständigheter stundom hindra eller försvåra det vanliga utstaknings-sättet. Och som min afsigt med denna uppsatts endast varit att framställa Theorin om Proportio-

nal-axlar, anser jag ej nödigt att här vidare utveckla detta ämne, som uti en afhandling om Landtmäteriet har sin rätta plats.

Endast några ord må ännu tilläggas om de vinklar som af axlarne omfattas:

Enligt Theorem II, Fig. 2, är vinkeln YAZ lika stor med AFB som ligger emellan axeln AY och en så ställd transversal BF, att den af axeln AX skäres i två lika delar. Har man derföre vinkeln $WAX = XAY$ så blir transversalen BF vinkelrät emot AX, samt vinkeln YAZ komplement till XAY; och tages hvardera af vinklarne WAX och $XAY = \frac{1}{2}$ qvadrant, hvarigenom vinkeln YAZ också blir $\frac{1}{2}$ qvadrant, så måste alla åtta vinklarne omkring origin A blifva lika stora; och således formera diametrarne uti en regulier åttahörning ett system af Proportional-axlar.

NOTE

SUR LA CLARTÉ MATHÉMATIQUE DES OBJETS LUMINEUX DONT LES RAYONS ONT ÉTÉ RÉFRACTÉS OU RÉFLÉCHIS SOUS DES ANGLES D'INCIDENCE TRÈS-PETITS,

PAR

N. G. DE SCHULTÉN.

(Lu à la Société, le 6 Dec. 1841.)

Dans un mémoire *sur les réfractions et réflexions sous des angles d'incidence très-petits*, que j'ai eu l'honneur d'offrir à l'Académie Impériale des Sciences de S:t Pétersbourg en 1838 *), j'ai déduit une formule simple et générale pour la détermination de la clarté mathématique des objets lumineux dont les rayons ont subi un nombre quelconque de réfractions et réflexions du genre cité. Le plan de ce mémoire n'ayant pas nécessité le développement des conséquences intéressantes par leur généralité et leur utilité pratique auxquelles conduit cette formule que je croi-

*) Ce mémoire, qui n'a pas encore paru, doit être publié dans le recueil des *Mémoires des Savants étrangers* de l'Académie (*Bull. Scient. publ. p l'Acad.* T. IX. N:o 9.)

rais nouvelle, j'ai remis à une autre occasion cette tâche, de laquelle, avec la permission de la Société, je vais m'acquitter actuellement. Les résultats développés dans le mémoire cité, dont j'ai besoin pour cet effet, sont les suivants, pour la déduction desquels je suis obligé de renvoyer au mémoire même.

1:o Soient

$$\left.\begin{array}{l} y = kx + l \\ z = mx + n \end{array}\right\} \ldots a)$$

les équations d'un rayon de lumière quelconque très-proche de l'axe des x, qui se dirige, soit en augmentant les x, y, z soit en les diminuant, vers une surface quelconque qui coupe l'axe des x perpendiculairement dans un point où $x = \eta$ et dont le plan de la plus grande ou de la plus petite courbure normale dans ce point coïncide avec le plan des xy, les rayons de ces courbures relatifs aux plans xy et xz étant respectivement désignés par ρ et σ, valeurs que nous supposons positives ou négatives suivant que la convexité des courbures correspondantes se tourne respectivement vers $x = +\infty$ ou $x = -\infty$. Cela posé, si le rayon dont il s'agit est réfracté par la surface citée suivant une telle loi, que le sinus de l'angle d'incidence est à celui de l'angle de réfraction comme $1 : r$, le rayon *réfracté* aura pour équations

$$\left.\begin{array}{l} y = \left(\frac{r\rho + (1-r)\eta}{\rho} k + \frac{1-r}{\rho} l\right) x + \frac{(1-r)(\rho - r)\eta}{\rho} k + \frac{\rho - (1-r)\eta}{\rho} l \\ z = \left(\frac{r\sigma + (1-r)\eta}{\sigma} m + \frac{1-r}{\sigma} n\right) x + \frac{(1-r)(\sigma - r)\eta}{\sigma} m + \frac{\sigma - (1-r)\eta}{\sigma} n \end{array}\right\} \ldots b).$$

Si dans ces équations on pose $r = -1$, elles exprimeront la position que prendra le rayon représenté par a) par sa réflexion de la surface en question, de sorte que le rayon *réfléchi* aura pour équations

$$\left.\begin{aligned} y &= \left(\frac{2\eta-\varrho}{\varrho}k + \frac{2}{\varrho}l\right)x + \frac{2\eta(\varrho-\eta)}{\varrho}k + \frac{\varrho-2\eta}{\varrho}l \\ z &= \left(\frac{2\eta-\sigma}{\sigma}m + \frac{2}{\sigma}n\right)x + \frac{2\eta(\sigma-\eta)}{\sigma}m + \frac{\sigma-2\eta}{\sigma}n \end{aligned}\right\} \ldots c).$$

2:o Supposons actuellement que le rayon exprimé par a) rencontre une suite de surfaces réfringentes ou réfléchissantes toutes coupées perpendiculairement par l'axe des x, et placées de manière que les plans de leur plus grande ou plus petite courbure normale aux points où elles rencontrent cet axe coïncident avec le plan xy, et représentons la position que prendra ce rayon après la *première* réfraction ou réflexion par

$$\left.\begin{aligned} y &= k_1x + l_1 \\ z &= m_1x + n_1 \end{aligned}\right\},$$

après la *seconde* par

$$\left.\begin{aligned} y &= k_2x + l_2 \\ z &= m_2x + n_2 \end{aligned}\right\},$$

après la *troisième* par

$$\left.\begin{aligned} y &= k_3x + l_3 \\ z &= m_3x + n_3 \end{aligned}\right\},$$

et ainsi de suite. D'après la forme des équations b), c) on aura donc

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= ak + bl \\ l_1 &= ck + dl \\ m_1 &= em + fn \\ n_1 &= gm + hn \end{aligned}\right\},$$

$$\left.\begin{aligned} k_2 &= a_1 k_1 + b_1 l_1 \\ l_2 &= c_1 k_1 + d_1 l_1 \\ m_2 &= e_1 m_1 + f_1 n_1 \\ n_2 &= g_1 m_1 + h_1 n_1 \end{aligned}\right\},$$

$$\left.\begin{aligned} k_3 &= a_2 k_2 + b_2 l_2 \\ l_3 &= c_2 k_2 + d_2 l_2 \\ m_3 &= e_2 m_2 + f_2 n_2 \\ n_3 &= g_2 m_2 + h_2 n_2 \end{aligned}\right\},$$

etc.,

où les coefficients $a \ldots h$, $a_1 \ldots h_1$, $a_2 \ldots h_2$, etc. se déterminent immédiatement par ceux des $k \ldots n$ dans les équations b) et c). Or les valeurs des $k_1 \ldots n_1$, substituées dans celles des $k_2 \ldots n_2$, leur font prendre la forme

$$\left.\begin{aligned} k_2 &= a'_1 k + b'_1 l \\ l_2 &= c'_1 k + d'_1 l \\ m_2 &= e'_1 m + f'_1 n \\ n_2 &= g'_1 m + h'_1 n \end{aligned}\right\},$$

celles-ci, substituées dans les valeurs des $k_3 \ldots n_3$, les changent en

$$\left.\begin{aligned} k_3 &= a'_2 k + b'_2 l \\ l_3 &= c'_2 k + d'_2 l \\ m_3 &= e'_2 m + f'_2 n \\ n_3 &= g'_2 m + h'_2 n \end{aligned}\right\},$$

et ainsi de suite; d'où s'ensuit que la position du rayon en question après un nombre quelconque s de réfractions ou réflexions étant représentée par

$$\left.\begin{aligned} y &= k_s x + l_s \\ z &= m_s x + n_s \end{aligned}\right\} \ldots d),$$

des substitutions successives répétées $s - 1$ fois nous donneront toujours

$$\left.\begin{aligned} k_s &= Ak + Bl \\ l_s &= Ck + Dl \\ m_s &= Em + Fn \\ n_s &= Gm + Hn \end{aligned}\right\},$$

les coefficients $A \ldots H$ étant des quantités connues entièrement indépendantes des indéterminées $k \ldots n$. Ceci établi, supposons que le rayon représenté par a) émane immédiatement d'un plan lumineux exprimé par l'équation

$$x - a = o$$

et ayant tous ses points très-proches de l'axe des x, les rayons de cet objet entrant librement dans l'oeil, soit directement, dans la po-

sition exprimée par a), soit indirectement, dans celle représentée par d), et désignons par

$$x - \varepsilon = o$$

le plan de l'ouverture de l'oeil, posée très-petite et très-proche de l'axe des x, par J et J' les images de l'objet lumineux sur la rétine produites respectivement par les rayons directs et indirects, et par Q et Q' les quantités de lumière directe et indirecte, envoyées respectivement dans l'oeil par le même objet lumineux, la forme de l'oeil et la grandeur de la prunelle étant supposées les mêmes pour la vue directe et indirecte. Toutes ces suppositions faites on aura, d'après le mémoire cité au commencement de cette Note, les deux formules

$$J' = \frac{(BC - AD)(FG - EH)(\alpha - \varepsilon)^2 J}{[(A - B\alpha)\varepsilon + C - D\alpha][(E - F\alpha)\varepsilon + G - H\alpha]}$$

et

$$Q' = \frac{\varpi(\alpha - \varepsilon)^2 Q}{[(A - B\alpha)\varepsilon + C - D\alpha][(E - F\alpha)\varepsilon + G - H\alpha]},$$

ϖ désignant un coefficient donné par des expériences, par lequel il faudra multiplier l'intensité de la lumière réfractée ou réfléchie non affaiblie par des réflexions ou transmissions partielles, l'absorption des milieux réfringents et des surfaces réfléchissantes, et d'autres causes de cette nature difficiles à soumettre au calcul, pour obtenir celle de la même lumière modifiée encore par ces causes. Les *clartés* de l'objet lumineux vu directement et indirectement étant nommées respectivement K et K', on aura donc, en vertu de la convention ordinaire relative à la clarté mathématique des

objets de la vue, la formule suivante remarquable par sa généralité et sa simplicité

$$K'\left(=\frac{\frac{Q}{J}.K}{\frac{Q}{J}}\right)=\frac{\varpi K}{(BC-AD)(FG-EH)}.$$

C'est sur cette formule que je me propose de faire ici quelques remarques, qui en faciliteront singulièrement l'application.

Les relations qu'ont les coefficients précédemment cités $a'_1 \,..\, h'_1$, $a'_2 \,..\, h'_2$, $a'_3 \,..\, h'_3$, etc. avec les $a \,..\, h$, $a_1 \,..\, h_1$, $a_2 \,..\, h_2$, etc., fournis immédiatement par les équations b) et c), sont évidemment les suivantes

$$\left.\begin{aligned} a'_1 &= a_1a + b_1c \\ b'_1 &= a_1b + b_1d \\ c'_1 &= c_1a + d_1c \\ d'_1 &= c_1b + d_1d \end{aligned}\right\}, \qquad \left.\begin{aligned} e'_1 &= e_1e + f_1g \\ f'_1 &= e_1f + f_1h \\ g'_1 &= g_1e + h_1g \\ h'_1 &= g_1f + h_1h \end{aligned}\right\},$$

$$\left.\begin{aligned} a'_2 &= a_2a'_1 + b_2c'_1 \\ b'_2 &= a_2b'_1 + b_2d'_1 \\ c'_2 &= c_2a'_1 + d_2c'_1 \\ d'_2 &= c_2b'_1 + d_2d'_1 \end{aligned}\right\}, \qquad \left.\begin{aligned} e'_2 &= e_2e'_1 + f_2g'_1 \\ f'_2 &= e_2f'_1 + f_2h'_1 \\ g'_2 &= g_2e'_1 + h_2g'_1 \\ h'_2 &= g_2f'_1 + h_2h'_1 \end{aligned}\right\},$$

$$\left.\begin{aligned} a'_3 &= a_3a'_2 + b_3c'_2 \\ b'_3 &= a_3b'_2 + b_3d'_2 \\ c'_3 &= c_3a'_2 + d_3c'_2 \\ d'_3 &= c_3b'_2 + d_3d'_2 \end{aligned}\right\}, \qquad \left.\begin{aligned} e'_3 &= e_3e'_2 + f_3g'_2 \\ f'_3 &= e_3f'_2 + f_3h'_2 \\ g'_3 &= g_3e'_2 + h_3g'_2 \\ h'_3 &= g_3f'_2 + h_3h'_2 \end{aligned}\right\},$$

etc., etc.,

dont la loi est manifeste. Or ces équations donnent

$$b'_1c'_1 - a'_1d'_1 = -(bc - ad)(b_1c_1 - a_1d_1)$$
$$b'_2c'_2 - a'_2d'_2 = -(b'_1c'_1 - a'_1d'_1)(b_2c_2 - a_2d_2)$$
$$b'_3c'_3 - a'_3d'_3 = -(b'_2c'_2 - a'_2d'_2)(b_3c_3 - a_3d_3)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$f'_1g'_1 - e'_1h'_1 = -(fg - eh)(f_1g_1 - e_1h_1)$$
$$f'_2g'_2 - e'_2h'_2 = -(f'_1g'_1 - e'_1h'_1)(f_2g_2 - e_2h_2)$$
$$f'_3g'_3 - e'_3h'_3 = -(f'_2g'_2 - e'_2h'_2)(f_3g_3 - e_3h_3)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

relations dont la loi est aussi évidente, et d'où résultent celles de

$$b'_1c'_1 - a'_1d'_1 = -(bc - ad)(b_1c_1 - a_1d_1)$$
$$b'_2c'_2 - a'_2d'_2 = +(bc - ad)(b_1c_1 - a_1d_1)(b_2c_2 - a_2d_2)$$
$$b'_3c'_3 - a'_3d'_3 = -(bc - ad)(b_1c_1 - a_1d_1)(b_2c_2 - a_2d_2)(b_3c_3 - a_3d_3)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$f'_1g'_1 - e'_1h'_1 = -(fg - eh)(f_1g_1 - e_1h_1)$$
$$f'_2g'_2 - e'_2h'_2 = +(fg - eh)(f_1g_1 - e_1h_1)(f_2g_2 - e_2h_2)$$
$$f'_3g'_3 - e'_3h'_3 = -(fg - eh)(f_1g_1 - e_1h_1)(f_2g_2 - e_2h_2)(f_3g_3 - e_3h_3)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

qui donnent évidemment

$$BC - AD = b'_{s-1}c'_{s-1} - a'_{s-1}d'_{s-1}$$
$$= \mp(bc - ad)(b_1c_1 - a_1d_1)(b_2c_2 - a_2d_2)\ldots(b_{s-1}c_{s-1} - a_{s-1}d_{s-1})$$
$$FG - EH = f'_{s-1}g'_{s-1} - e'_{s-1}h'_{s-1}$$
$$= \mp(fg - eh)(f_1g_1 - e_1h_1)(f_2g_2 - e_2h_2)\ldots(f_{s-1}g_{s-1} - e_{s-1}h_{s-1})$$

le signe *supérieur* ou *inférieur* ayant lieu suivant que s est *pair* ou *impair.* On aura donc

$$(BC - AD)(FG - EH) =$$

$$(bc-ad)(fg-eh).(b_1c_1-a_1d_1)(f_1g_1-e_1h_1)..(b_{s-1}c_{s-1}-a_{s-1}d_{s-1})(f_{s-1}g_{s-1}-e_{s-1}h_{s-1}),$$

valeur d'une forme remarquable, qui se simplifie encore extrêmement par les considérations suivantes.

Les coefficients $a \,..\, h$, $a_1 \,..\, h_1$, .. $a_{s-1} \,..\, h_{s-1}$ étant, ainsi que nous l'avons observé ci-dessus, immédiatement donnés par ceux des $k \,..\, n$ dans les équations b) et c), on aura, pour un indice quelconque p,

$$a_p = \frac{r\varrho + (1-r)\eta}{\varrho}, \quad b_p = \frac{1-r}{\varrho}, \quad c_p = \frac{(1-r)(\varrho-\eta)\eta}{\varrho}, \quad d_p = \frac{\varrho-(1-r)\eta}{\varrho},$$

$$e_p = \frac{r\sigma + (1-r)\eta}{\sigma}, \quad f_p = \frac{1-r}{\sigma}, \quad g_p = \frac{(1-r)(\sigma-\eta)\eta}{\sigma}, \quad h_p = \frac{\sigma-(1-r)\eta}{\sigma}.$$

Or ces valeurs donnent

$$b_pc_p - a_pd_p = -r, \quad f_pg_p - e_ph_p = -r,$$

et par conséquent

$$(b_pc_p - a_pd_p)(f_pg_p - e_ph_p) = r^2;$$

relation qui, dans le cas où le rayon relatif aux $a_p \,..\, h_p$ aurait été réfléchi au lieu de réfracté, se change d'après ce qui précède en

$$(b_p c_p - a_p d_p)(f_p g_p - e_p h_p) = 1 \text{ *)}.$$

Donc chacun des facteurs

$$(bc - ad)(fg - eh),$$

$$(b_1 c_1 - a_1 d_1)(f_1 g_1 - e_1 h_1),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$(b_{s-1} c_{s-1} - a_{s-1} d_{s-1})(f_{s-1} g_{s-1} - e_{s-1} h_{s-1}),$$

dont se compose le produit

$$(BC - AD)(FG - EH),$$

ne pourra avoir que les valeurs

$$r^2 \text{ ou } 1,$$

savoir r^2 dans le cas de la *réfraction* du rayon y correspondant, et 1 dans celui de sa *réflexion:* remarque d'une grande utilité pour l'application de la formule

$$K' = \frac{\varpi K}{(BC - AD)(FG - EH)},$$

---

*) Si $\rho = \infty$, on aura

$$a_p = r, \quad b_p = o, \quad c_p = (1 - r)\eta, \quad d_p = 1,$$

et par conséquent encore

$$b_p c_p - a_p d_p = - r.$$

Les valeurs précédentes de

$$(b_p c_p - a_p d_p)(f_p g_p - e_p h_p)$$

auront donc encore lieu si l'un des rayons de courbure ρ, σ, ou tous deux, sont *infinis*.

puisqu'elle fournit le moyen de déterminer *immédiatement*, ou sans aucun calcul, la clarté dûe aux rayons réfractés ou réfléchis sous des angles d'incidence très-petits dans un cas quelconque.

Le rapport de réfraction, dans le sens déterminé plus haut, étant nommé r pour le passage des rayons lumineux d'un milieu quelconque dans un autre, ce rapport sera, comme on sait, $\frac{1}{r}$ pour le retour de ce rayon dans le milieu où il se trouvait d'abord. De cette remarque, appliquée à ce qui précède, résulte évidemment le théorème suivant relatif à la clarté des objets vus par des rayons réfractés ou réfléchis sous des angles d'incidence très-petits, lequel paraît digne de remarque à cause de sa généralité:

Abstraction faite de la lumière perdue par des réflexions ou transmissions partielles, l'absorption des milieux réfringents et des surfaces réfléchissantes, et d'autres causes de ce genre d'un effet difficile à évaluer, et posé que la forme de l'oeil et la grandeur de la prunelle soient les mêmes pour la vue directe et indirecte, et que dans l'un et l'autre cas aucun obstacle extérieur n'empêche la lumière d'entrer librement dans l'oeil, *la clarté mathématique d'un objet vu par des rayons réfractés ou réfléchis sous des angles d'incidence très-petits sera la même que si cet objet était vu directement, quel que soit le nombre des réfractions ou réflexions qu'aura subi la lumière, pourvu que l'oeil et l'objet lumineux soient placés dans le même milieu et qu'après un nombre de réfractions pair la lumière rentre toujours dans ce même milieu.*

De ce théorème universel résulte, comme une conséquence très-spéciale, la vérité importante pour l'optique pratique, qu'une lunette ou un microscope d'une construction quelconque, dont l'ouverture est assez grande pour transmettre à l'oeil toute la lumière indirecte qui pourra y entrer, fait voir les objets avec leur clarté naturelle, abstraction faite de la lumière perdue par des réflexions ou transmissions partielles, par l'absorption des lentilles et des surfaces réfléchissantes, et par d'autres causes semblables difficiles à soumettre au calcul *).

Par ce théorème se trouve encore complétée, par rapport à la *clarté*, la théorie que j'ai donnée il y a long-temps des phénomènes optiques produits par des rayons qui traversent des lentilles sphériques ou en sont repoussés après un nombre quelconque de réflexions intérieures **). Le résultat général auquel nous venons de parvenir fait voir que la clarté des images formées par de tels rayons resterait la même que pour la vue directe des ob-

---

*) Cette vérité n'a pas échappé aux auteurs qui ont traité la construction des instruments optiques (voyez p. ex. le mémoire de Lagrange *sur la théorie des lunettes*, publié parmi ceux de l'Acad. Roy. des Sciences de Berlin pour 1778, p. 178, et *Analytische Dioptrik* von G. S. Klügel, Leipz. 1778, p. 33); mais nous l'avons prouvée ici *sans faire abstraction des épaisseurs des lentilles*, comme font communément ces auteurs, et aussi sous d'autres rapports plus universellement que ceux d'entre eux qui nous sont connus.

**) *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Stockholm pour l'année 1821, p. 265.*

jets d'où ils émanent, sans la perte des rayons qui n'entrent pas dans la lentille, qui en sortent avant d'avoir subi des réflexions intérieures au nombre dont il s'agit, ou qui sont absorbés par la lentille, et que par conséquent c'est à ces trois causes seules qu'il faudra attribuer le décroissement de la clarté de ces images à mesure qu'augmente le nombre des réflexions intérieures — décroissement, comme on sait, si rapide, que les images relatives à plus de *trois* réflexions intérieures ne sont en général pas même visibles.

NY MÅTNING

AF ÅBO SLOTTS HÖJD ÖFVER HAFSYTAN, JEMTE SLUTSATSER OM SÖDRA FINLANDS HÖJNING ÖFVER HAFVET,

AF

GUST. GABR. HÄLLSTRÖM.

(Föredr. för Vet. Soc. d. 25 October 1841.)

Snart äro 100 år förflutna sedan en då uppkommen fråga om verldshafvets och i synnerhet Östersjöns småningom skeende sänkning med fullt alfvar af den tidens Naturkunnige omtvistades. Ibland andre hade, såsom bekant är, Astronomiæ Professoren vid Universitetet i Upsala A. Celsius samlat en hop iakttagelser i denna väg, och kommit till det resultat, att hafsytan inom en tid af 100 år sänkt sig $4\frac{1}{2}$ Svenska fot under den medelhöjd, som den då innehade, (se *Svenska Vetensk. Acad. Handlingar för år* 1743, *sid.* 44), hvarjemte han föranstaltat, att åtskilliga nya märken för vattnets stånd uti fasta klippor vid hafsstränderna till framtida efterrättelse inhöggos. I sistnämnde afseende afvägde äfven år 1750 dåvarande Extra-Ordinarie Professoren i Åbo, sedermera Biskopen m. m. D:r Jac. Gadolin, Åbo Slotts höjd öfver hafs-

ytan vid dess medelstånd, hvartill denna uråldriga Byggnad, belägen endast ungefär 40 alnar ifrån vattnet, är särdeles lämplig (se *Vetensk. Acad. Handl. för år* 1751, *sid.* 219 *följ.*). Resultaterne af denna afvägning blefvo sådana, att de, jemförda med den Celsianska vattenminsknings-qvantiteten, och med förutsättningen, att denna sänkning i förhållande till tiden genom sekler lika fortfarit, genom de orimligheter hvartill de ledde, synnerligen väl passade och äfven af framlidne Biskopen D:r Browallius (i dess *Betänkande om vattenminskningen, Stockh.* 1755) omständeligen begagnades till att vederlägga den uppgifna vattenminsknings-hypothesen. Gadolin hade t. ex. ibland annat funnit, att stenläggningen i yttre portgången till Slottet då (1750) låg 7 fot 4 tum öfver hafsytan, och hade, efter Celsianska beräkningen, bordt 190 år tidigare, då Konungen i Sverige Johan III bebodde Slottet, ligga 1 fot 1 tum under vattenytan, hvilken omständighet naturligtvis hade hindrat Konungen att torrskodd inkomma i Slottet.

Då förenämnde äldre vattenstånds-märken i sednare tider blifvit granskade, har det befunnits, att den apparenta vattensänkningen i Bottniska Viken, eller den verkliga höjningen af dess stränder, på den vestra sidan ifrån Torneå till Stockholm, och på den östra till trakten af Wasa, nära nog uppgår till den af Celsius funna qvantiteten, nemligen $4\frac{1}{2}$ fot för 100 år (se Öfversten N. Bruncronas *Anmärkningar och uppgifter rörande vattenminskningen vid Sveriges Kuster,* samt Öfverste-Lieutenanten C. P. Hällströms tillägg till dessa anmärkningar, i *Vet. Acad.*

Handl. år 1823, *sid.* 20 *följ.* A. Almlöfs uppgifter uti *Vet. Acad. Handl. för* 1839, *sid.* 300 *följ.* öfverensstämma mindre både inom sig och med andra). Men huru långt söderut i Finland detta förhållande äger rum, och om detsamma lika förekommer äfven i Finska viken, derom kunna några hos oss befintliga märken lemna upplysning. I detta afseende borde för trakten vid Åbo i synnerhet Gadolins förenämnde afvägning begagnas, hvarföre jag redan för någon tid tillbaka beslutit att vid lägligt tillfälle företaga denna undersökning; men då ett sådant syntes mig aflägset, har jag nyligen om denna afvägning af Åbo Slotts grundvals nuvarande höjd anmodat Förste Landtmätaren i Åbo och Björneborgs Län, Riddaren J. G. Wallenius, hvilken ock vänskapsfullt åtagit sig och redan fullbordat densamma. Dervid var angeläget att påfinna ett ställe, som, ifrån år 1750 till närvarande tid, genom menniskjo åtgärd eller annan tillfällighet icke undergått någon förändring, och ett sådant var det jordfasta hälleberg, hvarpå Slottets nordvestra torn befinnes stå orubbadt. Gadolin hade funnit ytan deraf vara 24,2 Svenska fot, och nu (i September 1841) befanns den vara 24,95 fot öfver hafvets yta vid vattnets medelstånd. På de deremellan förflutna 91 åren hade således berget, med Slottet, höjt sig 1,75 fot, som för 100 år gör 1,92 fot, eller allenast 43 procent af Celsianska qvantiteten, eller af den, som på Vesterbottniska kusten i Sverige blifvit iakttagen. Hade Biskopen Browallius afvetat detta resultat, och om man får antaga att förändringen under loppet af ett sekel före och efter hans tid varit lika,

hvilket man efter den tidens åsigt bordt antaga; så hade han näppeligen kunnat åberopa förhållandet vid Åbo Slott till stöd för den mening, som han försvarade.

Ju mera detta sednast erhållna resultat afviker ifrån det, som på Svenska sidan funnits och ansetts vara sannolikast, desto angelägnare synes det vara att begagna de upplysningar, som ifrån ett par ställen vid Finska viken kunna i detta afseende erhållas. Enligt den underrättelse, som inhemtas från ett ur framlidne Stats-Rådet och Ridd. af Schultén's efterlemnade Samlingar till denna Societets Archif meddeladt Manuscript, har framlidne Fältmarskalken Grefve A. Ehrensvärd år 1754 låtit i Gäddtarmshamn, som nu kallas Carlshamn, vid Hangöudd inhugga ett vattenmärke i en slät berghäll, belägen på vestra stranden af dervarande sund. Detta märke fann bemälde Stats-Råd år 1796 stå 11 Svenska verktum eller 0,92 Svenska fot öfver vattnets medelhöjd, bedömd efter den yttersta gräskanten på stranden. Sedermera hafva ock åren 1800 och 1821 märken blifvit i samma berg inhuggna, och då detta ställe af Öfver-Intendenten och Riddaren N. Nordenskiöld år 1837 besöktes, befanns märket för 1754 stå 20 verktum = 1,67 Svenska fot, det af år 1800 11 verktum = 0,92 fot, och det af 1821 15 tum = 1,25 fot öfver nuvarande medel-vattenhöjd. Ett å Jussarö uti Ekenäs skärgård år 1800 inhugget märke fanns samma år 1837 vara 9 v. tum = 0,74 fot öfver vattnet; till hvilka uppgifter ännu bör tilläggas Capitainen Reineckes för Sveaborg. Bemälde Capitain hade nemligen, till följe af Kejserl. Vetenskaps-

Academiens i S:t Petersburg år 1837 yttrade önskan, låtit på åtskilliga ställen vid Finska viken inhugga märken för vattnets medelhöjd, (se *Bulletin scientifique publié par l'Académie Imp. des Sciences de S:t Pétersbourg, T. IX, N:o* 9, 10, *p.* 145), och, till följe af derigenom på detta ämne fästad uppmärksamhet, år 1840 undersökt tvenne å Sveaborg, det ena i hamnen och det andra vid kranen, befintliga märken, af hvilka det ena då stod 8,9 och det andra 9,8 tum (förmodeligen Engelska eller Ryska) öfver vattenytan, hvilket i medeltal gör 9,35 Eng. tum = 0,80 fot.

Om man sammanställer alla dessa uppgifter och vederbörligen beräknar sekular-ändringen, erhåller man följande öfversigt:

Orten.		Förflutna år.	Observ. ändring.	Sekular-ändring.
			Sv. fot.	Sv. fot.
Åbo Slott	ifr. år 1750 till 1841	91	1,75	1,92
Hangö, Carlshamn	„ 1754 „ 1796	42	0,92	2,19
D:o	„ — „ 1800	46	0,92	2,00
D:o	„ — „ 1821	67	1,25	1,87
D:o	„ — „ 1837	83	1,67	2,01
Jussarö	„ 1800 „ 1837	37	0,74	2,00
Sveaborg	„ 1800 „ 1840	40	0,80	2,00

Då man af dessa uppgifter söker medeltalet, beräknadt med afseende på den tid, som för hvar och en förflutit, samt ytterligare bestämmer sannolika osäkerheten i det så funna medel-resultatet; så befinnes kusten af södra Finland längsefter Finska viken hafva på 100 år höjt sig 1,98 fot, i hvilken bestämmelse sannolika osäkerheten är $= \pm$ 0,07 fot. Man öfverskrider således icke sannolikhetens gränsor, då man i rundt tal antager, att södra Finland inom sistförflutna sekel höjt sig jemt 2 svenska fot. Och emedan man får samma resultat antingen man efter dessa observationers föranledande beräknar det efter längre eller kortare tidsrymd inom seklet, så kan deraf slutas, att höjningen skett i förhållande till tiden, hvarföre man bör antaga den jemn och utgörande $\frac{1}{5}$ decimaltum för året.

Jag har med flit härtills undvikit att i förestående beräkning intaga ännu ett par kända uppgifter. Den utmärkta öfverensstämmelse, som visat sig i resultaterne af de anförda förhållanden, bekräftar så probabiliteten af nära approximation till sanningen. att tvifvel måste uppkomma, huruvida icke något misstag ägt rum vid en observation, som gifver deremot stridande resultat. Så har jag trott mig böra betrakta ofvanbemälde Capitain Reineckes iakttagelse vid Ehrensvärdska vattenmärket i Hangöhamn, då han år 1839 fann hafsytan der stå derunder endast 9 tum (förmodligen Ryska) (se ofvan citerade *Bulletin scientif.*), hvilket gifver en sekular-ändring af allenast 10,59 R. tum $=$ 0,91 Sv. fot, eller icke fullt hälften af hvad de ofvan-anförda uppgifterna enstämmigt

ådagalägga. Skall dock detta oaktadt äfven denna bestämmelse i räkningen ingå, så bör ock bemälde Capitains uppgift för höjdförändringen i Cronstadt = 3,9 Sv. fot deri intagas, ehuru den med hänsigt till för kort observationstid (15 år) ej synes kunna tåla om något votum i bredd med de äldre iakttagelserna, hvilket äfven skäligen måste gälla om observationen i S:t Petersburg, der sekular-ändringen, beräknad äfven efter allenast 15 år, skulle blifva 1,1 Sv. fot. Ville man således nödvändigt använda äfven dessa tre sist omnämnda uppgifter, dock hälst utan afseende på längden af den tid, hvarunder de uppkommit, så blir dock slutresultatet en sekular-ändring för södra Finland af 1,99 Svenska fot, som fullkomligen öfverensstämmer med hvad ofvanföre fanns.

Att Reineckes uppgift för Reval, = 1,5 Sv. fot, här icke ingått, har sin grund deri, att geologiska formationen derstädes, enligt hvad man känner, är annan än i Finland, hvarföre det tvifvelsutan är för tidigt att endast efter 15 års observation anställa jemförelse mellan begge dessa orter.

NÅGRA HISTORISKA UNDERRÄTTELSER

OM

BOKTRYCKERIET I FINLAND,

AF

FREDR. WILH. PIPPING.

FÖRSTA STYCKET.

(Meddeladt Vetensk. Societ. d. 20 Juli 1840.)

Sedan saknaden af Boktryckeri i Finland länge varit känbar, kunde den icke undgå de mäns uppmärksamhet, genom hvilkas prisvärda omtanka och nit den afsigt befordrades till verkställighet, som Konung Gustaf *den andre* Adolf berättas hafva icke långt efter Åbo Skolas förvandling till Gymnasium yttrat, nämligen att ytterligare upphöja samma läroverk till ett Universitet. Redan i första Project-Staten för Universitetet i Åbo, innefattad i en så kallad *Designation,* som åtföljt Kongl. Förmyndare Regeringens svar af d. 18 Octob. 1638 på Storfurstendömets dåvarande General-Gouverneurs, den genom sitt kraftiga bemödande att i mångfaldiga afseenden upphjelpa detta land högt förtjente Grefve Pehr *Abrahamsson* Brahes samma år ingifne *Relation öffwer den*

Finske Statens wilkor *), finnas följakteligen ock 100 Dal. Silfvermynt såsom lön för en Boktryckare upptagne, och i samma Kongl. Regerings Skrifvelse af d. 9 Mart. följande året **), till svar på det bref af d. 7 nästförvikne Januarii, hvaruti General-Gouverneuren i underdånighet påmint om verkställighet af beslutet rörande Universitetets inrättande, nämnes, att Boktryckaren Petter von Selow eller van Zelau erhållit förordnande att begifva sig hit öfver för att inrätta och förestå ett Tryckeri.

Denne man, äfven Stilgjutare, synes med så mycket mera skäl nu hafva framför andra kommit i fråga, som den befattning, på hvilken hans bosättning i Sverige förnämligast syftade, närmast angick Finland. Då det nämligen, sedan Ingermanland och Kexholms Län, genom fredsslutet i Stolbowa, kommit under Sveriges lydnad, ansetts för Religions-undervisningen i dessa landsorter angeläget, att läroböcker blefve utgifne ej endast på Ryska språket, utan ock på Finska med Slavonska bokstäfver, såvida endast dessa voro för många ibland invånarene bekanta, äfven om de i öfrigt till det mesta betjenade sig af Finskan, såsom modersmål, lät Ko-

*) Så benämnes ifrågavarande hemställan, innefattande åtskilliga förslag till afhjelpande af Finlands angelägnaste behof, samt ibland dessa äfven en "*Academies och några gode Scholors inrättande,*" i ofvannämnde svar, aftryckt i *Tidningar utgifne af et Sälskap i Åbo,* år 1782, N:ne 2—5. Om och hvarest densamma må finnas i behåll, känner jag icke.

**) Professoren Doctor Wilh. Gabr. Lagus har i sitt d. 16 i denne månad utgifne Program till "*Tredje Juris utriusque Doctors-Promotionen i Finland*" intagit denna Skrifvelse.

nungen Ryska stilar för detta behof gjutas af von Selow och antog honom till Rysk Boktryckare i Sverige *). Af hans verksamhet i denna egenskap känner man ock ett eller annat prof; men förordnandet för honom att i Finland anlägga Boktryckeri hade ingen påföljd, och landet förblef sålunda i saknad af sådan Inrättning, intill dess Universitetet i Åbo kommit i ordning, hvarefter så kraftiga anstalter till bristens afhjelpande vidtogos, att den snart upphörde.

---

*) Hallenberg i *Svea Rikes Historia under Konung Gustaf Adolf den Stores Regering*, IV:e Band. sid. 849, räknar anläggandet af ett Ryskt Boktryckeri i Stockholm till 1620, med åberopande ur Kongl. Riks-Archivi Registratur af *Bref till Skattmäst. och Kammar-R. för Skriftgjutaren Peter von Silow. Stockh.* 5 *Novemb.* 1618. *f.* 404. 16 *Augusti* 1620. *f.* 634. men emedan det i Konungens "*Fullmagt och Beställning för en Rysk Boktryckare*," gifven den 14 April 1625, som finnes efter Originalet tryckt i *Den Svenska Mercurius*, af Carl Christoffer Gjörwell, för Aug. 1757, sid. 178, säges att Hans Kongl. Maj:t "för någon tid sedan låtit förfärdiga några Ryska stylar til at trycka böcker med på det Ryska tungomål; Och uppå det, at samma Ryska tryck må kunna uti werket ställas — — antagit (nu nämligen, såsom sammanhanget ådagalägger,) denna Brefwisare Peter von Solown Skriftgjutare för en Rysk Boktryckare — —; Och uppå det han sit bo ifrå Tyskland desto bättre upprycka kan, — — förärat honom Ethundrade Swenske Daler," äfvensom att de i samma Fullmagt specificerade löneförmonerne borde åt Boktryckaren på någon viss ort anordnas "*enär han inkommer*," är det sannolikare, att endast Stilarnes anskaffande, kanhända sålunda, att von Selow inkallades, för att i Stockholm gjuta dem, hörer till åren 1618 och 1620, men det Ryska Boktryckeriet likväl icke kom i ordning, äfvensom von Selows egenteliga inflyttning till Sverige icke ägde rum, förrän 1625.

Emedan således Boktryckeriet hos oss är i det närmaste likåldrigt med Universitetet, ledes vid denna Högskolas nu högtidligen firade andra Jubelfest tanken så mycket naturligare jemväl på det förras upprinnelse här i landet, som nämnde minnesfest, nära nog sammanträffat med de allmänna högtidligheter, hvilka upplysningens vänner på andra orter täflat att detta år anställa, till åminnelse af Boktryckeri-Konstens uppfinning för fyra århundraden sedan.

Huru tidigt behofvet af ett Boktryckeri väckte deras omsorg, som åtagit sig vården om Finnarnes unga plantskola för högre odling, utvisar Consistorii Academici Protocoll för d. 12 och 17 Septemb. 1640, hvaruti för den sednare dagen, ibland andra ärender, hvilka borde hos Hennes Kongl. Maj:t och den Kongl. Regeringen samt General-Gouverneuren till skyndesamt behjertande anmälas, dels genom skrifvelser, dels ock munteligen af Universitetets förste Quæstor Petrus Giers, som erhållit uppdrag att till Sverige öfverresa, nämnes "Tryckare och hans requisita, the förutthan Acad: nu icke länge vara kan, ty mången kan hafva lust sigh disputando exercera och Theses genom Trycket uthgåå låtha. Ther hooss vill och vara, att hvadh Decretum publicum Senatus Acad: är och anslåås skall, borde tryckias, Sådant nu Notarius Acad: (:efftersom Tryckaren eij är att bekomma:) calamo giöra måste, thet eij länge så blifva kan, helst medhan Notarius eij är förvissat om någon större löön ähn på hans Persson och officium på Staten fördt är, Nembligen 75 D: Eliest och kan inthet höras till andre

loflige orther, hvadh här hafves för händer, medhan thet icke genom Trycket är uthgångit och publicerat." Då Juris Professoren och tillika Assessoren i Kongl. Hofrätten i Finland Johannes Olai Dalekarlus (Stjernhök) icke långt derefter tillkännagifvit sig vara sinnad att företaga dylik resa, anmodades jemväl han att icke allenast frambära ytterligare bref härom till Gref Brahe, utan ock för öfrigt söka befordra saken. Likaledes yttrade Domcapitlet i Åbo sin "ödmjuke och flijtige begäran — — om den Tryckiaren som är låffvadt, at han med första legenheet måtte ankomma, emedan han härefter dageligen väl behöffves" *). Efter att hafva erhållit sin höge gynnares "försäkringh om — — Tryck" förnyade Academici i skrifvelse af den 20 Junii 1641 ännu vidare sin önskan att "sådant medh thet snarasta fulkomligen bekomma, tillijka medh een papijrs qwarn här när Stadhen, hvilken för uthan Trycket icke så lätteligen sin foortgångh vinna kan, det doch alt till ungdomsens synnerlige förkåfringh uthi boocklige konster länder och behöfues." Genom allt detta vanns ock ändamålet tämmeligen snart, då föga mera än ett år förflutit sedan Universitetets invigning, innan aftal träffades med en pålitlig man, som åtog sig att blifva dess Boktryckare. Den skrifteliga afhandling härom, som i Stockholm den 12 Aug. sistnämnde år underskrefs, på Consistorii vägnar af tvänne dess då derstädes varande ledamöter, Förste Theologiæ Professoren Doctor Aeschil Petræus och den nyligen

*) Domcapitlets Bref till "*Greff Peder Brahe*" af den 4 Nov. 1640 finnes efter en afskrift ur Kongl. Svenska Riks-Archivet infördt i *Åbo Tidningar* 1793 N:o 11.

utnämnde Medicinæ Professoren Eric Achrelius, borde visserligen icke här saknas; och har jag derföre så mycket mindre tvekat att ut framl. Erkebiskopen Doctor Jacob Tengströms *Dissertationis Academicæ, Vitam et Merita M. Isaaci B. Rothovii, Episcopi q. Aboënsis, exposituræ Particula* XII, försvarad den 16 Dec. 1808, under dåvarande Professorens, numera Biskopen Doctor Frans Michaël Franzéns inseende, af Fredr. Elfgren, sid. 189 och följ. Not. *), intaga densamma, som nämnde arbete redan begynt att blifva sällsynt och den afryckta handskriften, genom den förstörande branden i Åbo d. 4 och 5 Sept. 1827 gått förlorad.

Afhandling medh M. Peer Erichsson Wald, om Boktryckare Embetet i Åbo.

1. *Tillsäijes honom på Consistorii Academici vägnar frijhet för all Stadzens tunga och besvär, såsom Ubsala Academie Boktryckare niuter.*

2. *Att honom gifves för hvart ark gemeen skrifft, som Professores och Studiosi låta tryckia,* 6 *mark hvit Mynt. Rectoris Patenter och Intimationer skall han tryckia utan betalningh.*

3. *Skall flijt göras, at han åhrligen sitt Deputat och Stipendium blifver mächtigh, såsom det i Staten finnes, neml.* 100 *Dal. hvitt Mynt.*

4. *Skall han blifva försörgd med nödtorfftigh huusrum.*

5. *Skall honom bijstånd göras till at betala frachten tå han till Åbo förreeser med trycket och sijne saker.*

Häremot lofuar och tillseijer han oss:

1:o *Sigh vilia b:te Boktryckiare ämbete i Åbo flijteligen idka och drifva, utan försummelse och oppehåld hvar och en sitt arbete väl igenlefrera; dock flyendes alt otijdigt arbete, som är under Predikan och Gudztiensten om Söndagar och stora Helgedagar.*

2:o *Skall han vara förplichtadh lefverera try Correctuur.*

3:o *Skall han icke understå sigh at tryckia någon skrifft heller book, som icke tillförende af Facultatis Decano är öfversedd och låfgifvit att henne tryckia; derföre skall Booktryckiaren, när honom något till at tryckias tilbiudes, förvägra sigh något begynna förr, än han seer för sigh Decani Zedel.*

4:o *Skall han vara förplichtadh vara i Åbo tillstädes i nästkommande våår d. 1 Maj, hafvandes medh sigh dhe skrifter eller typos, som hoos* Petter von Selau *äro bestelte, samt medh Press och dess tillbehör, doch för bettalning, som Vij derom kunna förlijkas.*

5:o *Skall han ingen Mester Suen antaga utan Rectoris vetskap; Skall och icke förvägra sigh antaga Lärodrengiar af landsens ungdom.*

Datum Stockholm d. 12 *Aug.* 1641.

Thetta afhandlat vara på begge sijdor vitnar jagh

Eschillus Petræus. Ericus *Danielis* Achrelius.
Ab. Pastor.

Peder Wald.
Booktryckare.

I enlighet med denna öfverenskommelse infann sig Boktryckaren i Åbo på utsatt tid, såsom af Consistorii Protocoll för d. 4 Maji 1642 inhemtas; men innan Tryckeriet kunde komma i gång, drog det ut till hösten, i anseende dertill att de hos Stilgjutaren, förenämnde von Selow, beställde stilar icke förr till Finland ankommo och "Lådorne," såsom det i Protocollerne heter, icke nog skyndsamt af "Jöran Snickare" förfärdigades. Sålunda och då Notarien, såsom Universitetets Secreterare den tiden kallades, icke kunde besväras med att afskrifva många exemplar, isynnerhet af vidlyftigare Akademiska arbeten, änskönt ock Consistorium till vedergällning under ledigheten beviljat honom den för Boktryckaren å Stat anslagne lönen, fortfor ännu någon tid nödvändigheten att anlita bokpressarne i andra länder, när behofvet fordrade slika arbetens skyndesamma offentliggörande. Ganska sällan synes likväl sådant behof hafva gjort sig gällande, då icke flera än en vid Åbo Universitet utgifven Disputation äro kände, som under samma tid skulle blifvit annorstädes tryckte och, hvad denna vidkommer, jemväl troligt synes, att tryckningen på annan ort blifvit föranledd snarare af åtskilliga tillfälliga omständigheter, än af någon nödvändighet. Man har nämligen åtminstone en tidigare ventilerad Dispu-

tation, samt några 1641 och 1642 hållna Orationer, med hvilkas utgifvande ifrån trycket anstånd finnes hafva ägt rum intill dess det kunde låta göra sig i Åbo, hvaremot förut nämnde arbete, med Titel: *Quæstiones Ethicæ de Temperantia, quas — — — In inclyta Aboënsium Academia Præside Præclarissimo et Excellentissimo Viro*, M. MICHAELE O. WEXIONIO, *Polit. Hist. et Philos. Prof. Publ. p. t. Rectore Magnifico, — — — Discutiendas et examinandas proponit* Laurentius N. Roborinus *W. Gothus. Holmiæ Typis Schroderianis, anno* 1642. enligt hvad Dedicationen, daterad Åbo d. 19 Martii samma år, ger anledning att förmoda, lärer hafva blifvit annorlunda och med större skyndsamhet till trycket befordradt, i anseende dertill att utgifvaren kort efter dess försvarande lemnade Åbo och önskade att vid sin återkomst till Sverige öfverlemna detsamma åt de gynnare och välgörare, hvilka det är tillegnadt. Samme Roborini *Oratiuncula de statu ac conditione artium liberalium* har länge, äfven af mig, varit ansedd för ett ibland Finske bokpressens äldsta alster; men efter noggrann jemförelse af stilarne uti begge skrifterne finner jag nu, att äfven den sistnämnde tillhör Schroderi Tryckeri i Stockholm *). Hvad Professor Bilmark i sin *Historia Regiæ Academiæ Aboënsis* pag. 52 förmält, att under mel-

*) Stridigheten emellan Titelbladet, hvarå detta Tal säges vara hållet d. 2 Martii, hvilken dag 1642 dess Dedication jemväl är daterad, och dåvarande Rectors, Profess. Mich. Wexionii, näst deretter följande, för tillfället skrifne Program, gifvet (såsom här står) *Non. Martij*, har tvifvelsutan ingen annan orsak, än att 6 blifvit framför *Non.* utglömdt.

lautiden några af Akademiska ungdomen begifvit sig, dels till Stockholm, dels till Dorpat, för att låta trycka sina kunskapsprof, får således icke tagas alltför strängt, åtminstone hvad Disputationer vidkommer, heldst ingen sådan och blott en enda Oration lärer finnas, på hvilken omdömet rörande Dorpat kan tillämpas. Denna Oration har Titel: *In auspicatissimos natales Regiæ Academiæ Aboënsis — — — a vere augusta D:na* Christina, *Svec. Goth. Vandal. Regina electa — — — augustissime et magnificentissime fundatæ et* 15 *Julij anno* 1640 *sollennissime inauguratæ. Oratio sollennis de Academiarum antiquitate et necessitate, quam in illustrissimo, magnificentissimo et amplissimo consessu Aboæ in auditorio Majori* 4 *die Aug. publice decantabat* Petrus Johannis Ungius *Calm. Smol. Morn. Al. — Dorpati Livonorum Literis Acad.* 1640. — och är tryckt i quart-format. Universitetets handlingar innehålla om densamma ingenting, så framt man icke ville så långt utsträcka betydelsen af följande ord, som i Protocollerne för 1640 förekomma, att något hithörande vore i dem innefattadt, ehuruväl hvad som förehades den 20, 21 och 29 Julii samt 5 Aug. finnes särskildt upptecknadt: "Den 17 Julij ageradhes här i Åboo een Comœdia, directore Clariss: Dn: M. Michaele Wexionio, Polit. et Histor. Professore; Dagarne ther efter hölles någhra Orationes aff Studiosis." Af denna orsak och emedan det dessutom förefaller svårt att förklara, huruledes ett sådant Tal kommit att hållas i Åbo så långt efter Inaugurationshögtidligheterne, som d. 4 Aug. nämnde år, och ändock innan den nya läroanstalten derstädes var bragt i egentelig verksamhet

samt då Titeln angifver endast dagen, men icke året, på hvilket samma Tal ägt rum, hvarom ock de förnämste Bibliografer i så måtto äro sig emellan skiljaktige, att t. ex. Schefferus, i *Svecia Literata, Hamb.* 1698, pag. 169, och Stjernman, i *Aboa Literata*, pag. 19, säga det hafva blifvit hållet i Åbo d. 4 Aug. men utgifvet i Dorpat 1640, hvaremot Warmholtz i *Bibliotheca Historica Sveo-Gothica*, 15:e Del. sid. 119, N:o 9215, anför tryckningsåret 1641; har jag, som icke kunnat öfverkomma sjelfva arbetet, länge varit böjd att af berörde omständigheter sluta till något misstag, antingen om orten, hvarest Talaren uppträdt, som, i fall detta skett 1640, troligare kunnat vara Dorpat, der han jemväl, åtminstone år 1635, studerat *), eller om tiden, med afseende på hvilken åter, så framt frågan gäller Åbo, tanken snarare faller på 1641. Numera, sedan Professoren, Bibliothekarien och Riddaren Schröder, uppå förfrågan, välvilligt meddelat mig, jemte utförlig afskrift af ofvan anförde Titel, den underrättelse, att det exemplar af Ungii Oration, som finnes i Kongl. Universitets-Bibliotheket i Upsala, icke allenast har tryckniogs-orten och året på sätt, som samma afskrift visar, tydligen utsatte, utan ock är försedt med en Dedication, daterad *Abogiæ Finlandorum d.* 8 *Aug.* 1640, efter hvilken följer ett d. 4 Aug. samma år för tillfället gifvet Program af Professor Aesch. Petraeus, som var Åbo Universitets förste Rector och intill d. 18 Maji 1641 innehade

*) Se Gust. Sommelii *Regiæ Academiæ Gustavo-Carolinæ sive Dorpato-Pernaviensis Historiæ Particula X*, pag. 144 N:o 33.

embetet, återstår dock hos mig intet tvifvelsmål i någondera af förberörde afseenden.

Af det föregående finnes, att Petrus Joh. Ungius varit en ibland de förste, som vid Universitetet i Åbo blifvit såsom Studerande inskrifne, hvarom i öfrigt numera, sedan detta lärosätes äldsta Matrikel gått förlorad, närmare upplysning här saknas, än att hans inskrifning skett under första Rektoratet, utan uppgift till hvilken af Nationerne vid Universitetet han blifvit räknad, hvilket skönjes af en i behåll varande *Index in Matriculam Academiæ Aboënsis*, som framl. Professoren Joh. Leche år 1760, medan han var Rector, för hela ditintills förflutna tiden författat och de fleste af efterträdarene i embetet, eller andre, sedermera fortsatt intill den 30 October 1817, då ny Matrikel med anledning af nya Universitetshusets invigning började. Vid sådant förhållande och som Ungius på ofvannämnde Titel kallas *Calm. Smol.* *), torde det förtjena anmärkas, att hans namn likväl icke förekommer i *Album Studiosorum Smålandicæ Nationi ad inclutam Academiam Aboensem adscriptorum*, som, sedan den, genom alla efter åtskilliga Svenska landskap förut olika benämnda Nationers sammanslående slutligen till en enda, år 1798, med namn af *Sveogothiska*, upp-

*) Förmodeligen var han son af Superintendenten i Calmar Johannes Petri Ungius. Tilläggas må att *Morn. Al.* som äfven förekommer på Titelbladet, betyder *Mornayorum Alumnus* och syftar deruppå att författaren i Sverige åtnjutit, eller kanske innehade ännu, ett af Famillen De Mornay stiftadt Stipendium för studerande ungdom ifrån Calmar.

komma alldeles upphört, numera förvaras i Kejserl. Alexanders Universitetets Bibliothek. Orsaken inhemtas dock tillika här, då Nations-Matrikelns nästföljande Titel, som lyder: *Catalogus eorum, qui, ex studiosa Smolandiæ juventute vel circa ipsa Academiæ Christinææ primordia et Sollemnia Instaurationis Aboæ vixerunt vel inde ab illo temporis articulo in numerum Studiosorum ibidem relati sunt. Quem anno* 1731 *mense Sextili indulgente Magnifico h. t. Rectore Mag.* Johanne Haartman *Philos. Theor. Professore Reg. et Ord. ex Albo Academico, diligentia qua potuit, excerpsit et adornavit* Petrus Folin *Curator Nat. Smol.* äfven företer orden: (*Notandum vero, inevitabilem huic Catalogo adhæsisse imperfectionem; partim, quia Rectores Magnifici non ubique nominibus adscriptorum Civium Academicorum apposuerint Nationis, e qua fuerint oriundi, indicium, unde fieri non potuit quin eadem nomina prætermitterentur; — — —*)

Efter denna utflygt ifrån hufvudämnet, för hvilken jag hoppas vinna ursäkt af dem, som icke försmå någon, om än mindre betydande, upplysning rörande sällsynta skrifter, antingen tryckta, eller någorstädes endast i handskrift förvarade, återgår jag till mitt egenteliga föremål, med erinran, att ofvanintagne Contract utvisar, hvem det var, som i kraft deraf blef den förste Boktryckare i Finland. Redan härigenom är denne man märkvärdig för oss Finnar; men genom den skicklighet och drift, hvarmed han icke allenast bragte vårt Boktryckeri i gång, utan ock till den i detta land nyss väckta Litteraturens sanna båtnad i elfva års tid skötte sitt kall,

har han förvärfvat sig ännu mera och allmännare gällande anspråk på uppmärksamhet.

Peter Wald föddes år 1602 i Junii månad, omkring midsommarstiden, å Wålsätra eller Wårdsätra, en egendom, belägen en half mil ifrån Upsala, fordom tillhörig de namnkunnige Antiquarierne Johan Buræus och hans måg Johan Axehjelm, men för det närvarande ett af Upsala Akademis gods, af "Ehrlige och Gudfruchtige Föräldrar" *) Erich Pederson och Anna Larzdotter, förmodeligen bondefolk, hvilka, så snart de "förnummit honom till något förstånd vara kommen, att han kunde lära läsa", satte honom i nämnde stads Skola, för "att lära läsa sina Christendoms stycken, och sedan uthi andra bookeliga konster blifva undervisad", samt någon tid derefter skickade honom till Skolan i Enköping. Härifrån blef han dock snart åter af dem tagen hem till Upsala och fick så å nyo i Skolan derstädes fortsätta sina studier; men när han begynt som bäst i dessa förkofra sig, föll han i en häftig sjukdom, af hvilken han länge besvärades, "synnerligen till Hufvudet", hvarföre han nödgades upphöra med studerandet och gaf sig i lära hos Akademie Boktryckaren Aeschil Mattsson. Med dennes tillstånd flyttade han sedermera efter någon tids förlopp till Boktryckaren i Westerås Olof Olofsson

*) Dessa och i det följande citerade ord i samma ämne äro afskrifne ifrån *Personalia*, som åtfölja Biskop Aesch. Petræi Likpredikan öfver Pet. Wald, tr. i Åbo 1753, 4:o, hvilka ock ligga till grund för större delen af hvad jag om dennes lefverne har att anföra.

Helsingus, hvarifrån han vidare begaf sig till Stockholm och arbetade här ett år hos Boktryckaren Christopher Reusner. Sluteligen återkommen till sin förste husbonde, erhöll han ock i hemorten sin första anställning såsom Föreståndare för ett Boktryckeri, nämligen det, som i Upsala var anlagdt af Theologiæ Professor Primarius Doctor Laurentius Olai Wallius, död dersammastädes 1638 såsom utnämnd Biskop i Strengnäs, en man, hvars frejdade namn Finlands lärdomsidkare hafva dubbel anledning att vörda, då de tacksamt erinra sig den varma tillgifvenhet för deras yrken, som ifrån honom gått i arf till sonen, Kongl. Rådet och Presidenten i Svea Hofrätt Grefve Lars Wallenstedt, hvilken ifrån d. 25 Mart. 1693 till sin död d. 16 Nov. 1703 var Canceller för Åbo Universitet. Hvilket år nämnde Boktryckeri, hvarifrån många, så väl den lärde och arbetsamme egarens, som andras skrifter äro utkomne, må hafva blifvit inrättadt, kan jag icke säga, ej heller när Wald emottagit det, heldst dennes befattning dermed alldeles icke omtalas i förut åberopade Personalierne öfver honom; men att han varit den förste som förestått detsamma, säges i *Kort Berättelse om Bok-Tryckeriets begynnelse och fortgång, i gemen och äfven uti Swerige, då åhr efter Christi börd, MDCCXL, des tredje Jubilæum uti Europa firades. Framgifven af* Carl Lengren. *Stockholm* 1740. 4:o sid. 12, 56), och af Titelbladet på *Oratio de magna illa virtute, quam Sinceram appellamus Pietatem, prout in — — Jona Nicolai Kylandro, — — Diœcesis Lincopensis Episcopo — — floruit ac viguit, meritissime commemoranda, — —*

habita ab — — Petro Jonæ Agrivillio, — —. *Ubsaliæ, Typis Wallianis, Excudebat Petrus E. Wald. Anno M. DC. XXXI.* det äldsta mig bekanta arbete, på hvilket denne Boktryckares namn är utsatt, ses, att han åtminstone redan det derå uppgifne året 1631 var i verksamhet, såsom Föreståndare för i fråga varande Tryckeri. Att Wald i denna egenskap kallat sig *Exscriptor*, berättas i *Historiola Artis Typographicæ in Svecia*, under Professor Fabian Törners Præsidium utgifven af Joh. O. Alnander i Upsala 1722, sid. 52; hvarmed dock näppeligen en Titel, eller något mera menas, än hvad som innefattas i orden *Typis Exscribebat Petrus Wald*, hvilka förekomma åtminstone på några af de första skrifter, dem han i Åbo tryckt.

Så väl Alnander som Lengren uppgifva, att Wald 1635 lemnat Upsala, för att i Westerås emottaga det Boktryckeri, vid hvilket han icke längesedan under en annans inseende arbetat, men som nu, efter dennes afgång *), någon tid saknat Förestån-

*) Nämnde författare hafva ansett Olof Olofsson såsom afgången redan 1628. Den förre anför, sid. 56, härom ur Joh. Olai Dalekarli eller Stjernhöks *Elenchus librorum, Arosiæ inter annos* 1621. *et* 1628. *impressorum* dessa ord: "1621 in Novemb. kom Boktryckaren Oloff Olsson till Westerås; sedan drog han bort til Stockholm effter Mårmässan 1628. och blef död peste." Den sednare säger, sid. 17, 60), bestämdt att mannen "1628 dödde af Pästen." Men att dessa uppgifter icke äro pålitlige, finnes af två vid Gymnasium i Westerås d. 3 Febr. och 3 Martii 1630 försvarade Disputationer, i Marklins *Ad Catalogum Disputationum in Academiis et Gymnasiis Sveciæ Lidenianum Supplementa* pag. 82 upptagne under 5:d och 5:k, som äro tryckte af Olof Olofsson och

dare. Den förre åberopar (sid. 57) Biskopen i Westerås Joh. Rudbeckii försvarstal eller förklaring inför Sveriges Rikes Råd år 1636, såsom den källa, hvarutur underrättelse härom kan hemtas, såvida deruti nämnes, att Westerås Gymnasium eller Domcapitel efter Olof Olofssons död ingen Boktryckare haft förrän sednast förlidne Mariæ födelsedag. Af Walds Personalier, i hvilka förmäles, att han med beröm uti sju år förestått sitt embete i Westerås, såsom det af Biskopen derstädes honom gifne Testimonium "til det Högwördighe Capitelet i Åbo" utvisade, kan ock slutas, att han redan om hösten 1635 kommit till förstnämnde ort, emedan här näppeligen kan vara fråga om något sednare vittnesbörd, än det han medhaft vid öfverflyttningen till Finland, hvilken skedde 1642, såsom efteråt skall närmare utredas. Då nu härtill kommer, att nämnde Helgedag af ålder kallats *Mormessa* eller *Mårmässa*, lärer det få tagas för afgjordt, att felskrifning eller oriktig läsning af detta ord är orsaken dertill, att i dess ställe "*Wårmesso*" förekommer på sidd. LXVI, LXVII och CLXXI af det *Utdrag ur* 1636 *års Råds-Protocoll*, som finnes tryckt i Sjunde delen af *Handlingar rörande Sveriges äldre, nyare och nyaste Historia,* hvaraf skulle följa att Westerås först om våren samma år fått sig ny Boktryckare, emedan Biskop Rudbeckii yttrande härom hörer till Råds-Protocollet för d. 21 Junii och

af hvilka den förra har sistnämnde årtal utsatt såsom tryckningsår. Att Boktryckeriet i Westerås samma år afstannat, kan ock deraf slutas, att alla närmast efter de två nyss nämnde vid Gymnasium derstädes utgifne Disputationer, som äro kände, finnas vara tryckte i Upsala.

22 Julii. Också har jag icke sett sednare årtal än 1635 utsatt på något af de arbeten, med hvilkas tryckning WALD haft befattning på Wallianska Tryckeriet i Upsala och på hvilka vanligen läses: *Upsaliæ, Typis Wallianis, Excudebat Petrus Erici Waldius.* De skrifter, som bära detta årtal, äro icke heller få till antalet *); hvarföre också på andra sidan intet twifvel, huruvida berörde befattning ens så länge fortfarit, bör uppkomma af det i öfrigt anmärkningsvärda förhållande, att åtskilliga arbeten, såsom Orationer och isynnerhet Disputationer vid Prestmöten i Westerås för åren 1631—1634, finnas, på hvilkas Titelblad står: *Arosiæ, Excudebat Petrus Waldius Consistorii Typis ejusdemque Typographus* **), utan att tryckningsåren äro utsatte. Troligtvis äro nämligen dessa, likasom många andra ifrån samma Tryckeri under Biskop Rudbeckii tid utkomna skrifter, sednare till trycket befordrade, för det att Boktryckare på stället saknades, den tid de blefvo författade eller egenteligen behöft utgifvas. Beträffande deremot de twänne arbeten af Wallius, som Stjernman, i *Bibliotheca Suiogothica* Tom. II pag. 311 N:ne 49 och 50, säger vara i Upsala tryckte af WALD 1637, bör, till förekommande af den meningen, att samme Boktryckare ännu då skulle fortfarit med förvalt-

*) Såsom exempel kunna Wallii under N:ne 38, 39 och 40 i Lidéns *Catalogus Disputationum, in Academiis et Gymnasiis Sveciæ — — habitarum Sectio I* pag. 534, samt under N:ne 39:b, 40:c och 79 i Marklins *Supplem.* pag. 30, 31 upptagne Disputationer anföras.

**) Se N:ne 8 och 9 hos Lidén, *Sectio V*, pag. 11, N:o 7:b i Marklins *Supplem.* pag. 98 och Stjernman *Bibliotheca Suiogothica* Tom. II pag. 165 N:o 42.

ningen af Wallii Tryckeri, anmärkas, att uppgiften härrör af misstag, såvida, enligt mig meddelad underrättelse, på Upsala Kongl. Universitets Bibliotheks väl behållna exemplar af dessa arbeten skall stå blott: "*Upsaliæ, Typis Wallianis*, 1637."

Huru mycket oftanämnde Rudbeckii kallelse för Peter Wald att öfvertaga Boktryckeriet i Westerås, bidragit att gifva dennes ytterligare företag och lefnadsöden den rigtning, hvarigenom han sluteligen kom att stadna i Finland, faller i ögonen vid närmare öfvervägande af flerehanda förhållanden, som leda till inseende deraf, att den i så många afseenden utmärkte och förtjente Biskopen äfven till vårt fosterland sträckt sin otröttliga verksamhet för allmänt väl och isynnerhet den vettenskapliga bildningens fortgång *). Såsom Hofpredikant åtföljde Rudbeckius Konung

---

*) Ibland andre, som skildrat den märkvärdige mannens lefverne och förtjenster, intaga tvänne, på lika upphöjd plats i Svenska Kyrkan som han utmärkte häfdatecknare, Biskoparne Daniel Herveghr och Frans Michaël Franzén främsta rummen. Såsom Lector vid det Gymnasium, hvars egenteliga grundläggare Rudbeckius var, har den förre öfver honom författat den lefvernes beskrifning, som i *Linköpings Bibliotheks Handlingar* upptager sidorne 283—364 af andra Delen. Att den sednare på *Svenska Akademiens* vägnar tecknat hans *Minne*, af Författaren uppläst på Högtidsdagen d. 20 Decemb. 1832, och sedermera tryckt i Akademiens *Handlingar* ifrån år 1796, 15:e Delen, sidd. 65—219, är väl icke till anledningen någon gärd af tacksamhet ifrån Finlands sida; men mästarehanden, tillhörande en ibland detta lands söner och en af det Finska lärosätes största prydnader, i hvars första sammansättning föremålet för teckningen sannolikt haft betydlig del, har sålunda i sjelfva verket

GUSTAF ADOLF i fält åren 1614 och 1615 till Ingermanland, Estland och Lifland, och den uppmärksamhet han redan då skänkt åt allt hvad som angick isynnerhet Religions-ärenderne i dessa landskap, förenad med den skicklighet att ordna Kyrko-angelägenheterne, hvaraf han sedermera såsom Biskop aflagt så många och utmärkta prof, föranledde utan tvifvel Konungen att åt honom anförtro det vigtiga uppdrag, att närmare undersöka Församlingarnes tillstånd i Sveriges nyss nämnde Östra Provincer, hvilket han på en Visitationsresa år 1627 fullgjorde, så vidt omständigheterne medgåfvo, af hvilka han hindrades att sträcka sine åtgärder längre än något litet utom Reval och dess Stift. Vid dessa tillfällen togs vägen till någon del genom Finland, med hvilket således äfven bekantskap gjordes. Då frågan om detta lands förseende med ett Universitet uppkom, hade ock Rudbeckii nitiska omsorger för undervisnings-anstalterne i sitt Stift redan burit så vackra frukter, att de icke kunde annat än öka förtroendet till hans vishet och erfarenhet hos alla, som sträfvade till lika mål. Såsom Lagman öfver Westmanland och Dalarne hade Grefve BRAHE säkert inhemtat tillförlitligare kännedom om förhållandet, än någon annan; och hvar fanns då någon närmare och på en gång skickeligare att gå honom tillhanda med råd och dåd angående Finlands behof af högre själsodling, än Biskopen i Westerås? Samma angelägenhets nitiske befordrare, Biskopen i Åbo Isaac Rothovius, stod troligen ock ända ifrån sin tjenstetid såsom Pastor i Nyköping i na-

företett ett skönt prof af hvad Finnarne härigenom vunnit och tillika ett mera talande bevis af erkänsla, än alla loford.

ra förbindelse med Rudbeckius. Att den sistnämnde äfven måtte hafva erhållit verkeliga uppdrag, åsyftande Åbo Universitet, och huru förtroendet motsvarades, framlyser för öfrigt deruti, att af de nio ibland första Professorerne, som voro födde i Sverige, hörde fyra jemte förste Adjuncten till det Stift, som af honom styrdes, och de fleste af desse hade varit hans lärjungar, eller under hans inseende studerat, eller genom hans uppmuntran, understöd och bemedling vunnit flera tillfällen att förvärfva sig den högre bildning, som svarade emot deras lyckliga natursgåfvor, eller ock kommit till de befattningar, ifrån hvilka de nu kallades till lärare vid den Finska Högskolan. Företrädesvis kunna här såsom exempel de två stjernorne af första storleken, Stjernhök och Johannes Elai Terserus den äldre, anföras. Visserligen hade den förstnämnde redan tio år förut blifvit tjensteman i Finland och långesedan grundlagt en ryktbarhet, som nog sjelf banade sig väg till de högt uppsatte män, af hvilka det nya läroverkets ordnande berodde; men då han för sina studier vid Upsala och flera främmande Universiteter erhållit så väl understöd af Biskop Rudbeckius sjelf, som ock på dennes förslag andra medel, stående under Westerås Domcapitels disposition, emot afgifven förbindelse, att efter återkomsten ej träda i tjenst annorstädes än vid samma Stifts Gymnasium *), hvarest han ock var anställd, då han till Assessor i Åbo Hofrätt utnämndes, kunde han redan då icke betraktas annorlunda än såsom en skänk åt Finland af samme Gymnasii Ephorus, hvars kända omsorg, att det aldrig måtte sakna ut-

*) *Linköpings Bibliotheks Handlingar*, 2:a Del. sid. 309

märkt skickelige och verksamme lärare, måste gälla såsom ett af de kraftigaste bevis på uppoffringens värde, med detsamma den här visar sig fullkomligt fri ifrån egennytta och ensidighet. Samma beredvillighet att uppoffra närmast för hand varande fördelar, till befordrande af ett allmännare och af mera trängande behof påkalladt gagn, röjer sig äfven deruti, att Rudbeckius åt Finland afstod sin så till sägandes egen Boktryckare, om ock Initiativet till underhandlingen med denne skulle hafva utgått mindre ifrån Biskopen, än ifrån de Svenske lärarene vid Universitetet, hvilka kanhända i sitt fäderncsland personligen lärt känna mannen, som var i fråga.

Men innan vi följe Peter Wald till Finland, böre vi kasta en blick på hans verksamhet i Westerås, hvarest han med lika drift som förut i Upsala, fortfor och besörjde tryckningen af de många skrifter, som ifrån dervarande Domcapitels eller Gymnasii Boktryckeri den tiden utgåfvos, till största delen af Biskopen, eller på hans föranstaltande. Ibland dessa hafva förnämligast tre, dels i och för sig sjelfva, dels ock särskildt för Finland, isynnerhet vid närvarande tidepunkt, en särdeles märkvärdighet, hvarigenom en naturlig öfvergång för berättelsen vinnes.

Till ursprunget äldst, såsom daterad "Narffwen then 24 Augusti Åhr 1614." är *Een kort Berättelse och Undervisning. Om Wår Christeliga Troo och Gudztienst uthi Swerige.* — — — *skriffuin Til the Ryske Präster och gemene Försambling uthi Iwangorodh, såsom ock andre aff samma Troo och Mening,*

uthaff Konung Majestetz til Swerige, etc. Hoffpredikanter. Johanne Rudbeckio *Nericio et* Jona Palma *Austroburgio.* — — *Tryckt i Westerås aff Peder Erikzson Wald, medh Capitels Tryck, åhr* 1640. 4:o. Ännu tydligare än denna Titel ådagalägger Dedicationen till Konung Gustaf Adolf, dat. Stockholm d. 2 Jan. 1616, att arbetet är en frukt af Rudbeckii ofvanföre omtalade vistelse i Sveriges, dels äldre, dels nyss eröfrade, Östra besittningar. Det utgör tillika ett märkvärdigt bevis på den i Riket rådande Kyrkans, tidehvarfvet egna, sträfvande till envälde *). Tryckningsåret, för oss så minnesvärdt i anseende till invigningen af det lärosäte, vid hvilket samma person, som då lade hand vid tryckningen af denna, Finland isynnerhet rörande skrift, snart skulle här beträda den bana, på hvilken han blifvit föremål för vår närmare uppmärksamhet, har gifvit mig ytterligare anledning att nu nämna densamma.

Ännu närmare till Finland ledande öfvergångspunkt företer en minnesteckning, med Titel: *Manibus* Erici Petri Drivii *Arosiensis Qui in Hollandiâ in Flumine Goudâ submersus obijt die* 25. *Augusti Anno* 1631. *Juvenis singularis Exempli, ingenij, modestiæ, probitatis, etc. Agnati sui et discipuli olim Charissimi parentat* M. Johannes Olai Dalek. *V. V. V. Arosiæ Excudebat Petrus Valdius, Consistorii Typis ejusdemque Ty-*

---

*) Jemf. *Handlingar till Upplysning i Finlands Kyrko-Historia — — utgifne af* Wilh. Gabr. Lagus. *Ny följd. Första Häftet.* Sidd. 24 och följande.

pographus. 4:o. Dedicationen till den aflidnes fader, Prost och Kyrkoherde i Arboga, är nämligen daterad ifrån Åbo d. 15 April 1632 af den då redan här bosatte Författaren, fastän utan all tvifvel sednare ifrån trycket utgifven.

På det tredje af ifrågavarande arbeten, hvilket knappt hunnit i dagsljuset, innan det väckte ett lika obehagligt, som oförmodadt uppseende, faller uppmärksamheten vid detta tillfälle likasom sjelfmant, men af alldeles olika och fullkomligt glädjande anledning, då Finlands folk, med sin för sann upplysning varmt nitälskande Monarks Nådiga bifall samlat sig att högtidligen tacka Gud för det ljus, som i tvåhundrade år ifrån vår Högskola utgått och ingen utan lifligaste fägnad sett lärdomens högsta, men anspråkslösa, belöningar emottagne af de förste medborgare i Staten, i bredd med Sånggudinnornas unge dyrkare, vid nu anställda Promotioner i alla Faculteterne. Det har följande långa Titel: *Privilegia Quædam Doctorum, Magistrorum, Baccalaureorum, Studiosorum Et Scholarium Omnium, Quibus In bene constitutis Regnis et Rebusp. cum alibi, tum in Patria nostra Charissima, Dei gratia, et Laudatissimorum Dynastarum Clementia et longa consuetudine hactenus gavisi sunt et etiamnum gaudent. Itemque Sacerdotum, Chaldeorum, Magorum, Gymnosophistarum, Philosophorum et Druidum Dignitas et Immunitas apud diversos populos et Nationes, cum Ethnicas tum Christianas. Porro etiam Academiarum et Universitatum quarundam, in Italia, Gallia, Germania et Suecia, Immunitates*

et Privilegia olim et nuper data. Et denique Ministerij Ecclesiastici in Inclyto Regno Sueciæ a pijs Regibus et Regni Proceribus quondam, et etiamnum in multis, benigne concessa et indulta. A Joh. Rudb. N. *olim in Acad. Ubs. Prof. P. Nunc v. Episcopo Arosiensi Fideliter collecta et exscripta, et demum Typis excusa Arosiæ a Petro Waldio Consistorii Typographo.* 4:o. — Här förekommer egenteligen intet annat än hvad Titeln ock lofvar, en historisk framställning af de rättigheter och förmoner, som de lärde i allmänhet och läro- eller andeliga ståndet isynnerhet i alla tider och länder, samt förnämligast i Sverige, i kraft af öfverhetliga stadganden eller enligt gammal sed åtnjutit; men Rikets dåvarande Aristokratiske Styresmän, som både i företaget och dess utförande tyckt sig märka samma Hierarkiska syftning, som i några Biskop Rudbeckii yttranden och steg vid andra tillfällen röjt sig, tydde åtskilliga ställen i boken såsom icke allenast förgripelige emot en eller annan af dem personligen, utan ock ledande till rubbning af regeringssättet samt gynnande Catholicismen. Författaren ställdes derföre under det tilltal, med anledning af hvilket han till sitt försvar afgaf här förut sid. 543 omnämnde förklaring. Beslutet blef, att skriften skulle suppritneras, alla utspridda exemplar deraf samlas tillbaka och till Kongl. Cancelliet inlemnas, samt Boktryckaren till vinnande af visshet om upplagans storlek edeligen höras. Huru noga allt detta fullgjordes eller efterverlden hållit sådant i helgd, synes emedlertid tvifvelaktigt, då arbetet, ehuru visserligen sällsynt, likväl oftare anträffas, än man efter

en sträng indragning kunde vänta, heldst endast några få exemplar hunnit förut utdelas och upplagan var ganska inskränkt. De i Kongl. Rådet, under det saken förehades, ifrån d. 31 Maji till och med d. 22 Julii 1636 förde Protocoller upplysa nämligen, att för utgifvarens räkning icke flera än sjuttio exemplar blifvit tryckte, utom hvilka Boktryckaren afdragit tvänne, samt att deraf icke mera än omkring femton exemplar blifvit utdelade, hvilka dels den förre till Kongl. Regeringen och några af Rikseus Råd samt fyra af Biskoparne öfverlemnat, dels den sednare till två eller tre andra personer utgifvit *). Af samma Protocoller inhemtas för öfrigt, att några ark af ifrågakomne arbete blifvit tryckte redan 1627, innan Peter Wald emottagit Westerås Stifts Tryckeri, men det öfriga efter det sådant för sig gått, samt att således uppgiften på Titelbladet, hvaraf icke annat kan förmodas, än att tryckningen hel och hållen blifvit af honom verkställd, tål någon inskränkning, hvaremot fullandningen och utgifvandet bör räknas till året 1636, såsom ock Dedicationens Datum d. 23 April samma år antyder.

Till upplysning angående denna bok torde härjemte förtjena anmärkas, hurusom Författarens förklaring **), att den ännu icke vore "complet" såsom "aff custode descripto" kunde ses, heldst ännu flere Privilegier funnes att tillägga, äfvensom att i händelse

*) Se *Handlingar rörande Sveriges äldre, nyare och nyaste Historia, Sjunde Delen*, sidd. XXII—CLXXXVIII.

**) Samma *Handl.* sid. LXXIII.

något behöfde "expliceras", detta ännu kunde göras "uthij Episto-la ad lectorem", den han "consulto inneholllit", svårligen kan, såsom i Rudbeckii *Minne* *) antagits, syfta på sista sidan, så framt icke exemplar finnas, annorlunda inrättade, än det jag har för mig. Detta, tillhörande Kejserliga Alexanders Universitetets i Finland Bibliothek, består af nio ark och är fulleligen afslutadt, så att sista sidan icke har någon Custos, hvaremot första arkets *In Priv.*, som icke motsvaras af första orden på det andra, likasom röjer att här något annat, kanhända Företalet, varit ämnadt att få plats; hvarföre ock meningen med nyss anförde förklaring synes vara rättare uttryckt genom orden: "Så är och ännu intet tillsatt någon præfation, icke heller något endtligitt skett, effter som libri custos uttwijser" **). Dessutom hafva arken F och H, med hvilka särskilda delar af samlingen slutas, hvardera sin Custos; med anledning hvaraf mig förekommer sannolikt, att förenämnde antagande härrör af något ofullständigt exemplar, hvaruti någondera af dessa ark, eller begge, saknats. Detta förhållande blir ännu troligare, då i Noten under sidan 113 af *Minnet* läses, att den ryktbara boken ock har denna kortare Titel: *Privilegia Ministerio Ecclesiastico in inclyto Regno Sveciæ, a piis Regibus et Regni proceribus quondam benigne concessa et indulta*, hvilken dock utgör öfverskrift på endast den del af Privilegii samlingen, som i arken G och

*) *Svenska Akademiens Handlingar ifrån år* 1796, *Femtonde Delen*, sid. 137.

**) *Handl. rör. Sverig. äldre, nyare o. nyaste Hist.* sid. LXXXV.

H innefattas och icke kan, utan inskränkning af begreppet om verket i sin helhet, sådant som fullständiga Titeln gifver tillkänna, sättas i dennes ställe.

När vår WALDS befattning med Boktryckeriet i Westerås må hafva upphört, vet jag icke med visshet, men håller för sannolikt, att den blifvit fortsatt, om icke intill dess hans nya förbindelse med Universitetet i Åbo trädde i full kraft, åtminstone så länge ingen öfverenskommelse härom ännu var träffad, och säkert är, att han icke ännu "1640 begifvit sig till Åbo", oaktadt Lengren, sid. 13, 61), så förmäler. När han först dit ankom, är ofvanföre nämndt och dessutom finnes en *Oratio de Temperantia et eius præcipuis speciebus*, af Johannes Nicolai *Arosiensis* hållen i Westerås d. 21 Martii 1641 och tryckt dersammastädes af WALD samma år, hvaremot hans efterträdares Eucharii Lauringeri namn mig veterligen icke förekommer på något ifrån samma Tryckeri utgånget arbete före 1642, hvilket år om hösten den förres egenteliga bosättning i Åbo ock ägde rum. Detta ådagalägger Consistorii Protocoll för d. 6 Aug. sistnämnde år, hvarest läses: "Effter Tryckaren är nu medh hustro och bohagh ankomen, och effter Contractet begerer honom måtte skaffas hussrum, ther han kan blifva uthi; Blef beslutit at Notarius Acad. gör sin flijt och förnimer hvar man för billigast Hyra, En Stugu, bodh och Kellare til hans behoff kunde finna." Lengrens förberörde uppgift finnes äfven rättad sid. 16, hvarest han om Åbo säger: "Sedan Gymnasium härstädes 1640 blifvit förbytt till Academie, wardt — — —

1642. Petrus Waldius — — — första Academiæ Boktryckare härstädes."

Att husbyran, som på omförmäldte sätt betingades, utgjort 20 Daler Kopparmynt, ger Protocollet för den 22 påföljande Martii anledning att förmoda; men hvad Wald erhållit i betalning för den Press med dess tillbehör, som han, enligt Contractet, troligen anskaffat, är obekant. Vidkommande åter Stilarne, finnes väl i Protocollet för d. 6 Aug. 1642 antecknadt: "Emedan at här felar 85 R:dr, hvilka skrifftgjutaren i Ståckholm, Petter von Selow hafva böör, för åthskillige Stylar som han af nyjo gutit hafver, och Academien nu i hastighet inthet hafver penningar hvar medh thee 85 R:dr kunna betalas" m. m.; men om denna Summa utgjorde hela värdet, eller endast en återstod af köpeskillingen, är icke utredt. Emedlertid lärer detta, sammanlagdt med hvad nyssnämnde Contract innehåller, äfvensom med den kort efter berörde Stilars ankomst förda klagan öfver deras otillräckelighet, så att icke mera än ett halft ark af samma sort i sender kunde uppsättas *), få tagas för bevis, både att Boktryckeriets anläggning skedde till det mesta, om icke helt och hållet, på Universitetets bekostnad, och att Boktryckaren icke sjelf ägde något stilförråd af betydenhet, åtminstone i början. Något häremot gällande vittsord kan Professor Bilmarks uppgift **), att förste Boktryckaren haft eget Tryckeri, hvilket sedermera öfvergått till Universitetet, som då beviljat honom

---

*) Consistorii Protocoll för d. 2 Nov. 1642.

**) *Hist. Reg. Acad. Aboëns.* pag. 53.

årlig lön, på det Akademiska kunskapsprof måtte erhållas till Billigare pris, så mycket mindre äga, som den icke allenast är alldeles obestyrkt, utan ock strider emot Universitetets Stat, på hvilken ända ifrån lärosätets början lön för en Boktryckare finnes upptagen.

Det först anskaffade förrådets otillräcklighet fortfor utan tvifvel länge att inskränka Boktryckeriets brukbarhet, emedan penninge-tillgångarne medgåfvo alltför ringa utvidgning. Sednast åberopade Protocoll för d. 2 Nov. utvisar väl, att Hennes Kongl. Maj:t "nyligen dertil en påst försträckt och gifvit," huru stor vet man icke; men den åtgick troligen till anläggningskostnadens betäckande, och något anslag af allmänna medel för ytterligare behof erhölls icke, förrän genom *Kongl. Maj:ts Nådige Resolution oppå Academiens i Åboo underdånigst andragne ährender, gifven i Stockholm den* 23 *Octobris Anno* 1646, hvaraf Originalet finnes ibland Academiens samling af Kongliga och Cancellers Bref, i nionde Momentet 200 Daler Svenskt Silfvermynt blefvo beviljade. Huru litet likväl af denna Summa kunde för Boktryckeriet påräknas, är icke svårt att inse, då den var gifven, såsom orden lyda, "på thed Academiæ byggninger så mycket bätter underhållas måge, och tryckedh tillika medh bibliothekedh kunna ståå till att förbättra," samt således borde för många olika behof användas, af hvilka flere en tid bortåt måste anses för mera trängande än Tryckeriets, särdeles så länge reparationen och inredningen af det hus, hvaruti Universitetets, genom Generalen Thorsten Stålhandskes anseliga Donation kort förut förökade, eller

snart sagdt grundlagde, Bibliothek skulle få plats, fortfor *). Detta oaktadt finner man, att Consistorium Academicum med prisvärd beredvillighet tid efter annan lemnat understöd och förlagskostnad åt en medellös Studerande ifrån Östergöthland, vid namn Sven Gelzenius, som nyssnämnde år 1646 åtagit sig att gjuta, ditintills i Universitets-Tryckeriet alldeles felande, Grekiska Stilar, samt, när detta åtagande blifvit nöjaktigt så till vida fullgjordt, att sådane Stilar till något mera än ett halft ark voro färdige, icke saknat utväg att erlägga hvad som för arbetet ytterligare betalas borde, så att Gelzenius erhöll inalles 160 Daler förenämnde myntsort, ur Fiscus, dit berörde Statsanslag plägade ingå, och kanhända derutöfver hälften af de 100 R:dr, som Riksrådet Grefve Gustaf Gustafsson af Wasaborg till Boktryckeriets förbättring och isynnerhet förseende med Grekiska Stilar förärat **). Hvad sistnämnde

*) Se förnämligast Porthan, *Historia Bibliothecæ R. Academiæ Aboënsis*, pag. 15 m. fl. följande.

**) Om denna föräring upplysa Mich. Wexionii (Gyllenstolpe) *Perbrevis Relatio historica, de incrementis Academiæ Aboënsis*, åtföljande *Natales Academiæ Aboënsis*, samt tillika om Gelzenius och hans stilgjutning *Vita Rothovii* P. XIII pag. 193, 194, och Joh. Jac. Tengström *Diss. de Viris in Fennia peritia litterarum Græcarum claris* P. IV §. 12. Härtill kan läggas, att emedan vid Universitetets Räkenskaper finnes en Anordning af d. 25 Junii 1649 på 100 Dal. Kopp. Mynt, att ex Fisco utbetalas, som Gelzenius skulle "hafva uppå sitt arbete med schriftegjutande," hvilken han ock d. 28 i samma månad qvitterat, synes det i sistnämnde Disputation sid. 62 Not. qq) omtalade beslut af d. 20 nästföregående, att hos Canceller anmäla frågan om utbetalning af 150 Dal., dem Gelzenius då uppgifvit sig ännu hafva att fordra, kommit att förfalla,

Summa närmare beträffar, föranleda väl Consistorii Protocoller till antagande att Gelzenius bekommit sagde hälft; men huruvida densamma, såsom varande ett förskott, hvilket bordt i Liqvid ingå, verkeligen blifvit afräcknad, eller icke, är tvifvelaktigt. I Statsböckerne eller Räkenskaperne, är berörde Donation icke upptagen och lemna de således hvarken härom utredning, eller huru återstoden blifvit använd. Af dem inhemtas för öfrigt, att "Lådhan och Tafflan, som Tryckiaren M. Peer Waldh til thet Grekeska trycket hóoss

---

måhända efter öfverenskommelse om summans nedsättning, heldst hvarken i Registraturet något Concept till skrifvelse, eller ibland Universitetets samling af Cancellers-Bref något svar härom förekommer. Såsom upplysning beträffande samma och följande sida må derjemte nämnas, att Titelbladet på Jo. El. Terseri *Disp. II in Artic. III Augustanæ Confessionis, de Incarnatione Filii Dei,* för hvilken Gelzenius pro Exercitio responderat, utvisar detta hafva skett d. 24 Mart. 1648, samt att på dennes *Brevis Declamatio super illum communem locum: Per angusta ad augusta,* står: "*quam und. Decemb. Anni* 1644 *enarravit*", men nederst "*Excudebat Petrus Wald Acad. Typogr.* 1643." Huru det i dessa årtal synbara fel bör rättas, kan jag dock icke säga. För öfrigt ses af en ibland Universitetets Räkenskaper förvarad Assignation, utgifven af oftanämnde Gelzenius, att han d. 20 Decemb. 1649 hålt Examen Philosophicum, och af Quittencet, tecknadt d. 27 Febr. 1648 på en, med anledning af Consistorii Academici d. 9 i samma månad fattade beslut gifven, Anordning på 50 Dal. Kopp. Mynt af förberörde förskott eller understöd, "der medh att fortsättia thet han på thet Greeska Trycket hafver begynt att arbetha, och köpa hvadh han der till behöfver", att han på lika sätt, som vid löners och andra å Stat uppförde anslags utbetalning den tiden var vanligt, fått till en del i persedlar uppbära hvad honom sålunda tillkom, görande "efter Cronones verderingh 21 D. 16 rst. S. mt." nämligen: "Kjött 9 L:pund 6: 24 S. mt. Smöör 1 L:pund 1: 20. Spanm. 4 Tun. 9. Penningar 10 D. Kopp. 10 ör. 4: 4.—21: 16."

Snickaren M. Jören bestält hafver och låthet förferdigha," kostat 8 Dal. Koppar Mynt *).

För att erhålla någon utväg till afhjelpande af bristen på medel till Boktryckeriets förbättring, vände sig WALD med anhållan härom till Universitetets Canceller Grefve BRAHE, hvilken derföre och med afseende isynnerhet på olägenheten deraf, att bestämd fördelning af ofvanberörde, till Tryckeriets, Bibliothekets och Byggnadernes underhåll gemensamt anslagne, 200 Dal. S. M. saknades, genom Bref, dateradt Åbo Slott d. 21 Julii 1648 tillade honom icke allenast 80 Dal. af dessa medel för 1647, utan ock jemna tredjedelen, eller 66 Dal. 21 rst. 8 p. framgent årligen **). I kraft häraf åtnjöt denne Boktryckare ock under hela sin återstående

*) Se Anordningen af d. 29 Maji 1649 i Statsboken för åren 1648—1652.

**) I saknad af Originalet, som troligen icke stadnat i Universitetets värjo, torde den afskrift, som i Archivet finnes intagen ibland en samling af Kongliga och Cancellers Bref samt åtskilliga Handlingar ifrån mycket olika tider, eller emellan 1624 och 1775, förtjena att här aftryckas, så lydande: "Wij Peer Brahe, Grefve till Wisingsborg etc. etc. Emedan Typographus här vid Academien Peer Wald sig besvärar öfver den defect som skal vara uti Trycket, och för dess fehl skull icke kunna så fort sättias, som det sig bör med mindre han adsisteras med en Post penningar till dess förbättrande, hvarföre och emädan hans Kongl. May.t ibland annat och till dess värks fortsättiande hafver förordnat någre penningar; altså befinner man skäligt att Quæstor Academiæ med foderligaste af 647 åhrs samme förordnade penningar tillställer bem.te Typographo Ottatijo d.r Sölf.r M. och sedan åhrl. sextijo sex d. 21 ö. 8 P.g S. M.t till dess fortgång och vidare Ordre, dock skall bem.te Typographus vara förplichtat dem som vederböra åhrl. derföre räckenskap göra, rättandes sig således här effter."

tjenstetid, eller för åren 1648 till och med 1652, sistnämnde Summa såsom bidrag till Tryckets Reparation; men af den honom tillika ålagde årliga redovisningen för densamma finnes i Universitetets Räkenskaper intet spår. Häraf och då icke heller någon klagan öfver brist sedermera förspordes, är det sannolikt att vederbörande, med fullt förtroende till Walds så väl redlighet som drift, pröfvat understödet vara lika nödigt som tillräckeligt för verkets underhållande i behörigt skick, samt derföre låtit saken bero endast på hans ansvar för försummelse härutinnan. Otvifvelaktigt lades likväl redan härigenom grund för den osäkerhet om hvad Universitetet, eller dess Boktryckare enskildt, tillhörde, som i framtiden blef ganska känbar, så framt icke allt hvad som för Inrättningens drifvande behöfdes, ännu var publik egendom.

Till iakttagande vid Tryckeriet har jag icke funnit något annat, utom hvad Boktryckeri-Contractet innehåller, under Peter Walds tjenstetid föreskrifvet, än det på Poëseos Professoren Nicolai Nycopensis klagan "at Studiosi och andre lätha Tryckia några Carmina, hvilka icke äre af någon corrigerade, altså hafver han funnit några feel i sådanne carminibus, the sendes sedhan, uthan tviffvel, öfver til Sverige och andre orther och Acad. får ther aff ondt nampn, behöfdes förthenskuldh en Corrector som altijdh hadhe vakande öga på alt thet som tryckt blifver", d. 29 Maji 1643 af Consistorium Academicum fattade beslut, att "Tryckaren skal tilsejas, at han inthet trycker något, uthan han hafver Professoris egen hand och befalningh på thet som honom lefvere-

res att afftryckia." Men också saknas största delen af Consistorii Protocoller för ifrågavarande tid numera, sedan eldsvådan i Åbo d. 4 och 5 Sept. 1827.

Hurudan tjenstegrad Boktryckaren vid Universitetet i början ansågs innehafva, kan till någon del slutas af Consistorii Protocoll för d. 11 Junii 1642, då den ordning fastställdes, som vid Rectorats ombytes gästabudet och bjudningen dertill borde iakttagas, hvarvid efter det de, som skulle Solenniter bjudas, blifvit uppräknade, finnes antecknadt: "Hvadh anbelangar Booktryckiaren, Bookföraren och Bookbindaren, them må Rector genom sin egen tienare låtha biuda, om honom så sielf behaghar."

Utan tvifvel vore en omständelig Förteckning öfver de skrifter, som af Finlands förste Boktryckare härstädes blifvit tryckte, på sin plats i denna afhandling; men då de flesta af dem redan länge varit mycket sällsynta och numera svårligen annorlunda kunna anträffas, än spridda i Boksamlingar på flera särskilda orter, är jag, i saknad af tillgång till sådane skatter af betydeligare rikedom, än Kejserliga Alexanders Universitetets Bibliothek, ur stånd att uppgöra en slik nog pålitelig Förteckning öfver andra arbeten, än Akademiska Disputationer, rörande hvilka likväl **Lidéns** och **Marklins** bekanta Cataloger icke lemna något öfrigt att önska, och ser mig således nödsakad att inskränka mig till blott några få uppgifter, som företrädesvis kunna förtjena uppmärksamhet.

Hvarmed början att trycka hos oss blifvit gjord, kan väl af ingen för det närvarande utredas; men då föremålet för forskningen härom naturligtvis främst sökes ibland egenteliga Akademiska arbeten, gifves ofelbart skäl att åtminstone för ett ibland vårt Boktryckeris första alster anse:

Discursus Politicus de Prudentia *tum Legislatoriâ tum Politicâ seu Civili, Deo Ter Opt. Maximo benignè annuente, in novâ Academiâ Aboënsi exhibitus Præside* M. Michaele O. Wexionio *Polit. et Hist. Professore Pub-ordinario Respondente* Enevaldo S. Pontano *Smol. S. R. M:tis Stipend. Ad quem ventilandum Reverendi Consultissimi et Clarissimi Domini Professores et Adsessores, præter ordinarios opponentes, amicè et officiosè invitati fuerunt In Auditorio Majori* 18 *Decembris* 1641. *Abogiæ Typis Exscribebat* Petrus Wald *Acad. Typographus, Anno* 1642.

af 2½ ark in quarto, såsom tryckt innom första månaderne efter det Inrättningen kommit i gång. Samma arbete är dessutom märkvärdigt såsom den första vid Universitetet i Åbo offenteligen försvarade Disputation, nämligen redan före tryckningen, enligt hvad Företalet ådagalägger, åt hvilket jag af flera skäl trott mig böra här lemna ett rum:

"OMnes et singulos muneris sibi divinitus concrediti quotidiè memores esse oportere, ut recta ratio svadet, ita publica utilitas mandat; proinde cum partes docendi in novâ hac Academia â S. R. M:te nobis (!) Clementissimè commissæ sint, nostrum est in id

sedulò incumbere et invigilare, ne ullam demandati officij particulam negligamus aut oscitanter tractemus: cumq. inter alia quæ constitutiones nostræ Academiæ à singulis Professoribus requirunt, etiam injunctum sit publicam quotannis unam alteramvè Disputationem proponere quò juventus non tantum privatim in hoc exercitij genere, quod et mentem acuit, et linguam informat, et veritatem aperit et animos modulosq. animi sensa in congressibus aptè proferendi conciliat: sed etiam publicè periclitetur et exerceatur. Nè igitur hàc in parte, Sudiosæ (!) juventuti nostroq. muneri deessemus, sæpiusculè in Senatu Academico deliberatum est. Omnes quidem progressum optavimus difficultates interim, remoras et incommoda per plurima, dum Typis destituimur, omnes vidimus: eos igitur magno cum desiderio expectavimus, et simul etiam commodiorem occasionem Disputationes proponendi. Et quia mediante S. R. M:tis munificentiâ, quæ etiam in hoc splendidissimè nobis illuxit, de Calchographiâ in proximè sequuturum tempus vernale demum certiores facti sumus, placuit interea Disputationes pro re natâ inchoare, ne Studiosorum commoda, quantum in nobis, diutiùs remoraremur. Venerando igitur Senatu Academico sic decernenté primam nunc Disputationem propono: eamq. selegi materiam quæ et Professioni meæ congrua et tractatione dignissima est. Anno enim præterlapso, durante meâ in beneficiarios regios inspectione, Philosophiæ moralis partem generalem, quæ de virtutibus et bonis moribus agit, Disputationibus aliquot comprehendi et Stipendiarijs proposui: *Prudentiæ* a. tractationem particularem huc usq. reservavi. Quam ceu omnium virtutum fasciculum, compen-

dium et Epitomen mentis humanæ bonum perfectum â *Seneca* appellatam: quæ sola præire et ad rectè faciendum ducere â *Platone* dicitur: cui quicquid est famulatur ut Menader (!) inquit *Prudentiam*, inquam, præsenti discursu delineare satago. Constitueram equidem jam pridem exactam ejusdem tractationem exhibere; verum partim propter occupationum varietatem et multitudinem, partim ob temporis brevitatem, quia ante anni præsentis exitum Disputationem habere visum est, maximè quia per præli defectum, prolixior tractatus commodè in lucem edi nequit, desiderio meo et aliorum expectationi in præsentiarum satisfacere non potui, quin igitur aptiori occasioni intendere cogor, et hæc ipsa etiam tum sub incudem revocare et augere non pigebit (!); ut Deo Opt: Max: successum largiente voto me aliquando ex solvam tractationemq. pleniùs absolvam. Faxit omnipotens æternus Deus, ut hæc Disputatio non minus ac sequuturæ omnes in nominis Divini laudem, reipub: literariæ incrementum et totius Patriæ emolumentum vergant ac dirigantur!"

Till de äldsta i Åbo tryckta Akademiska skrifter måste ock följande Orationer räknas, alla med tryckningsåret 1643 utsatt, hvilket är det tidigaste, som på något dylikt arbete ifrån samma ort mig veterligen förekommer, och alla in quarto:

Oratio de ARDUA ET DIFFICULTATIS PLENA ERUDITIONIS CONSECUTIONE, *Quam Auspice S. S. Triade, In Regij Aboënsis Athenæi Auditorio Majore, XVIII Calend. Maij Anni partæ per*

Christum Salutis cIↄ. Icↄ. XLIII. frequenti consessu publicè pronunciabat AXELIUS ANDREÆ BOTH. *Phil: Studiosus.* — *Horatius Ep. I. lib. I. Epist. Est quodam prodire tenus, si non datur ultrà.* 3 Ark.

Brevis et succincta COMMENDATIO BOTHNIÆ ORIENTALIS. *Quam, In Regia Academia Aboënsi Anno* 1643. 3 *Maji in Auditorio Majori finitis precibus matutinis horá octavâ publicè enarrabat* MARTINUS A. WARGIUS *Both.* 2 Ark.

Oratio de TEMPORIS USU LEGITIMO, NEC NON ABUSU VITIO NIMIS FREQUENTE; *In Regiæ Finnonum Universitatis, quæ Abogiæ est, Auditorio Majori* 28. *die Maji Anni currentis* 1643. *publicè habita ab* ERICO PAULI KETARENIO *Aboá-Finlando.* 3 Ark.

Oratio delineationem MAGNANIMITATIS *exhibens: Quam, Divina Affulgente Gratiâ, In Regiæ Academiæ Finnonum, quæ est Aboæ, superiori Auditorio, prid. Non. Junij Anni* 1643. *Publicè Eloquebatur* ENEVALDUS SUENONIUS *Smol. S. R. M. Stipend.* — *Nulli virtus præclusa est, omnibus patet, omnes admittit, omnes invitat egenos, servos, Reges, et exules, non eligit domum, nec censum, sed nudo homine contenta est. Sen. ad Lucilium lib.* 3. *de benef.* 2½ Ark.

Oratio de SACRORUM EXERCITIORUM NECESSITATE ET UTILITATE; *Quæ Deo Duce atq. Auspice In Regiâ Academia quæ Abogiæ est,* 26 *Novemb. Anno* 1643. *in Auditorio Majori publicè habebatur à* LAURENTIO J. TVETOVIO *Smol.—S. S. R. M.tis Stip.* 1 Ark.

Ibland Finska Boktryckeriets tidigaste Producter af åtskilliga andra slag måga nämnas:

AUGUSTANA CONFESSIO, *Id est*, CONFESSIO FIDEI *exhibita invictissimo Imperatori Carolo V. Cæsari Augusto in Comiciis Augustæ Vindelicorum Anno MDXXX Die XXV Junii.* — Vid slutet står: *Impressum Aboæ per* Petrum Wald, 1643. — 4½ Ark in quarto.

NÅGRA CHRISTELIGA BOOT PREDIKNINGAR, *hålldne aff* ISAACO B. ROTHOVIO *Episcopo Aboënsi. Tryckt i Åbo aff* Peder Wald, 1643. — 5 Ark in quarto.

samt de twänne äldsta hitintills kända skrifter, som på vårt lands eget språk här utkommit:

SELITYXET JOCA-PÄIWÄISTEN HUOMEN-EHTO-IA RUOCALUCUIN ELI SIUNAUSTEN, *yxikertaisil Saarnoill edespannut* LAURENT. PETRI *Aboico Minist. Verbi Dei in Loimi-Joki. Chrysost. hom. 78. in Mat. To. 3. Perhen-Isändä wuotelda nostuans, älkän muuta ennen edzikö, waan cuinga coco hänen huonens Jumalan palweluxes caswon saisi. Ja Perhen-Emendä talon menost tosin waarin ottacon, waan weilä* (!) *enämin sen perän pyrkitön, cuinga caicki hänen perheens taiwalisi töitä tekisit. Lutherus: Per Deum vos moneo et rogo, ne hanc officii partem negligatis: sed hodiè incipiatis, si hactenus neglexistis. Präntätyt Turusa* PETARI WALDILDA, *Anno* 1644. 16 Ark in quarto.

MUUTAMAT CHRISTILLISET SAARNAT *Yhteisest-Synnin Tunnustoxest ia Ilywästisiunauxest, cocon-pannut à* LAURENTIO

PETRI *Aboico V. D. Min. in Loimi-Joki. Psal.* 115, 13. *Herra siuna ne cuin händä pelkäwät, sekä pienet että suuret. Herra siunatcon teitä enämmin ia enämmin, teitä ia teidän lapsian, etc. Pränttättyt Turusa* PETARI WALDILDA, *Anno* 1644. — $4\frac{3}{4}$ Ark in quarto.

Utsträckes frågan till sednare af WALD. tryckta arbeten af största både omfång och vigt, tillkommer första rummet den i Finska Kyrkans häfder utmärkta samling af andaktsböcker, om $70\frac{1}{8}$ Ark liten Octaf, som under den allmänna Titeln:

MANUALE FINNONICUM, *Se on: Muutamat tarwittawat ia aina käsillä pidettäwät* SUOMENKIELISET KIRJAT, *Nyt Consistoriumin suostost ia suomast ahkerasti cadzotut: ja muutamis cappalis ojetut ja enätyt. Matth.* 6. *v.* 19. *Älkät tawarata cootco maanpäällä, cusa ruoste ia coit raiscawat, ia cusa warcat caiwawat ia warastawat: waan cootcat teillen tawarata taiwas, cusa ei ruoste eikä coi raisca, ja cusa ei warcat caiwa eikä warasta. Sillä cusa teidän tawaran on, siellä myös on teidän sydämen. Studio* JONÆ MATT. *Raumanni. Cunniallisen Miehen* Sifre Salcon *Radimiehen culutuxella* (*jolda myös näitä myydä löytän*) *Präntätty Turusa,* PETAR WALDILDA, *Anno* 1646.

innefattar följande med särskilda Titelblad försedda:

Suomen *Kielinen* WIRSI KIRJA, *Enimmitten* M. JACOBILDA SUOMALAISELDA, *ja* MASCUN *Herr* HEMMINGILDÄ *Suomexi tehty.*

Esa. 12. v. 5. Weisatca kijtost Herralle: Sillä hän on woimal-
Psal. idzens asettanut, se olcon tiettäwä jocaidzesa maasa.
lisest 47. v. 7. 8. Weisatcat Jumalalle, weisatcat meidän Cu-
ningallem: Sillä Jumala on coco maan Cuningas. Eph. 5. v.
19. 20. Olcat täytetyt pyhällä Hengellä, ja puhucat keskenän
Psalmeista, ja Kijtos wirsistä, ja hengelisistä lauluista, wei-
saten ja soittain Herralle teidän sydämesän. Kijttäin aina Ju-
malata Ja Isä, jocaidzen edestä; meidän Herran Jesuxen
Christuxen Nimeen.

EWANGELIUMIT JA EPISTOLAT, *cuin Suomes cunakin Sun-nuntaina, Juhlana eli Pyhäpäiwänä coco Ajastajas luetan. Nijn myös Collecta, Graduale ia Rucous cuhungin Ewange-ljumin sowitettu. Nyt Consistoriumin suosiost ia suomast ahke-rasti cadzotut: ja muutamis cappalis ojetut. Cunnialisen Mic-hen* Siffre Salcon *Raadimiehen culutuxella (jolda myös näitä myydä löytän) Präntätty Turusa,* PETAR WALDILDA, *Anno* 1646.

CATECHESIS ELI CHRISTILINEN OPPI, *Coco Pyhäst Ramatust lyhykäisin capalihin coottu, Cuinga meidän pitä täällä, nijn-cuin Jumalan Canssan, Christillisest elämän, ja sijtte hänen tykönäns ijancaickisest antuana (!) oleman. Nuorille, oppiwai-sille ja yxikertaisille, lyhykäisest, kysymyxis ja wastauxis,* D. M. L. *eld Selitetty. Psalm. 34. Tulcat tänne Lapset, cuulcat minua, Herran pelgon minä teille opetan: Cunnialisen Miehen* Siffre Salcon *Raadimiehen culutuxella (jolda myös näitä myydä löytän) Präntätty Turusa,* PETAR WALDILDA, *Anno* 1646.

Passio Christi — Meidän Herran Jesuxen Christuxen Kärsimisen, Cuoleman, Hautamisen, Ulösnousemisen ja Taiwasen astumisen, Historia, neliäst Evangelistast coottu. 1. Pet. 2. Christus kärsei meidän edestäm, ja jätti meille cuwan, että teidän pitä hänen askeleitans noudattaman. Präntätty Turusa, Petar Waldilda, *Anno* 1647.

Jerusalemin Jumalan pyhän Caupungin, surkian ja cauhia häwitöxen Historia, Flavius Josephilda, joca myös idze sijnä oli, Kirjoitettu. Zachär. 13. v. 1. Cadzo se päiwä tule Herralle, että sinun saalis pitä sinusa jaettaman: sillä minä olen cocowa caickinaiset pacanat sotiman Jerusalemita wastan. Ja Caupungi pitä woitettaman, huonet ryöstetän ia waimot raiscatan. Matth. 24. v. 35. Toiwas ia maa hucku, mutta minun sanani ei pidä huckanduman. Präntätty Turusa,

Rucous-Kirja, *Johon monda jumalista ja tarpellista Rucousta ja Kijtossana,* M. Jacobin Suomalaisen *Rucous-Kirjasta otettu, ja nyt myös mualda coottu ja kätty on. Cotona ja Seuracunnas, Jumalata caickinaisten Säätyin ja tarwetten rucoilla. Jumalan cunniaxi; Christillisten, jumalisten ja hywäin suopain Suomalaisten tarpexi tehty. Psal. 18. Ahdistuxesani minä rucoilen Herra, ja pargun minun Jumalani tygö, hän cuule minun äneni hänen Templistäns, ja minun huton hänen edesäns, tule hänen corwijns. Cunnialisen Miehen* Siffre Salcon *Raadimiehen culutuxella (jolda myös näitä myydä löötän) Präntätty Turusa,* Petar Waldilda, *Anno* 1647.

Att sysselsätta sig med många andra än Akademiska arbetens tryckning, kunde dock förste innehafvaren af Åbo Universitets sparsamt försedda Boktryckeri så mycket mindre hinna, som hans lifstid icke var lång. Kort efter det han vid Jacobi tid 1652 hemkommit ifrån en resa till Sverige, anfölls han nämligen af tredjedags Frossa, hvilken utan uppehåll eller annan lindring, än ett skenbart aftagande, som emot slutet gaf något hopp, fortfor ända till dess han d. 15 Februarii följande året klockan vid pass fem om morgonen afsomnade.

"Hwadh denne salige Mansens Lefwerne och umgänge widkommer", säges i Personalierne vid Likpredikan öfver honom, "Så hafwer han (thet Grannar och Rågrannar kunna wittna) warit en Gudfruchtig, stilla och rolig Man". Likaledes, att då han i Upsala "war confirmerad uthi sin Konst, Begaff han sigh efter Gudz försyn sampt Slechtz och Wänners samtyckio uthi Echtenskapz förbund, medh Hederlige och Gudhfruchtighe *I. Ingeborg Pedersdoter*, hwilken nu uthi stoor Sorg och Bedröfwelse efterlefwer; och medh henne afflade han en Son, den och Gudh strax til sigh kallade."

Enkan gifte sig andra gången d. 1 November 1654 med efterträdaren i Boktryckeriet.

DE
DIRECTIONIBUS VENTORUM
IN FINLANDIA SPIRANTIUM,

DISSERIT

GUST. GABR. HÄLLSTRÖM.

(Societ. exhib. d. 20 Juli 1840 & 24 Jan. 1842.)

Inter momenta illa varia, quibus pervestigandis operam navarunt Meteorologiæ cultores non pauci, directio ventorum in diversis terris spirantium non minima certe attentione videtur esse digna. Duce quotidiana experientia ostenderunt, regiones Europæas ad illas esse referendas, ubi maxime variabiles sunt venti; quomodocunque vero sit, in illa variabilitate aliquid tamen constantis observari docuerunt. Animadverterunt nimirum ventos in Europa frequentius e plaga occidentali & meridionali quam e reliquis spirare, quod viciniæ oceani Atlantici tribuendum esse statuerunt; a qua vero explicandi ratione sequitur, ut quo remotiores ab eodem oceano sitæ sint diversæ hæ regiones, eo quoque magis a regula allata aberrare videantur venti ibidem spirantes. Inde igitur ad judicandum inducimur, aliam forte esse in nostris oris, quam in occidentalioribus

Europæ regionibus, ventorum rationem; quod quidem judicium, an justum sit, vel an perperam conceptum, ex observationibus hic in Finlandia institutis illustrandum jam suscepimus.

Series observationum, quas hoc respectu consuluimus, partim ipsi hic Helsingforsiæ collegimus, partim ex Archivo Imp. Societatis Oeconomicæ Fenniæ commodatas accepimus: præter quas etiam examen serierum Petropoli, Moscuæ & Archangelopoli collectarum illustrationis causa addidimus. Octo tantum in toto circuitu horizontali adnotatæ plerumque sunt plagæ ventorum, & quidem ter quotidie, mane, meridie & vespere, observatæ. Germanorum & Svecorum ratione directiones ventorum exprimendi brevitati studentes usi sumus, designante scilicet S austrum, SW africum, W favonium, NW caurum, N aquilonem, NO euroaquilonem, O eurum atque SO euronotum *).

De locis observationum & de observatoribus hæc sunt præmittenda:

---

*) Hoc eo diligentius animadvertisse convenit, quo certius constet, magnam inter auctores latino sermone utentes varietatem denominationis ventorum obvenire. Confr. Schævii *Sceleton geographicum, Brunsvigiæ* 1671; Musschenbroekii *Introduct. ad Philosophiam Naturalem, Lugd. Batav.* 1762, *T. II, p.* 1093; & Lexicographos varios passim.

Locorum			Tempus observationum & Observatores.
Nomina	Latit. geogr. boreàlis.	Longit. geogr. orient. ab Ins. Ferro	
Alandia	60° 15′	37° 30′	Annis 1818—1827. Pastor ecclesiæ in Jomala Ph. D:r Stadius.
Lemo-Hannula	60. 32	39. 25	Ann. 1818—1826. Pharmacopola Freudenthal.
Aboa	60. 27	39. 57	Ann. 1749—1826. Professores Universitatis Aboënsis Leche, Kalm, Hellenius, Planman, Mether, Hällström.
Haliko	60. 27	40. 40	Ann. 1818—1825. Pastor ecclesiæ Halikoënsis Th. D:r Ignatius.
Helsingforsia .	60. 10	42. 40	Ann. 1829—1841. Hällström.
Tammela . . .	60. 50	41. 30	Ann. 1818—1831. Pastor eccl. Tammelensis Ph. & Th. D:r Tolpo.
Wirdois	62. 15	41. 20	Ann. 1825—1832. Sacellan. eccl. in Wirdois Perdén.
Laukas	62. 25	43. 30	Ann. 1818—1825. Pastor eccl. in Laukas Arvidsson.
Ilmola	62. 44	40. 9	Ann. 1818—1826. Pastor eccl. Ilmolensis Ph. D:r Frosterus.
Storkyro	63. 1′	39. 48	Ann. 1831—1840. Sacell. eccl. in Storkyro Reinius.
Wöro	63. 9	39. 45	Ann. 1800—1825. Sacell. eccl. in Wöro Ph. D:r Wegelius.
Kalajoki	64. 16	41. 40	Ann. 1818—1826. Pastor eccl. Kalajokiensis Th. D:r Frosterus.
Uleoburgum . .	65. 0	43. 10	Ann. 1776—1787, Pharmacopola Julin in *K. Vetensk. Acad. Handl. för år* 1789, *p.* 112, quibus additæ sunt observationes annorum 1818—1829 partim Uleoburgi, partim in vicina insula Carlö, a Pastore loci Frostero, institutæ.
Paldamo	64. 17	45. 23	Ann. 1824—1828, & 1818, 1819 in vicina Cajana. Pastor loci Th. D:r Æjmelæus.

Hisce præmonitis, ad eas afferendas summas, quas ex ipsis autographis observatorum annotationibus collegimus, progredimur, indicante scilicet quavis summa numerum dierum, quibus observata fuit annotata venti directio.

ALANDIA.

	S	SW	W	NW	N	NO	O	SO	S:ma
Januar.	37	174	50	122	46	78	23	68	598
Febr. .	57	192	45	77	68	49	16	56	560
Mart. .	84	217	48	126	61	54	27	91	708
Apr. . .	104	155	27	113	131	57	17	97	701
Maj . .	68	151	22	146	133	65	13	85	683
Jun. . .	95	102	22	172	134	25	8	36	594
Jul. . .	90	127	25	116	158	25	11	49	601
Aug. .	98	135	28	117	97	37	14	55	581
Sept. .	85	161	34	79	50	30	11	83	533
Oct. . .	56	168	15	57	20	22	3	22	363
Nov. . .	46	107	9	60	29	16	9	49	325
Dec. . .	38	102	37	53	13	30	8	32	313
Summa	858	1791	362	1238	940	488	160	723	6560

LEMO-HANNULA.

	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*	*S:ma*
Jan. . .	113	187	56	52	99	50	98	89	744
Febr. .	123	157	60	34	63	44	100	97	678
Mart. .	182	165	50	57	69	49	59	113	744
April .	112	184	73	80	92	60	62	111	774
Maj . .	105	222	87	142	77	76	46	82	837
Jun. . .	118	222	103	148	58	60	33	68	810
Jul. . .	144	228	94	92	55	89	51	84	837
Aug.. .	186	234	70	159	49	23	41	75	837
Sept. .	163	223	61	105	58	51	63	86	810
Oct. . .	213	201	66	74	54	42	83	104	837
Nov.. .	118	203	70	67	83	64	96	109	810
Dec. . .	143	235	57	84	60	63	102	93	837
Summa	1720	2461	847	1094	817	671	834	1111	9555

ABOA.

	S	SW	W	NW	N	NO	O	SO	S:ma
Jan. . .	898	708	352	359	741	842	445	471	4816
Febr. .	948	693	291	337	581	531	358	507	4246
Mart. .	967	769	406	572	757	663	393	468	4995
April .	945	780	483	518	707	578	382	565	4958
Maj . .	833	1084	525	692	674	615	380	473	5276
Jun. . .	729	916	582	608	663	471	331	380	4680
Jul. . .	657	1112	625	587	506	566	342	465	4860
Aug. .	644	1135	563	551	426	530	387	454	4690
Sept. .	681	983	424	519	490	560	336	388	4381
Oct. . .	709	991	470	494	577	536	291	545	4613
Nov.. .	644	785	404	390	537	783	453	537	4533
Dec.. .	788	760	304	435	587	759	553	564	4750
Summa	9443	10716	5429	6062	7246	7434	4651	5817	56798

HALIKO.

	S	SW	W	NW	N	NO	O	SO	S:ma
Jan. . .	114	74	133	105	89	53	45	36	649
Febr. .	151	60	88	43	77	66	50	47	582
Mart. .	147	111	104	73	73	49	53	40	650
April .	97	79	108	83	115	46	53	46	627
Maj. . .	104	114	95	78	111	57	53	38	650
Jun. . .	103	60	136	89	103	66	40	29	626
Jul. . .	155	99	125	90	60	36	45	35	645
Aug. . .	124	96	158	108	76	34	19	28	643
Sept. . .	143	139	96	74	51	40	44	41	628
Oct. . .	169	92	85	97	77	42	24	65	651
Nov. . .	103	86	106	68	92	55	43	73	626
Dec. . .	124	92	79	110	93	43	43	65	649
Summa	1534	1102	1313	1018	1017	587	512	543	7626

HELSINGFORSIA.

	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*	*S:ma*
Jan. . .	121	161	70	68	140	107	62	35	764
Febr. .	148	178	77	48	79	82	40	59	711
Mart. .	125	150	50	62	98	107	89	66	747
April .	65	141	36	67	71	105	120	74	679
Maj . .	112	186	55	86	108	80	80	86	793
Jun. . .	102	185	68	79	73	21	37	59	624
Jul. . .	168	173	50	73	88	44	36	49	681
Aug. . .	151	156	73	129	85	35	43	78	750
Sept. .	115	113	49	65	83	43	78	71	617
Oct. . .	110	206	71	74	81	41	29	80	692
Nov.. .	177	188	90	69	112	66	15	65	782
Dec. . .	204	141	51	70	111	89	36	45	747
Summa	1598	1978	740	890	1129	820	665	767	8587

Tammela.

	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*	*S:ma*
Jan. . .	110	281	119	107	89	152	164	173	1195
Febr. .	175	277	124	85	91	88	130	180	1150
Mart. .	187	336	150	95	87	85	131	136	1207
April .	209	226	120	91	130	97	110	158	1141
Maj. . .	136	235	130	144	141	124	130	84	1124
Jun. . .	129	197	167	208	144	92	60	95	1092
Jul. . .	130	276	166	138	103	102	85	123	1123
Aug.. .	176	294	120	170	128	60	52	102	1102
Sept.. .	217	273	101	94	150	61	64	140	1100
Oct. . .	253	350	157	104	76	64	66	153	1223
Nov.. .	157	310	102	93	109	83	117	184	1155
Dec. . .	182	309	114	119	68	61	117	151	1121
Summa	2061	3364	1570	1448	1316	1069	1226	1679	13733

WIRDOIS.

	S	SW	W	NW	N	NO	O	SO	S:ma
Jan. . .	75	29	16	31	40	28	34	65	318
Febr. .	89	64	38	32	43	8	20	79	373
Mart. .	122	36	48	37	65	18	14	103	443
April. .	125	11	45	18	72	31	65	69	436
Maj. . .	74	19	44	11	120	17	49	60	394
Jun. . .	77	20	43	17	100	26	37	31	351
Jul. . .	76	27	47	22	52	18	26	47	315
Aug. . .	61	27	35	28	72	24	39	35	321
Sept. .	79	11	53	45	65	16	33	75	377
Oct. . .	112	27	73	45	59	10	20	53	399
Nov. . .	121	44	24	13	64	46	23	77	412
Dec. . .	115	44	39	11	44	12	34	89	388
Summa	1126	359	505	310	796	254	394	783	4527

LAUKAS.

	S	SW	W	NW	N	NO	O	SO	S:ma
Jan. . .	92	143	53	79	112	62	48	61	650
Febr. .	128	130	31	53	74	43	53	66	578
Mart. .	166	137	42	66	80	38	38	72	639
April. .	109	72	62	72	118	96	74	78	681
Maj. . .	117	89	60	121	137	75	69	75	743
Jun. . .	84	74	43	107	117	99	46	33	603
Jul. . .	91	76	32	70	94	149	93	49	654
Aug. . .	89	128	60	156	107	76	44	81	741
Sept. .	155	168	62	69	76	51	57	81	719
Oct. . .	182	179	49	76	69	48	45	96	744
Nov. .	126	137	38	83	111	57	37	118	707
Dec. . .	136	159	68	72	77	66	56	108	742
Summa	1475	1492	600	1024	1172	860	660	918	8201

ILMOLA.

	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*	*S:ma*
Januar.	88	38	147	16	52	13	113	13	480
Febr. .	161	34	76	14	63	23	174	4	549
Mart. .	122	44	112	29	70	12	107	44	540
April .	82	43	148	42	187	23	171	16	712
Maj. . .	92	72	176	48	210	35	124	10	767
Jun. . .	47	44	151	59	134	29	103	14	581
Jul. . .	38	28	129	53	159	42	137	14	600
Aug. .	62	56	139	45	117	12	98	20	549
Sept. .	73	37	132	15	77	7	118	11	470
Oct. . .	88	49	131	21	79	10	158	26	562
Nov. . .	84	54	114	29	70	21	154	39	565
Dec. . .	89	45	159	20	44	18	166	40	581
Summa	1026	544	1614	391	1262	245	1623	251	6956

STORKYRO.

	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*	*S:ma*
Jan. . .	62	111	164	49	70	90	93	126	765
Febr. .	112	134	142	43	54	58	116	143	802
Mart. .	92	104	143	64	103	107	162	137	912
April .	66	82	186	112	120	113	158	112	949
Maj. . .	74	87	189	126	234	81	105	80	976
Jun. . .	80	101	179	106	175	77	132	87	937
Jul. . .	79	116	144	76	150	72	141	86	864
Aug. .	58	74	140	90	124	60	103	90	739
Sept. .	68	89	135	60	62	42	120	109	685
Oct. . .	101	118	135	57	66	33	131	184	825
Nov.. .	81	159	73	39	50	83	80	135	700
Dec.. .	61	154	94	23	44	71	119	164	730
Summa	934	1329	1724	845	1252	887	1460	1453	9884

Wöro.

	S	SW.	W	NW	N	NO	O	SO	S:ma
Jan.*) .	132¼	55¼	44½	69	71	26	59¼	214¾	672
Febr. .	142	47	30¾	67½	71	10¼	61¼	201¾	631½
Mart. .	143¼	75¼	49¾	112½	80½	29	59¾	151	701
April .	88½	82¾	60¼	108¾	107¾	30¼	66½	120¾	665½
Maj. . .	89	59	65½	165¾	111¼	25¾	57¼	87½	661
Jun. . .	62	66	73	173¾	91½	26½	55	61¼	609
Jul. . .	60	62¼	57	125	104¼	21¼	67	73¼	570
Aug. . .	106¼	79½	60¾	105	85	20½	52¾	95¾	605½
Sept. . .	110½	78¼	84¼	101½	63¾	24¾	62½	131¾	657¼
Oct. . .	103½	71½	68½	80	68	32¼	70¾	203½	698
Nov. . .	109½	59¼	47½	67	54¼	44	81	198½	661
Dec. . .	115¾	49	42¾	58	59½	32	83¾	221½	662¼
Summa	1262½	785	684½	1233¾	967¾	322½	776¾	1761¼	7794

*) Unicam tantum quovis die plerumque adnotavit Observator directionem venti; cum vero interdum pluries quoque observaverit, illud simul significavit. Præterea adnotavit sedecim diversas venti directiones, quare, quo eas ad numerum a nobis supra adhibitum reducerenius, intermediarum numerum inter ambas proxime vicinas æque distribuimus, unde factum est, ut fractiones in numeris hic afferendis obveniant.

KALAJOKI.

	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*	*S:ma*
Jan. . .	250	84	36	17	115	76	65	101	744
Febr. .	219	77	44	11	80	27	85	51	594
Mart. .	209	89	47	24	111	30	87	54	651
April. .	124	105	47	20	172	97	88	67	720
Maj. . .	101	126	70	43	201	100	62	41	744
Jun. . .	100	79	65	61	213	89	75	38	720
Jul. . .	96	64	54	37	211	83	148	51	744
Aug.. .	156	81	88	39	195	64	86	35	744
Sept.. .	203	136	41	24	110	58	75	63	710
Oct. . .	272	105	32	35	67	85	67	81	744
Nov.. .	235	80	24	27	91	74	102	85	718
Dec. . .	282	86	31	24	80	47	108	84	742
Summa	2247	1112	579	362	1646	830	1048	751	8575

ULEOBURGUM.

	S	SW	W	NW	N	NO	O	SO	Sma
Jan. . .	206	110	74	51	132	119	149	187	1028
Febr. .	139	100	46	34	86	78	105	187	775
Mart. .	231	103	74	88	146	82	131	139	994
April. .	241	128	109	115	193	142	126	144	1198
Maj. . .	136	166	240	151	212	112	177	110	1304
Jun. . .	145	182	253	157	174	114	135	74	1234
Jul. . .	152	148	153	98	143	144	161	101	1100
Aug. .	199	177	152	111	177	86	131	117	1150
Sept. .	282	210	97	82	153	71	96	123	1114
Oct. . .	252	170	74	52	157	74	127	111	1017
Nov. . .	288	115	52	41	123	107	125	130	981
Dec. . .	225	110	46	70	138	110	124	163	986
Summa	2496	1719	1370	1050	1834	1239	1587	1586	12886

Paldamo.

	S	*SW.*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*	*Suma*
Jan. . .	110	57	64	22	28	34	46	104	465
Febr. .	128	40	51	53	27	16	17	91	423
Mart. .	131	67	48	42	27	31	28	91	465
April. .	132	42	76	30	48	20	53	49	450
Maj. . .	60	43	120	50	57	37	61	32	460
Jun. . .	91	52	125	40	43	15	45	33	450
Jul. . .	71	44	93	54	22	10	35	43	372
Aug. . .	86	31	65	22	18	15	26	16	279
Sept. . .	137	53	91	25	32	26	55	31	450
Oct. . .	170	60	85	43	32	55	50	39	534
Nov. . .	146	77	64	56	16	40	61	56	525
Dec. . .	110	68	77	50	10	15	41	58	465
Summa	1372	664	959	505	360	323	518	643	5344

Quo omnium horum numerorum justa fieri possit comparatio, necessarium fuit, ut ad eandem reducerentur mensuram, quam a numero cujusque venti centenario exprimi assumamus. Ita nempe facta ventorum cujusdam mensis omnium summa $= m$, atque sin-

gulæ speciei venti ejusdem mensis summa = n, erit numerus hujusce venti ad centenos relatus = $100. \frac{n}{m}$, qua quidem ratione sequentes allatorum ventorum comparabiles nacti sumus dispositiones.

ALANDIA.

	Inter quosvis centenos cujusque mensis ventos fuere							
	S	SW	W	NW	N	NO	O	SO
Jan. .	6,19	29,10	8,36	20,40	7,69	13,04	3,85	11,37
Febr. .	10,18	34,29	8,03	13,75	12,14	8,75	2,86	10,00
Mart. .	11,86	30,65	6,78	17,80	8,62	7,63	3,81	12,85
April.	14,84	22,11	3,85	16,12	15,69	8,13	2,42	[illegible]
Maj. .	[illegible]	22,14	[illegible]	[illegible]	19,47	9,12	1,90	12,45
Jun. .	[illegible]	17,17	[illegible]	[illegible]	22,50	4,31	[illegible]	6,06
Jul. .	14,97	21,13	4,16	19,30	26,29	4,16	1,83	8,16
Aug. .	16,87	23,23	4,82	20,14	16,69	6,37	2,41	9,47
Sept. .	15,95	30,21	6,38	14,82	9,38	5,63	2,06	15,57
Oct. .	15,43	[illegible]	4,11	15,70	5,51	6,00	[illegible]	[illegible]
Nov. .	14,15	[illegible]	2,77	18,40	8,92	4,93	2,77	15,08
Dec. .	12,14	[illegible]	11,52	[illegible]	4,15	9,59	[illegible]	10,22
Tot. ann.	13,08	27,30	[illegible]	18,87	14,33	7,44	2,44	11,02

Lemo-Hannula.

	Inter centenos cujusque mensis ventos fuere							
	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*
Jan. .	15,19	25,13	7,53	6,99	13,31	6,72	13,17	11,96
Febr. .	18,14	23,16	8,85	5,02	9,29	6,49	14,75	14,30
Mart. .	24,46	22,18	6,72	7,66	9,27	6,59	7,93	15,19
April .	14,47	23,77	9,43	10,34	11,89	7,75	8,01	14,34
Maj. .	12,55	26,52	10,39	16,96	9,20	9,08	5,50	9,80
Jun. .	14,56	27,41	12,72	18,25	7,10	7,41	4,08	8,40
Jul. . .	17,21	27,24	11,23	10,99	6,57	10,63	6,10	10,03
Aug. .	22,22	27,95	8,36	10,00	5,86	2,75	4,90	8,96
Sept. .	20,12	27,53	7,53	12,96	7,16	6,30	7,78	10,62
Oct. .	25,45	24,01	7,88	8,84	6,45	5,02	9,92	12,43
Nov. .	14,57	25,06	8,64	8,27	10,25	7,00	11,85	13,46
Dec. .	17,09	28,08	6,81	10,03	7,17	7,53	12,18	11,11
Tot. ann.	18,00	25,75	8,87	11,45	8,55	7,02	8,73	11,63

ABOA.

	Inter centenos ventos observatos fuere							
	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*
Jan. .	18,65	14.70	7,31	7.45	15.39	17,48	9.24	9,78
Febr. .	22,33	16,32	6.85	7,94	13,08	12,51	8,43	11.94
Mart. .	19,36	15,39	8,13	11,45	15,16	13,27	7.87	9.37
April.	19,16	15,73	9,74	10,45	14.26	11.56	7,70	11,40
Maj. .	15,79	20,54	9.95	13,12	12,78	11,65	7.20	8,97
Jun. .	15,58	19,57	12,44	12.99	14,17	10,06	7,07	8,12
Jul. .	13,52	22,87	12,88	12,08	10,41	11.64	7,04	9,56
Aug. .	13,73	24,20	12,01	11,75	9.08	11,30	8,25	9,68
Sept. .	15,54	22.44	9,68	11,85	11,18	12,78	7,67	8,86
Oct. .	15,37	21,48	10,19	10,71	12,51	11,62	6.31	11,81
Nov. .	14,21	17,32	8,91	8,60	11,85	17,27	9,99	11,85
Dec. .	16,59	16.00	6.40	9,16	12,36	15,98	11.64	11,87
Tot. ann.	16,62	18,88	9,56	10,67	12,76	13,08	8.19	10,24

HALIKO.

	Inter centenos ventos observatos fuere							
	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*
Jan. .	17,57	11,40	20,49	16,18	13,71	8,17	6,93	5,55
Febr. .	25,95	10,31	15,12	7,39	13,23	11,34	8,59	8,07
Mart. .	22,62	17,08	16,00	11,23	11,23	7,54	8,15	6,15
April .	15,47	12,60	17,22	13,24	18,34	7,34	8,45	7,34
Maj. .	16,00	17,54	14,61	12,00	17,08	8,77	8,15	5,80
Jun. .	16,45	9,59	21,73	14,22	16,45	10,54	6,39	4,63
Jul. .	24,03	15,35	19,38	13,95	9,30	5,58	6,98	5,43
Aug. .	19,28	14,93	24,57	16,80	11,82	5,29	2,96	4,35
Sept. .	22,77	22,13	15,29	11,78	8,12	6,37	7,01	6,53
Oct. .	25,96	14,13	13,06	14,90	11,83	6,45	3,69	9,98
Nov. .	16,45	13,74	16,93	10,86	14,70	8,79	6,87	11,66
Dec. .	19,11	14,18	12,17	16,95	14,33	6,62	6,63	10,01
Tot. ann.	20,11	14,45	17,22	13,35	13,34	7,70	6,71	7,12

HELSINGFORSIAE.

	Inter centenos cujusque mensis ventos fuere							
	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*
Jan. .	15,84	21,07	9,10	8,90	18,32	14,01	8,12	4,58
Febr. .	20,82	25,03	[illegible]	[illegible]	11,11	11,53	5,66	5,10
Mart. .	16,73	20,05	6,09	8,50	13,12	14,32	11,92	8,54
April.	9.57	20,70	5.30	9,57	10,40	15,47	17,97	10,90
Maj. .	14,12	23,45	6,94	10,84	13,02	10.09	10.09	10,85
Jun. .	10,35	20,05	10,90	[illegible]	11,70	3,30	5,93	9,45
Jul. .	24,07	25,40	7,34	10,72	12,92	9,40	5,29	7,20
Aug. .	20,13	20,80	9,73	17,20	11,54	4,67	5,73	10,40
Sept. .	18,64	18,32	7,94	10,53	13,45	6,97	12,64	11,51
Oct. .	15,90	29,77	10,26	10,69	11,70	5,93	4,19	11,56
Nov. .	22,04	24,04	11,51	8,82	14,32	6,44	1,92	8,31
Dec. .	27,31	18,88	6,85	9,37	14,80	11,01	4,82	6,02
Tot. ann.	18,61	23,04	8,62	10,36	[illegible]	9,55	7,74	8,93

TAMMELA.

	Inter centenos ventos observatos fuere							
	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*
Jan. .	9,21	23,52	9,96	8,95	7,45	12,72	13,72	14.48
Febr. .	15,22	24,09	10,78	7,39	7,91	7,65	11,31	15,65
Mart .	15,49	27,84	12,43	7,87	7,21	7.04	10,85	11,27
Apr. .	18,32	19,81	10,51	7,98	11,39	8.50	9,64	13.85
Maj. .	12,10	20,91	11,56	12,81	12,55	11,03	11,57	7,47
Jun. .	11,81	18,04	15,29	19,05	13,19	8,43	5,49	8,70
Jul. . .	11,58	24,58	14,78	12,29	9,17	9,08	7,57	10,95
Aug. .	15,97	26,68	10,89	15,43	11,61	5,45	4,72	9,25
Sept. .	19,73	24,82	9,18	8,55	13,63	5,55	5,82	12,72
Oct. .	20,69	28,62	12,84	8,50	6,21	5,23	5,40	12,51
Nov. .	13,59	26,84	8,83	8,05	9,44	7,19	10,13	15,93
Dec. .	16,24	27,56	10,17	10,61	6,07	5,44	10,44	13,47
Tot. ann.	15,01	24,50	11,43	10,54	9,58	7,78	8,93	12,23

WIRDOIS.

	Inter centenos ventos observatos fuere							
	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*
Jan. .	23,58	9,12	5,03	9,75	12,58	8,81	10,09	20.44
Febr. .	23,86	17,16	10,19	8,58	11.53	2,14	5,36	21.18
Mart. .	27,54	8,13	10,84	8,35	14,67	4,06	3.16	23,25
Apr. .	28,67	2,52	10,32	4,13	16,51	7,11	14,91	15,83
Maj .	18,78	4,82	11,16	2.79	30,46	4,32	12,44	15,23
Jun. .	21,94	5.70	12,25	4,84	28,49	7,41	10,54	8.83
Jul. .	24,13	8,57	14,92	6,98	16,51	5,72	8,25	14.92
Aug. .	19,00	8,41	10,91	8,72	22,43	7,48	12,15	10,90
Sept. .	20,96	2,92	14,06	11,93	17.24	4,24	8,75	19,90
Oct. .	28.07	6,76	18,30	11,28	14.79	2,51	5,01	13,28
Nov. .	29,37	10,68	5,83	3,16	15,53	11,16	5,58	18,69
Dec. .	29,64	11,34	10,05	2,84	11.34	3,09	8,76	22,94
Tot. ann.	24,87	7.93	11,16	6.85	17,58	5,61	8,70	17,30

LAUKAS.

	Inter centenos ventos observatos fuere							
	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*
Jan. .	14,15	22,00	8,15	12,15	17,23	9,54	7,38	9,40
Febr. .	22,15	22,49	5,36	9,17	12,80	7,44	9,17	11,42
Mart. .	25,98	21,44	6,57	10,33	12,52	5,94	5,95	11,27
April. .	16,01	10,57	9.11	10,57	17,31	14,10	10,87	11,46
Maj. .	15,75	11,98	8,07	16,29	18,44	10,09	9,29	10.09
Jun. .	13,93	12,27	7.13	17,75	19,40	16,42	7,63	5.47
Jul. . .	13.92	11,62	4.89	10,71	14,37	22,78	14,22	7,49
Aug. .	12.01	17,28	8,10	21,05	14,44	10,25	5,94	10,93
Sept. .	21,56	23.36	8,62	9,60	10,57	7,09	7,93	11.27
Oct. .	24,46	24,06	6,59	10,22	9,27	6,45	6,05	12,90
Nov. .	17,82	19,38	5.38	11,74	15,70	8,06	5,23	16,69
Dec. .	18,33	21.43	9,16	9,70	10.38	8,89	7,55	14,56
Tot. ann.	17,99	18,19	7,31	12,49	14,29	10,49	8,05	11,19

ILMOLA.

	Inter quosvis centenos cujusque mensis ventos fuere							
	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*
Jan. .	18,33	7,92	30,62	3,33	10,83	2,71	23,55	2,71
Febr. .	29,32	6,19	13,84	2,55	11,48	4,19	31,70	0,73
Mart. .	22,59	8.15	20,74	5,37	12,96	2,22	19.82	8,15
April .	11,52	6,04	20,79	5,90	26,26	3,23	24,02	2,24
Maj. .	11,99	9,39	22,95	6,26	27,38	4,56	16.17	1,30
Jun. .	8,09	7,57	25.99	10,16	23,06	4,99	17,73	2,41
Jul. . .	6,33	4,67	21,50	8,83	26,50	7,00	22,83	2,34
Aug. .	11,29	10,20	25,32	8,20	21,31	2,19	17,85	3,64
Sept. .	15,53	7,87	28,09	3,19	16,38	1,49	25,11	2,34
Oct. . .	15,66	8,72	23,31	3,74	14,06	1,78	28,11	4,62
Nov. .	14,87	9,56	20,18	5.13	12,39	3,72	27,25	6,90
Dec. .	15,32	7,75	27,37	3,44	7,57	3.10	28,57	6,88
Tot. ann.	14,75	7,82	23,21	5,62	18,14	3,52	23,33	3,61

STORKYRO.

	Inter centenos cujusque mensis ventos fuere							
	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*
Jan. .	8,11	14,51	21,43	6,41	9,15	11,76	12,16	16,47
Febr. .	13,97	16,71	17,71	5,36	6,73	7,23	14,46	17,83
Mart. .	10,09	11,40	15,68	7,02	11,29	11,73	17,77	15,02
April .	6,95	8,64	19,60	11,80	12,65	11,91	16,65	11,80
Maj. .	7,58	8,91	19,37	12,91	23,97	8,30	10,76	8,20
Jun. .	8,54	10,78	19,10	11,31	18,68	8,22	14,09	9,28
Jul. . .	9,14	13,43	16,67	8,80	17,36	8,33	16,32	9,95
Aug. .	7,85	10,01	18,94	12,18	16,78	8,12	13,94	12,18
Sept. .	9,93	13,00	19,71	8,76	9,05	6,13	17,51	15,91
Oct. .	12,25	14,30	16,36	6,91	8,00	4,00	15,88	22,30
Nov. .	11,57	22,72	10,43	5,57	7,14	11,86	11,42	19,29
Dec. .	8,36	21,10	12,87	3,15	6,03	9,72	16,31	22,46
Tot. ann.	9,45	13,44	17,45	8,55	12.67	8,97	14,77	14,70

Wiens.

	Inter centenos cujusque mensis ventos fuere							
	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*
Jan. .	17,08	8,22	9,52	10,27	10,57	3,87	8,52	31,95
Febr. .	22,49	7,44	4,87	10,09	11,24	1,02	9,70	31,95
Mart. .	20,44	10,73	7,10	10,05	11,48	4,14	8,52	21,54
April.	13,30	12,44	9,06	16,34	16,19	4,55	9,99	18,15
Maj. .	13,46	8,93	9,91	25,08	16,83	3,69	8,66	13,24
Jun. .	10,18	10,84	11,99	28,53	15,02	4,35	9,03	10,06
Jul. .	10,53	10,92	10,00	21,93	18,29	3,73	11,75	12,85
Aug. .	17,55	13,13	10,03	17,34	14,04	3,39	8,71	15,81
Sept. .	16,81	11,90	12,82	15,44	9,70	3,77	9,51	20,05
Oct. .	14,83	10,24	9,81	11,46	9,74	4,62	10,14	29,16
Nov. .	16,57	8,96	7,18	10,14	8,21	6,66	12,25	30,03
Dec. .	17,48	7,40	6,45	8,76	8,99	4,83	12,64	33,45
Tot. ann.	16,20	10,07	8,78	15,83	12,42	4,14	9,97	22,59

Kalajoki.

	Inter centenos ventos observatos fuere							
	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*
Jan. .	33,60	11,29	4,84	2,29	15,45	10,21	8,74	13,58
Febr. .	36,87	12,96	7,41	1,85	13,47	4,54	14,31	8,59
Mart. .	32,10	13,67	7,22	3,69	17,05	4,61	13,36	8,30
April.	17,22	14,58	6,53	2,78	23,89	13,47	12,22	9,31
Maj. .	13,57	16,94	9,41	5,78	27,02	13,44	8,33	5,51
Jun. .	13,89	10,97	9,03	8,48	29,58	12,36	10,42	5,27
Jul. .	12,91	8,60	7,26	4,97	28,36	11,16	19,89	6,85
Aug. .	20,97	10,89	11,83	5,24	26,21	8,60	11,56	4,70
Sept. .	28,59	19,16	5,78	3,38	15,49	8,17	10,56	8,87
Oct. .	36,56	14,11	4,30	4,70	9,01	11,42	9,01	10,89
Nov. .	32,73	11,14	3,35	3,76	12,67	10,31	14,20	11,84
Dec. .	38,01	11,59	4,18	3,23	10,78	6,33	14,56	11,32
Tot. ann.	26,20	12,97	6,75	4,22	19,20	9,68	12,22	8,76

Uleoburgum.

	Inter centenos ventos observatos fuere							
	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*
Jan. .	20,04	10,70	7,20	4,96	12,84	11,57	14,50	18,19
Febr. .	17,94	12,90	5,93	4,39	11,10	10,06	13,55	24,13
Mart. .	23,24	10,36	7,45	8,86	14,68	8,25	13,18	13,98
April .	20,12	10,68	9,10	9,60	16,11	11,85	10,52	12,02
Maj. .	10,43	12,73	18,40	11,58	16,26	8,59	13,57	8,44
Jun. .	11,75	14,75	20,50	12,72	14,10	9,24	10,94	6,00
Jul. .	13,82	13,45	13,91	8,91	13,00	13,09	14,64	9,18
Aug. .	17,31	15,39	13,22	9,65	15,39	7,48	11,39	10,17
Sept. .	25,31	18,85	8,71	7,36	13,74	6,37	8,62	11,04
Oct. .	24,78	16,71	7,28	5,11	15,44	7,28	12,49	10,91
Nov. .	29,35	11,73	5,30	4,18	12,54	10,91	12,74	13,25
Dec. .	22,82	11,16	4,66	7,10	14,00	11,16	12,57	16,53
Tot. ann.	19,38	13,34	10,64	8,15	14,24	9,62	12,32	12,31

Paldamo.

	Inter centenos ventos observatos fuere							
	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*
Jan. .	23,66	12,26	13,76	4,73	6,02	7,31	9,89	22,37
Febr. .	30,26	9,46	12,06	12,53	6,38	3,78	4,02	21,51
Mart .	28,17	14,41	10,32	9,03	5,81	6,67	6,02	19,57
Apr. .	29,33	9,33	16,89	6,67	10,67	4,44	11,78	10,89
Maj. .	12,87	9,23	25,75	12,02	12,23	7,94	13,09	6,87
Jun. .	20,22	11,56	27,78	10,22	9,56	3,33	10,00	7,33
Jul. .	19,09	11,83	25,00	14,51	5,91	2,69	9,41	11,56
Aug. .	30,82	11,11	23,30	7,88	6,45	5,38	9,32	5,74
Sept. .	30,44	11,78	20,22	5,56	7,11	5,78	12,22	6,89
Oct. .	31,84	11,24	15,92	8,05	5,99	10,30	9,36	7,30
Nov. .	27,81	14,67	12,19	10,67	3,05	9,33	11,62	10,66
Dec. .	23,65	21,08	16,56	12,04	2,15	3,23	8,82	12,47
Tot. ann.	25,67	12,43	17,95	9,45	6,74	6,04	9,69	12,03

Restat, ut trium adhuc extra fines Finlandiæ locorum, uti polliciti sumus, ventorum rationem illustrationis causa afferamus, quæ sunt:

PETROPOLIS *).

	Inter centenos ventos observatos fuere							
	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*
Jan. .	15,52	23,67	18,35	3,77	3,70	11,49	10,21	13,29
Febr. .	16,93	29,09	17,12	1,96	4,02	10,85	8,05	11,98
Mart. .	17,99	26,64	17,12	2,10	5,15	15,11	4,89	11,00
April.	15,76	21,26	16,04	2,93	4,67	19,25	10,93	9,16
Maj. .	8,23	17,08	24,78	2,57	6,02	24,34	9,55	7,43
Jun. .	6,80	17,51	24,95	3,07	7,17	21,60	12,29	6,61
Jul. . .	6,66	25,46	22,18	2,93	4,53	19,52	11,53	7,19
Aug. .	11,02	21,34	20,00	3,38	3,91	14,31	12,44	13,60
Sept. .	13,45	26,00	15,55	4,46	8,64	14,27	9,27	8,36
Oct. . .	20,10	33,19	12,57	3,68	6,75	8,38	4,70	10,63
Nov. .	22,39	26,83	13,33	3,22	7,40	9,32	6,80	10,71
Dec. .	25,40	24,80	12,11	5,12	5,71	8,10	6,31	12,45
Tot. ann.	15,12	24,45	17,78	3,28	5,64	14,63	8,87	10,23

*) Hanc comparationem ventorum deduximus e numeris Petropoli annis 1822—1834 annotatis. Vide *Memoir. de l'Acad. Imp. des Scienc. de S:t Petersbourg, VI Serie, Sc. math., phys. & natur., T. IV, Part. I, p.* 42, 48.

Moscua *).

	S	SW	W	NW	N	NO	O	SO	S:ma
Jan. . .	98	134	112	87	75	45	67	70	688
Febr. .	64	81	121	72	65	44	54	96	597
Mart. .	130	88	72	81	54	41	61	104	631
April. .	98	93	79	83	66	51	83	97	650
Maj. . .	99	81	128	121	116	97	59	69	770
Jun. . .	93	116	115	101	106	93	69	64	757
Jul. . .	94	129	106	108	108	77	73	75	770
Aug.. .	80	102	110	102	101	60	67	67	689
Sept.. .	84	79	89	92	84	68	64	63	623
Oct. . .	94	123	103	61	69	33	44	64	591
Nov.. .	125	133	143	86	64	34	42	72	699
Dec.. .	95	96	126	101	63	60	71	65	677
Summa	1154	1255	1304	1095	971	703	754	906	8142

*) Collectæ sunt hæ summæ ex iis annorum 1810—1812 & 1820—1836 annotationibus, quæ exstant in *Bulletin de la Societé Imper. des Naturalistes de Moscou, an.* 1838, *N:o* 14.

MOSCUA.

	Inter centenos ventos observatos fuere							
	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*
Jan. .	14,25	19,48	16,28	12,64	10,90	6,54	9,74	10,17
Febr. .	10,72	13,57	20,27	12,06	10,88	7,37	9,05	16,08
Mart. .	20,60	13,95	11,41	12,84	8,56	6,50	9,66	16,48
April.	15,08	14,31	12,15	12,77	10,15	7,85	12,77	14,92
Maj. .	12,86	10,52	16,62	15,72	15,06	12,60	7,66	8,96
Jun. .	12,29	15,33	15,19	13,34	14,01	12,28	9,11	8,45
Jul. .	12,21	16,75	13,77	14,03	14,02	10,00	9,48	9,74
Aug. .	11,61	14,80	15,97	14,80	14,66	8,71	9,72	9,73
Sept. .	13,48	12,68	14,29	14,77	13,48	10,92	10,27	10,11
Oct. .	15,91	20,81	17,43	10,32	11,68	5,58	7,44	10,83
Nov. .	17,88	19,03	20,46	12,30	9,16	4,86	6,01	10,30
Dec. .	14,03	14,18	18,61	14,92	9,31	8,86	10,49	9,60
Medium	14,18	15,41	16,01	13,44	11,92	8,63	9,29	11,12

ARCHANGELOPOLIS *).

	Inter centenos ventos observatos fuere							
	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*
Jan. .	12,79	22,48	17,00	5,14	5,08	4,68	12,19	20,63
Febr. .	13,91	17,63	19,45	8,23	7,57	4,73	10,78	17,70
Mart. .	13,50	14,11	16,56	15,20	10,36	4,98	9,95	15,34
April. .	6,82	9,26	10,54	16,89	17,84	10,20	15,68	12,77
Maj. .	6,21	4,69	8,52	19,54	21,58	11,15	15,51	12,80
Jun. .	5,62	5,41	6,23	18,05	19,50	16,55	16,72	11,92
Jul. . .	7,91	10,14	7,91	15,08	19,96	10,48	12,25	16,27
Aug. .	9,95	11,63	9,95	12,53	17,83	11,11	14,27	12,73
Sept. .	12,26	18,32	18,72	9,29	13,97	6,20	9,71	11,53
Oct. .	15,03	18,82	18,56	6,04	9,89	5,20	11,43	15,03
Nov. .	11,91	23,36	24,91	4,88	6,97	4,74	10,16	13,07
Dec. .	11,68	20,96	26,16	4,14	5,21	4,54	10,95	16,36
Tot. ann.	10,62	14,73	15,34	11,24	13,03	7,90	12,48	14,66

*) Hæc comparatio computata est ex iis summis annorum 1814—1831, quæ exstant in *Memoir. de l'Acad. Jmp. des Sc. de S:t Petersbourg, VI Serie Sc. Math., Phys. & Natur. T. IV,* 3 *Livr. p.* 233.

Prima jam omnium harum comparationum inspectio docet, non facile posse sine ulteriori computatione perspici, quales in variationibus directionum regulas sequantur venti. Si medias quoque totius anni summas per universam Finlandiam consideramus, quales e præcedentibus sumtas præbet sequens expositio:

	S	*SW*	*W*	*NW*	*N*	*NO*	*O*	*SO*
Alandia . . .	13,08	27,30	5,52	18,87	14,33	7,44	2,44	11,02
Lemo	18,00	25,75	8,87	11,45	8,55	7,02	8,73	11,63
Aboa	16,62	18,88	9,56	10,67	12,76	13,08	8,19	10,24
Haliko	20,11	14,45	17,22	13,35	13,34	7,70	6,71	7,12
Helsingforsia	18,61	23,04	8,62	10,36	13,15	9,55	7,74	8,93
Tammela . .	15,01	24,50	11,43	10,54	9,58	7,78	8,93	12,23
Wirdois . . .	24,87	7,93	11,16	6,85	17,58	5,61	8,70	17,30
Laukas . . .	17,99	18,19	7,31	12,49	14,29	10,49	8,05	11,19
Ilmola	14,75	7,82	23,21	5,62	18,14	3,52	23,33	3,61
Storkyro . . .	9,45	13,44	17,45	8,55	12,67	8,97	14,77	14,70
Wöro	16,20	10,07	8,78	15,83	12,42	4,14	9,97	22,59
Kalajoki . . .	26,20	12,97	6,75	4,22	19,20	9,68	12,22	8,76
Uleoburgum .	19,38	13,34	10,64	8,15	14,24	9,62	12,32	12,31
Paldamo . . .	25,67	12,43	17,95	9,45	6,74	6,04	9,69	12,03
Medium . . .	18,28	16,43	11,75	10,46	13,35	7,90	10,13	11,69

nihil aliud de successione ventorum inde innotescit, nisi ut in universum appareat, ventos *S* & *SW* frequentissimos esse, *NO* vero rarissimum, etiamsi nec hæc regula suis passim careat exceptionibus. Cum vero hæc notitia sola rem accuratius perscrutanti non satisfaciat, specialiora diligentius atque fusius exquirenti necessarium erit formula uti Lambertiana *), qua medius e pluribus successive flantibus ventis resultans determinatur. Indicantibus nempe *S*, *W*, *N*, &c. horum ventorum numerum, atque φ angulum venti medii, quo a meridie deflectit, positivum scilicet versus occidentem & negativum versus orientem, fiat

$$a = W - O + (NW + SW - NO - SO) \text{ Sin } 45^\circ$$

$$b = S - N + (SW + SO - NW - NO) \text{ Sin } 45^\circ$$

atque habebitur $Tg\varphi = \frac{a}{b}$,

unde innotescit directio *D* hujus venti medii, & simul etiam vis ejus resultans

$$R = \sqrt{(a^2 + b^2)} = \frac{a}{\text{Sin } \varphi}.$$

His igitur ad observationes nostras applicatis, sequentia eruuntur:

---

*) Cfr. *Nouveaux Memoires de l'Acad. Roy. des Sciences* & *Belles-Lettres de Berlin, ann.* 1777, *p.* 36 &c.

	ALANDIA.			LEMO.		
	φ	D	R	φ	D	R
Jan. .	81° 8′	S 81° 8′ W	22,52	11° 51′	S 11° 51′ W	18,81
Febr. .	62. 32	S 62. 32 W	29,17	— 1. 25	S 1. 25 O	27,30
Mart. .	54. 51	S 54. 51 W	27,82	8. 6	S 8. 6 W	31,86
April.	71. 6	S 71. 6 W	13,60	31. 18	S 31. 18 W	19,59
Maj. .	112. 42	N 67. 18 W	17,92	64. 31	S 64. 31 W	24,68
Jun. .	116. 9	N 63. 51 W	30,87	63. 53	S 63. 53 W	33,13
Jul. .	107. 57	N 72. 3 W	23,35	38. 57	S 38. 57 W	27,92
Aug. .	78. 14	S 78. 14 W	22,35	46. 20	S 46. 20 W	39,23
Sept. .	40. 51	S 40. 51 W	32,37	31. 57	S 31. 57 W	31,03
Oct. .	50. 43	S 50. 43 W	49,82	14. 12	S 14. 12 W	36,08
Nov. .	44. 25	S 44. 25 W	31,69	14. 38	S 14. 38 W	20,80
Dec. .	57. 11	S 51. 11 W	36,02	18. 26	S 18. 26 W	26,57
Tot. ann.	72. 17	S 72. 17 W	23,80	30. 10	S 30. 10 W	26,38

	Aboa.			Haliko.		
	φ	D	R	φ	D	R
Jan. .	—61°53′	*S* 61° 53′ *O*	6,29	93° 22′	*N* 86° 38′ *W*	23,40
Febr. .	— 6. 54	*S* 6. 54 *O*	14,27	23. 6	*S* 23. 6 *W*	15,57
Mart. .	37. 23	*S* 37. 23 *W*	5,32	51. 22	*S* 51. 22 *W*	23,28
April .	26. 41	*S* 26. 41 *W*	9,46	101. 17	*N* 78. 43 *W*	16,99
Maj. .	62. 0	*S* 62. 0 *W*	13,56	87. 32	*S* 87. 32 *W*	17,05
Jun. .	73. 12	*S* 73. 12 *W*	16,23	109. 10	*N* 70. 50 *W*	22,71
Jul. .	53. 13	*S* 53. 13 *W*	18,11	58. 21	*S* 58. 21 *W*	29,75
Aug. .	49. 22	*S* 49. 22 *W*	18,93	81. 38	*S* 81. 38 *W*	37,72
Sept. .	50. 22	*S* 50. 22 *W*	14,23	46. 26	*S* 46. 26 *W*	32,05
Oct. .	43. 30	*S* 43. 30 *W*	14,63	48. 40	*S* 48. 40 *W*	24,34
Nov. .	— 35. 27	*S* 35. 27 *O*	5,75	65. 52	*S* 65. 52 *W*	14,23
Dec. .	— 49. 13	*S* 49. 13 *O*	9,43	71. 43	*S* 71. 43 *W*	13,21
Tot. ann.	37. 1	*S* 37. 1 *W*	9,59	70. 4	*S* 70. 4 *W*	20,94

	HELSINGFORSIA.			PETROPOLIS.		
	φ	*D*	*R*	φ	*D*	*R*
Jan. .	93°25′	*N* 86°35 *W*	9,10	20° 15′	*S* 20°15′ *W*	28,95
Febr. .	33. 49	*S* 33. 49 *W*	24,49	24. 21	*S* 24. 20 *W*	36,09
Mart. .	— 10. 48	*S* 10. 48 *O*	8,21	27. 19	*S* 27. 19 *W*	30,70
Apr. .	— 69. 4	*S* 69. 4 *O*	10,02	7. 10	*S* 7. 10 *W*	17,04
Maj .	32. 18	*S* 32. 18 *W*	11,77	85. 36	*S* 85. 36 *W*	6,68
Jun. .	50. 56	*S* 50. 56 *W*	33.27	95. 58	*N* 84. 2 *W*	7.30
Jul. .	37. 10	*S* 37. 10 *W*	29,68	51. 44	*S* 51. 44 *W*	15.08
Aug. .	52. 43	*S* 52. 43 *W*	25,40	15. 21	*S* 15. 21 *W*	20,04
Sept. .	10. 43	*S* 10. 43 *W*	14,16	36. 42	*S* 36. 42 *W*	19,78
Oct. .	45. 50	*S* 45. 50 *W*	31,10	29. 47	*S* 29. 47 *W*	41.27
Nov. .	47. 51	*S* 47. 51 *W*	28.30	22. 38	*S* 22. 38 *W*	35.39
Dec. .	31. 48	*S* 31. 48 *W*	17,66	18. 43	*S* 18. 43 *W*	38,74
Tot. ann.	43. 38	*S* 43. 38 *W*	16,56	27. 9	*S* 27. 9 *W*	23,97

	Moscua.			Tammela.		
	φ	D	R	φ	D	R
Jan. .	58° 20′	*S* 58° 20′ *W*	20,48	— 0° 9′	*S* 0° 9′ *O*	12,60
Febr. .	61. 1	*S* 61. 1 *W*	24,87	11. 58	*S* 11. 58 *W*	25,34
Mart. .	12. 36	*S* 12. 36 *W*	20,37	28. 40	*S* 28. 40 *W*	28,93
April .	12. 26	*S* 12. 26 *W*	11,28	13. 53	*S* 13. 53 *W*	19,66
Maj. .	124. 33	*N* 55. 27 *W*	14,90	75. 36	*S* 75. 36 *W*	43,23
Jun. .	104. 28	*N* 75. 32 *W*	12,08	94. 33	*N* 85. 27 *W*	23,98
Jul. . .	106. 21	*N* 73. 39 *W*	12,61	56. 59	*S* 56. 59 *W*	22,79
Aug. .	99. 21	*N* 80. 39 *W*	14,33	59. 35	*S* 59. 35 *W*	29,63
Sept. .	103. 29	*N* 76. 31 *W*	8,80	31. 46	*S* 31. 46 *W*	26,67
Oct. .	64. 9	*S* 64. 9 *W*	12,26	31. 59	*S* 31. 59 *W*	39,91
Nov. .	56. 12	*S* 56 12 *W*	31,15	16. 34	*S* 16. 34 *W*	24,63
Dec. .	73. 13	*S* 73. 13 *W*	16,34	25. 37	*S* 25. 37 *W*	30,88
Tot. ann.	67. 38	*S* 67. 38 *W*	14,23	35. 26	*S* 35. 26 *W*	24,10

	Wirdois.			Laukas.		
	φ	D	R	φ	D	R
Jan. .	—34°.41′	S 34°.41′ O	22,85	71° 49′	S 71° 49′ W	9,75
Febr. .	11. 36	S 11. 36 W	32.53	13. 39	S 13. 39 W	22,21
Mart. .	0. 3	S 0. 3 W	26,28	23. 30	S 23. 30 W	27.36
April .	—43. 9	S 43. 9 O	23,56	237. 3	N 57. 3 O	5,82
Maj. .	255. 25	N 75. 25 O	10,05	141. 54	N 38. 6 W	7,29
Jun. .	205. 10	N 25. 10 O	5.46	162. 56	N 17. 4 W	17,89
Jul. . .	90. 11	N 89. 49 W	30,7	234. 37	N 54. 37 O	18,34
Aug. .	239. 54	N 59. 54 O	2,45	107. 54	N 72. 6 W	15,02
Sept. .	— 8. 30	S 8. 30 O	8,52	24. 56	S 24. 56 W	26,12
Oct. . .	47. 20	S 47. 20 W	28,33	20. 36	S 20. 36 W	31,55
Nov. .	— 24. 20	S 24. 20 O	26,87	18. 52	S 18. 52 W	14,39
Dec. .	— 10. 28	S 10. 28 O	39,02	19. 10	S 19. 10 W	21,44
Tot. ann.	— 11. 24	S 11. 24 O	16,64	34. 22	S 34. 22 W	9,96

	ILMOLA.			STORKYRO.		
	φ	D	R	φ	D	R
Jan. .	46° 9′	S 46° 9′ W	16,15	27° 5′	S 27° 5′ W	9,01
Febr. .	—40. 9	S 40. 9 O	23,51	2. 51	S 2. 51 W	13,71
Mart. .	11. 16	S 11. 16 W	16,11	—62. 0	S 62. 0 O	9,03
Apr. .	175. 0	N 5. 0 W	15,43	175. 27	N 4. 33 W	8,04
Maj. .	138. 30	N 41. 30 W	20,67	147. 20	N 32. 40 W	12,91
Jun. .	140. 8	N 39. 52 W	24,27	139. 47	N 40. 13 W	12,79
Jul. .	176. 31	N 3. 29 W	26,53	140. 25	N 39. 25 W	4,93
Aug. .	114. 51	N 65. 9 W	18,03	140. 10	N 39. 50 W	9,89
Sept. .	69. 17	S 69. 17 W	8,65	10. 31	S 10. 21 W	10,97
Oct. .	— 4. 8	S 4. 8 O	7,15	— 7. 55	S 7. 55 O	22,64
Nov. .	—28. 4	S 28. 4 O	8,91	— 7. 52	S 7. 52 O	22,02
Dec. .	— 1. 28	S 1. 28 O	13,45	—20. 38	S 20. 38 O	25,67
Tot. ann.	112. 12	N 67. 48 W	11,49	19. 11	S 19. 11 W	4,61

	Wörö.			Kalajoki.		
	φ	*D*	*R*	*φ*	*D*	*R*
Jan. .	—27°.47′	*S* 27°.47′ *O*	31,11	—22°.27′	*S* 22°.27′ *O*	29,12
Febr. .	—27.23	*S* 27.23 *O*	34,27	— 9.30	*S* 9.30 *O*	34,61
Mart. .	— 2. 6	*S* 2. 6 *O*	18,64	— 6.54	*S* 6.54 *O*	24,91
April .	40.20	*S* 40.20 *W*	5,21	262.25	*N* 82.25 *O*	9,61
Maj. .	121.49	*N* 58.11 *W*	15,51	161.32	*N* 18.32 *W*	11,79
Jun. .	122.51	*N* 57. 9 *W*	24,54	183. 6	*N* 3. 6 *O*	19,05
Jul. .	132.59	*N* 47. 1 *W*	13,57	217.53	*N* 37.53 *O*	25,08
Aug. .	44.46	*S* 44.56 *W*	13,15	150.26	*N* 29.34 *W*	4,60
Sept. .	19.47	*S* 19.47 *W*	17,13	— 2.53	*S* 2.53 *O*	17,71
Oct. .	—22.21	*S* 22.21 *O*	23,33	—12. 0	*S* 12. 0 *O*	34,56
Nov. .	—36. 3	*S* 36. 3 *O*	29,75	—31.14	*S* 31.14 *O*	30,82
Dec. .	—38.11	*S* 38.11 *O*	35,31	—18.39	*S* 18.39 *O*	38,71
Tot ann.	— 7.56	*S* 7.56 *O*	12,87	—48.46	*S* 48.46 *O*	19,03

	Uleoburgum.			Paldamo.		
	φ	*D*	*R*	φ	*D*	*R*
Jan. .	—47°18'	*S* 47° 18' *O*	23,50	— 8° 38'	*S* 8° 38' *O*	34,00
Febr. .	—40. 37	*S* 40. 37 *O*	30,06	16. 51	*S* 16. 51 *W*	35,69
Mart .	—29. 53	*S* 29. 53 *O*	15,77	3. 45	*S* 3. 45 *W*	35,47
Apr. .	—39. 22	*S* 39. 22 *O*	6,33	12. 33	*S* 12. 33 *W*	25,70
Maj. .	117. 11	*N* 62. 49 *W*	11,19	96. 55	*N* 83. 5 *W*	17,33
Jun. .	99. 56	*N* 80. 4 *W*	18,56	60. 37	*S* 60. 37 *W*	29,43
Jul. .	—27. 46	*S* 27. 46 *O*	1,43	53. 58	*S* 53. 58 *W*	29,85
Aug. .	41. 50	*S* 41. 50 *W*	10,58	36. 0	*S* 36. 0 *W*	33,26
Sept. .	15. 2	*S* 15. 21 *W*	23,84	23. 6	*S* 23. 6 *W*	30,99
Oct. .	— 7. 29	*S* 7. 29 *O*	20,29	18. 6	*S* 18. 6 *W*	24,96
Nov. .	—27. 18	*S* 27. 18 *O*	26,75	8. 40	*S* 8. 40 *W*	28,89
Dec. .	—43. 16	*S* 43. 16 *O*	21,27	30. 14	*S* 30. 14 *W*	39,84
Tot. ann.	—10. 32	*S* 10. 32 *O*	10,89	23. 14	*S* 23. 14 *W*	27,51

	Archangelopolis.		
	φ	D	R
Januar. . . .	11° 39	S 11° 39 W	31,90
Februar. . .	26. 36	S 26. 36 W	24,78
Mart.	48. 13	S 48. 13 W	14,55
April	191. 2	N 11. 2 O	14,86
Maj.	195. 23	N 15. 23 O	25,62
Jun.	208. 16	N 28. 16 O	29,62
Jul.	205. 20	N 25. 20 O	12,67
Aug.	209. 3	N 39. 3 O	8,43
Septemb. . .	62. 11	S 62. 11 W	18,09
Octob. . . .	18. 1	S 18. 1 W	22,22
Novemb. . .	42. 48	S 42. 48 W	32,57
Decemb. . .	34. 14	S 34. 14 W	32,33
Tot. ann. . . .	47. 27	S 47. 27 W	7,15

Quod e tanta elucescere exspectavimus copia observationum, quæ in Finlandia quoque adnotatæ & hic in computum vocatæ numerum 167000 superant, hinc jam erutum esse intelligimus, in directionibus scilicet ventorum, utcunque variabilibus, regulas tamen dari statas. In universum namque animadvertimus, tempore hiberno ventos plerumque australes esse, a meridiano, vel orientem versus vel occidentem, plus minus deflexos, tempore vero æstivo in favonium fere mutari, & quidem non raro e plagis borealibus tum spirare, quod idem de regionibus Russiæ septemtrionalibus valere intelleximus. Anomaliæ tamen in his quoque determinationibus adhuc occurrunt non paucæ, quas per calculum probabilitatis eliminatas vult accuratior scrutator. Si pauciorum tantum mensium, vel quoque annorum, examinamus observationes, non possumus quin animadvertamus, adeo esse sæpe subitaneas venti variationes, ut legem continuitatis omnino videantur eludere, unde concluditur, frustraneum esse conatum, quem ad inveniendam legem harum variationum impendimus. Nihilo tamen minus, quando magna adest, uti nobis adfuit, copia observationum, evanescere saltus, qui quotidianæ se experientiæ obtulerunt, exspectandum est, quare nullum fuit dubium quin allatæ quoque ventorum variationes calculo subjici & possint & mereantur.

Sunt hæ natura sua periodicæ, quovis anno veniente recurrentes, uti ostendit examen observationum, quare hanc ad elimi-

nandas fortuitas aberrationes elegimus functionis formam: $\varphi = \alpha + \beta \text{ Sin } (n.\ 30 + \beta') + \gamma \text{ Sin } (n.\ 60 + \gamma') +$ &c., ubi φ est angulus, quem cum meridiano facit ventus adveniens, versus occidentem positive sumtus, n vero numerus mensium anni, initio a medio Januario sumto. Quantitatibus vero constantibus $\alpha, \beta, \gamma,$ &c. methodo quadratorum minimorum pro quovis loco determinatis, atque computato errore verisimili $= e$, quo incerta est singula loci determinatio, sequentes nacti sumus valores:

Alandia: $\varphi = 73{,}°0 + 27{,}°35 \text{ Sin } (n.\ 30° + 313°.\ 40')$
$+ 21{,}50 \text{ Sin } (n.\ 60 + 130.\ 42)$
$+ 5{,}96 \text{ Sin } (n.\ 90 + 50.\ 13),$
atque $e = 4{,}°8.$

Lemo: $\varphi = 28{,}5 + 24{,}39 \text{ Sin } (n.\ 30 + 284.\ 56)$
$+ 11{,}15 \text{ Sin } (n.\ 60 + 172.\ 3)$
$+ 8{,}41 \text{ Sin } (n.\ 90 + 112.\ 30),$
& $e = 2{,}7.$

Aboa: $\varphi = 19{,}5 + 58{,}78 \text{ Sin } (n.\ 30 + 281.\ 23)$
$+ 16{,}92 \text{ Sin } (n.\ 60 + 303.\ 58)$
$+ 14{,}20 \text{ Sin } (n.\ 90 + 6.\ 48),$
$e = 6{,}1.$

Haliko: $\varphi = 61{,}6 + 14{,}49 \text{ Sin } (n.\ 30 + 319.\ 31)$
$+ 19{,}29 \text{ Sin } (n.\ 60 + 170.\ 33)$
$+ 14{,}98 \text{ Sin } (n.\ 90 + 144.\ 58),$
$e = 11{,}9.$

Helsingforsia:
$$\begin{aligned}\varphi = 29{,}7 &+ 24{,}15 \text{ Sin}(n.\ 30 + 172.\ \ 7) \\ &+ 33{,}14 \text{ Sin}(n.\ 60 + \ \ 93.\ 49) \\ &+ 21{,}79 \text{ Sin}(n.\ 90 + \ \ 28.\ 21)\end{aligned}$$
$e = 13{,}1.$

Petropolis:
$$\begin{aligned}\varphi = 36{,}3 &+ 21{,}36 \text{ Sin}(n.\ 30 + 261.\ 21) \\ &+ 17{,}71 \text{ Sin}(n.\ 60 + 165.\ 47) \\ &+ 19{,}38 \text{ Sin}(n.\ 90 + \ \ 20.\ 39)\end{aligned}$$
$e = 9{,}5.$

Moscua:
$$\begin{aligned}\varphi = 73{,}^{\circ}0 &+ 31{,}^{\circ}34 \text{ Sin}(n.\ 30^{\circ} + 267^{\circ}\ 43') \\ &+ 21{,}64 \text{ Sin}(n.\ 60 + 123.\ 10) \\ &+ 19{,}97 \text{ Sin}(n.\ 90 + \ \ 68.\ \ 6),\end{aligned}$$
$e = 10{,}^{\circ}9.$

Tammela:
$$\begin{aligned}\varphi = 37{,}2 &+ 32{,}26 \text{ Sin}(n.\ 30 + 282.\ 13) \\ &+ 12{,}64 \text{ Sin}(n.\ 60 + 156.\ 22) \\ &+ \ \ 6{,}62 \text{ Sin}(n.\ 90 + \ \ \ 7.\ \ 5)\end{aligned}$$
$e = 7{,}2.$

Wirdois:
$$\begin{aligned}\varphi = 60{,}7 &+ 110{,}50 \text{ Sin}(n.\ 30 + 283.\ 21) \\ &+ 37{,}86 \text{ Sin}(n.\ 60 + 134.\ \ 9) \\ &+ 27{,}60 \text{ Sin}(n.\ 90 + \ \ 28.\ \ 1),\end{aligned}$$
$e = 44{,}9.$

Laukas: $\varphi = 89{,}7 + 92{,}17 \operatorname{Sin}(n.\ 30 + 308.\ 47)$
$+ 29{,}66 \operatorname{Sin}(n.\ 60 + 147.\ 21)$
$+ 28{,}56 \operatorname{Sin}(n.\ 90 + 192.\ 57)$
$e = 28{,}2.$

Ilmola: $\varphi = 66{,}5 + 94{,}38 \operatorname{Sin}(n.\ 30 + 298.\ 5)$
$+ 17{,}10 \operatorname{Sin}(n.\ 60 + 142.\ 11)$
$+ 35{,}68 \operatorname{Sin}(n.\ 90 + 154.\ 1),$
$e = 18{,}4.$

Storkyro: $\varphi = 57{,}1 + 92{,}22 \operatorname{Sin}(n.\ 30 + 298.\ 47)$
$+ 28{,}17 \operatorname{Sin}(n.\ 60 + 148.\ 55)$
$+ 32{,}82 \operatorname{Sin}(n.\ 90 + 144.\ 27),$
$e = 25{,}0.$

Wöro: $\varphi = 27{,}4 + 71{,}86 \operatorname{Sin}(n.\ 30 + 285.\ 59)$
$+ 24{,}26 \operatorname{Sin}(n.\ 60 + 143.\ 31)$
$+ 5{,}38 \operatorname{Sin}(n.\ 90 + 36.\ 3),$
$e = 11{,}5.$

Kalajoki: $\varphi = 72{,}7 + 132{,}86 \operatorname{Sin}(n.\ 30 + 305.\ 9)$
$+ 24{,}45 \operatorname{Sin}(n.\ 60 + 165.\ 10)$
$+ 7{,}87 \operatorname{Sin}(n.\ 90 + 190.\ 37),$
$e = 31{,}5.$

Uleoburgum: $\varphi = 0{,}9 + 53{,}50 \operatorname{Sin}(n.\ 30 + 285.\ 19)$
$+ 23{,}93 \operatorname{Sin}(n.\ 60 + 194.\ 51)$
$+ 32{,}26 \operatorname{Sin}(n.\ 90 + 298.\ 37)$,
$e = 24{,}8$.

Paldamo: $\varphi = 29{,}3 + 15{,}78 \operatorname{Sin}(n.\ 30 + 309.\ 8)$
$+ 17{,}17 \operatorname{Sin}(n.\ 60 + 168.\ 40)$,
$e = 12{,}8$.

Archangelopolis: $\varphi = 104{,}4 + 108{,}80 \operatorname{Sin}(n.\ 30 + 296.\ 15)$
$+ 19{,}57 \operatorname{Sin}(n.\ 60 + 173.\ 46)$
$+ 30{,}57 \operatorname{Sin}(n.\ 90 + 188.\ 28)$.
$e = 12{,}94$.

Hæ sunt æquationes, quarum ope tandem sequentes computavimus valores finales, quales illos allatæ observationes verisimillimos præbent:

	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Jan. . .	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	70,5	20,4	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Febr. . .	[illegible]	— 1,1	— 9,3	31,7	54,5	21,8	51,6	12,5	— 4,5
Mart. . .	54,7	3,9	4,3	39,7	—18,2	— 0,9	8,4	14,1	—31,7
April. .	71,9	[illegible]	31,9	75,1	—46,5	10,6	46,1	31,4	34,7
Mai. . .	[illegible]	62,8	58,9	[illegible]	3,1	63,6	107,5	65,6	158,8
Jun. . .	116,2	59,8	74,1	[illegible]	52,5	88,1	126,3	81,1	248,7
Jul. . . .	104,6	[illegible]	61,4	65,5	49,1	55,0	103,9	73,1	182,4
Aug. . .	73,0	40,6	51,0	61,6	34,2	25,4	92,0	47,1	107,4
Sept. . .	51,0	32,9	55,2	47,3	40,7	39,4	90,9	35,3	47,6
Oct. . .	41,8	17,4	36,0	41,7	39,8	53,3	63,6	32,0	32,4
Nov. . .	46,3	11,9	—22,2	53,6	27,1	34,4	41,1	22,3	—18,9
Dec.. . .	63,0	18,0	—65,5	78,3	43,8	18,6	73,7	12,5	—11,8
Med. . .	73,0	28,5	19,5	61,6	29,7	36,3	73,9	37,2	60,7

	Laukas	*Ilmola*	*Storkyro*	*Wöro*	*Kala-joki*	*Uleo-burg.*	*Pal-damo*	*Archan-gelop.*
	φ	φ	φ	φ	φ	φ	φ	φ
Jan . .	27,5	9,7	9,9	− 24,0	− 31,2	− 56,8	20,5	4,4
Febr. .	15,0	− 5,5	− 31,0	− 27,8	− 8,2	− 59,8	10,8	− 2,1
Mart. .	80,0	30,4	7,9	− 17,3	59,5	− 29,6	15,0	83,8
April. .	160,3	132,5	113,7	32,3	151,1	21,1	35,9	180,6
Maj. . .	182,9	[illegible]	168,7	92,0	209,0	62,0	57,0	206,3
Jun. . .	182,6	145,7	150,8	125,6	220,4	69,6	61,2	200,7
Jul. . .	184,0	144,2	133,4	107,7	189,0	46,4	45,0	210,5
Aug. . .	137,3	142,1	118,0	63,3	119,4	15,4	22,1	179,3
Sept. . .	39,6	68,7	50,0	23,9	35,6	− 2,5	10,6	89,2
Oct. . .	− 11,8	− 20,5	− 28,6	− 2,4	− 18,3	− 7,1	16,0	23,9
Nov. . .	23,8	− 23,2	− 27,3	− 17,8	− 39,0	− 14,0	27,5	34,1
Dec. . .	56,1	21,2	19,8	− 22,6	− 27,9	− 34,8	30,0	42,9
Med. . .	89,7	66,5	57,1	7,4	72,7	0,9	29,3	104,4

Tantæ magnitudinis, quibusdam præsertim locis, quales illos hic invenimus, haberi valores *e*, mirandum sane non esse perspiciet attentior scrutator. Apparet namque, ipsam rationem observandi prohibere, ne accuratissime adnotatæ sint directiones ventorum, cum non adsint nisi octo tantum plagæ observandæ, atque ideo unitas, quantitatis adnotandæ quadraginta quinque gradus azimuthales complectatur, unde facile intelligitur, exspectandum non esse ut certitudo paucissimorum graduum attingatur, nisi summa adsit copia observationum, quibus igitur, uti ex. gr. in Wirdois, deficientibus determinationes minus certæ orientur. Ea quoque rei ratio permittit, ut 10 vel 15 graduum certitudine, usque eo saltem, quo apparatus obtinendi valores accuratiores possideamus, contenti esse possimus, ad quam vero, ex observationibus hucusque institutis assequendam, seriem 10 fere vel 15 annorum esse necessariam, ex hisce nostris computationibus jam facile concluditur *).

Methodum directiones ventorum exprimendi graphicam proposuit Lambert **), qua lineis, ad centrum circuli vergentibus, mediam venti plagam cuique mensi propriam significavit. Negandum quidem non est, hac quoque ratione conspectum rei non male oculis patere; cum vero successiones ipsæ variationum non possint facile sic inspici rationem, quam in Tabula his adnexa XIII

*) Cfr. Forbes *Abriss einer Geschichte der Meteorologie*, *übers. von* Mahlman, *Berlin* 1836, *p.* 162.

**) L. supra cit. p. 39.

proposuimus, fini destinato melius satisfacere putavimus. Unico namque intuitu universam rei rationem ob oculos positam jam habemus, perspicientes, per totam Finlandiam, nec non Rossiam septemtrionalem, ventos tempore hiemali esse fere meridionales, ad partes vel orientales vel occidentales plus minus deflexos, tempore vero æstivo occidentales maxime, & quidem sæpe boreales evadere, adeo ut si directionem totius anni summatim quæras, ventum africum proxime deprehendas, quod idem de regionibus Europæ occidentalibus, Anglia præsertim & Gallia, valere jam dudum observarunt Meteorologi. Hæc vero rei ratio validissimum sane est momentum ad caracterem climatis nostri constituendum. Specialiorem deinde diversorum, magna quoque intervallorum distantia a se disjunctorum, locorum rationem examinaturo singularis non raro obveniet ventorum convenientia, cujus exemplum attentione omnino dignum Alandia cum Moscua, Laukas cum Archangelopoli, &c., comparata præstat, unde facile intelligitur, universalem, quæ ventorum rationem ordinat, per totam hanc partem Europæ adesse causam, etiamsi nos non fugiat, particulares quoque, uti exspectandum erat, a locorum diversitate derivandas aberrationes a regula passim observari.

Moris fuit Meteorologiæ cultoribus, numeri ventorum orientalium $(NO + O + SO)$ ad numerum occidentalium $(SW + W + NW)$ proportionem, quam sic exprimimus $(O : W)$, nec non rationem australium $(SO + S + SW)$ atque borealium $(NW + N$

+ NO) seu ($N:S$) examinare. Vestigia illorum prementes sequentem pro nostris regionibus computavimus comparationem:

	($O:W$)	($N:S$)
Alandia	1 : 2,47	1 : 1,27
Lemo	1,68	2,05
Aboa	1,24	1,25
Haliko	2,09	1,21
Helsingforsia . . .	1,60	1,53
Petropolis	1,38	2,12
Moscua	2,07	1,20
Tammela	1,61	1,85
Wirdois	0,80	1,67
Laukas	1,28	1,27
Ilmola	1,20	0,96
Storkyro	1,03	1,24
Wöro	0,98	1,51
Kalajoki :	0,78	1,45
Uleoburg.	0,94	1,41
Paldamo	1,43	2,26
Archangel.	1,12	1,24

Parum certe illustrationis e tali comparatione, ubi lex variationis, si quædam adest, inter numeros huc illuc vacillantes delitescit, nos nancisci facile intelligitur.

UTKAST

TILL ETT

EXAMINATIONS-SYSTEM

FÖR

MINERALIERNE,

AF

NILS NORDENSKIÖLD.

(Föredr. för Vet. Soc. d. 24 Januarii 1842.)

Det af mig utgifne Kemiska Mineral-System *) visar mineraliernes naturliga förhållande till hvarandra, i afseende å sammansättningen, utan att några allmänna yttre kännetecken för Classer, Ordningar eller Genera kunna uppgifvas; hvarföre också, genom detsamma, icke någon ledtråd vinnes, hvarefter en nybegynnare kan examinera mineralierne. Då äfven de så kallade Naturhistoriske Mineral-systemen fordra mycken praktisk kännedom, innan ett förut icke sedt mineral kan bestämmas, har jag uttänkt följande uppställning, som, efter inhämtande af någon kännedom i kristallografien och sättet att bestämma mineraliernes hårdhet och specifika vigt, bör gifva äfven nybegynnare en utväg att, på egen hand,

*) Försök till Framställning af Kemiska Mineral-Systemet. Andra Upplagan. Helsingfors 1833.

kunna examinera mineralierne. *) — Jag utber mig få förelägga detsamma Vet. Societeten, mera för att framställa sjelfva ideen, än för det jag åt detsamma hunnit lemna den utveckling och den fullkomlighet ämnet skulle fordra.

De omständigheter, som äro alldeles nödvändiga att utreda, innan ett mineral kan anses till sine yttre förhållanden bestämdt, äro:

Kristallisation,
Hårdhet,
Specifik vigt.

Om man med conseqvens begagnar dessa trenne omständigheter till ett systems uppgörande, och ordnar mineralierne uti

Afdelningar, efter de olika system, hvari mineralierne kristallisera,

Underafdelningar, efter deras olika grad af hårdhet, och uti

Grupper, efter deras specifika vigt; så har man sammanfört så få species inom samma grupp, att det blir mycket lätt, antingen genom några få yttre kännetecken, eller genom några en-

*) Läran om Kristallsystemen utvecklas med största tydlighet och enkelhet af G. Rose uti dess Anfangsgründe der Krystallografie, Berlin 1840; äfvensom Naumans Lehrbuch der Mineralogie och Anfangsgründe der Krystallografie innehålla så väl en tydlig framställning af Kristallären som om sättet att bestämma mineraliernes hårdhet.

kla förhållanden för blåsröret, ytterligare från hvarandra åtskilja *Individerne* inom hvarje grupp.

Afdelningarne blifva Sex, efter de olika Kristallsystemerne, nemligen:

1:o. det Reguliera,

2:o. det Rhomboëdriska,

3:o. det Pyramidala,

4:o. det Prismatiska,

5:o. det Hemiprismatiska och

6:o. det Tetartoprismatiska *)

För att vid examination *bestämma* till hvilken af dessa Afdelningar ett mineral bör höra, beror naturligtvis mindre på att fullkomligen *utveckla* sjelfva systemet, än att afgöra till hvilket system en kristall bör föras; detta är i de flesta fall lätt, utom när fråga är om att finna skillnaden emellan det 4:de, 5:te och 6:te kristallsystemet, där någon gång ett noggrannare studium af kristallerne erfordras. —

Underafdelningarne, som bestämmas efter den hårdhet mineralierne hafva, kunna inom hvarje Afdelning uppgå till 10, så-

*) Jag har bibehållit de af Mohs, i dess första arbeten, angifna benämningar å kristallsystemen, och bör dervid anmärka, att jag uti Kemiska Mineral-Systemet upptagit de trenne sednare, nemligen det 4:de, 5:te och 6:te, under det gemensamma namnet Prismatiska Systemet. Den likhet, som i många fall existerar dessa kristallformer emellan, torde tillräckligen rättvisa detta förfarande; sednare undersökningar hafva dock till evidence bevisat dessa systemers olikhet.

vida jag begagnat den Skala för hårdheten, som är uppgifven af Mohs. Enligt denna skala antages hårheten af

Demant	=	10,
Korund	=	9,
Topaz	=	8,
Qvartz	=	7,
Fåltspat	=	6,
Apatit	=	5,
Flusspat	=	4,
Kalkspat	=	3,
Gips	=	2,
Hvit Talk	=	1.

Gränsorna för hårdheten inom hvarje underafdelning bestämmas sålunda, att mineralier, hvilkas hårdhet uppgår t. ex.: från 4,5 till 3,6, böra till en underafdelning, samt de af en hårdhet från 3,5 till 2,6, till en annan; på detta sätt kan svårligen något tvifvel uppstå hvart ett mineral, i afseende på hårdheten, bör föras, då man för dess bestämmande brukar tillräcklig omsorg.

Grupperne, hvilka indelas efter mineraliernes specifika vigt, kunna ej till antalet på förhand bestämmas, såvida de äro beroende af det antal mineralier, som af en nära lika vigt förekomma. Då egenteliga vigten af samma species från olika localer ej är densamma, utan varierar något, så bör man taga gränsorna för

grupperne på det sätt, att den högsta och lägsta vigten inom hvarje grupp gör ett märkbart språng, innan en grupp af den närmast högre eller närmast lägre specifika vigten vidtager. Ju större detta språng är, ju säkrare kan man anse gruppen bestämd.

När mineralierne efter föregående grunder äro uppställde, sammanträffa, i de flesta fall, ganska få individer inom samma grupp. För att likväl ytterst kunna skilja dessa inom hvarje grupp fallande individer från hvarandra, har jag blott begagnat några af de mäst i ögonen fallande yttre kännetecknen, eller, om sådane ej tillräckligt tydliga förefinnas, några enkla och lätt bestämda förhållanden för blåsröret. — Efter anvisande af mineralets sammansättning, när den är känd, hänvises till dess deraf följande plats: det af mig utgifna Kemiska Mineralsystemet; den descriptiva delen af mineralogien kommer sluteligen att lemna deras fullständiga beskrifning. Då jag anser Examinations-systemet som ett bihang till det Kemiska Systemet, ämnadt endast att tjena till ledning vid examinerandet af förut ej sedda mineralier, har jag i detsamma undvikit benämningarne Classer, Ordningar och Genera, såsom endast det sednare eller egenteliga Mineralsystemet förbehållne.

Första Afdelningen.

Mineralier hörande till Reguliera Kristall-Systemet.

Första Under-afdelningen.

Hårdheten 10.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 3,6 *till* 3,5.

1. *Demant.* Det hårdaste mineral, med den fullkomligaste kristallisation. Sammansättningen uttryckes med C. Hörer till Första Classen.

Andra Under-afdelningen.

Hårdheten från 8 till 7,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 4,4 *till* 4,2.

1. *Gahnit.* Mörkgrön till färgen. För Blåsrör oföränderlig; olöslig uti Fosfor-salt; med Soda tydlig Zinkreaktion. — Sammansättningen: $(\dot{Zn}, \dot{Fe})\dddot{Al}$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 3,8 *till* 3,4.

1. *Pyrop.* Färgen mörkröd. För Blåsrör smältbar; med Borax Chromreaktion. Sammansättningen: $(\dot{Ca}, \dot{Mg}, \dot{Fe})\ddot{Si} + (\dddot{Al}, \dddot{Cr})\ddot{Si}$. Hörer till Femte Classen, 2 Ord.

2. *Zeilanit.* Färgen svart. För Blåsrör osmältbar; lättlöst af Fosforsalt, Jernreaktion. Sammansättningen: $(\dot{Fe}, \dot{Mg})\dddot{Al}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

3. *Spinell.* Ljusare färgnuancer af flere slag. För Blåsrör osmältbar; lätt löst af Fosforsalt. Sammansättuingen: $\dot{\text{M}}\text{g}$, $\dddot{\text{A}}\text{l}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordniugen

Tredje Under-Afdelningen.

Hårdheten från 7,5 till 6,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 4,3 *till* 3,4.

1. *Granat* med alla dess variationer. För Blåsrör smältbar. Sammansättningen: $(\dot{\text{C}}\text{a}, \dot{\text{M}}\text{g}, \dot{\text{F}}\text{e}, \dot{\text{M}}\text{n})^3\dddot{\text{S}}\text{i} + (\dddot{\bar{\text{A}}}\text{l}, \dddot{\bar{\text{F}}}\text{e})\dddot{\text{S}}\text{i}$. Hörer till Femte Classen, 2 Ordningen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 3 *till* 2,9.

1. *Uwarowit.* För Blåsrör osmältbar; förändrar icke färg. Sammansättningen icke bestämd.

Fjerde Under-Afdelningen.

Hårdheten från 6,5 till 5,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 5,3 *till* 4,9.

1. *Franklinit.* Färgen svart, pulvret rödbrunt. För Blåsrör osmältbar. Sammansättningen: $(\dot{\text{F}}\text{e} + \dot{\text{Z}}\text{n})(\dddot{\bar{\text{F}}}\text{e}, \dddot{\bar{\text{M}}}\text{n})$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

2. *Magnetisk Jernmalm.* Färgen äfvensom pulvret svart. För Blåsrör svårsmält. Sammansättningen: $\dot{\text{F}}\text{e}\ \dddot{\bar{\text{F}}}\text{e}$. Hörer till samma Genus som föregående.

3. *Svafvelkis.* Färgen gul. Brinner på kol med blå låge och ger lukt af svafvelsyrlighet. Sammansättningen: $Fe\,S^2$. Hörer till Andra Classen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 4,2 *till* 4.

1. *Perowskit.* För Blåsrör alldeles osmältbar. Dess plats uti Systemet icke känd.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 3,4 *till* 2,9.

1. *Hellwin.* Färgen gul. För Blåsrör ger något vatten; smälter under pösning; ger kula med Soda. Sammansättningen: $3\acute{M}n\,\dot{M}n + [\dot{M}n^3 \dddot{S}i^2 + 2(\ddot{B}e, \ddot{F}e)\dddot{S}i^2]$. Hörer till Sjunde Classen, 2 Ordningen.

2. *Hauyn.* Färgen blå. För Blåsrör ger icke vatten, smälter utan pösning, förslaggas blott med Soda. Beståndsdelarne: $\dddot{S}i$, $\dddot{S}$, $\dddot{A}l$, $\dot{K}$, $\dot{C}a$, $\dot{S}$. Formeln icke rätt känd. Hörer troligen till Sjunde Classen, 1 Ordningen.

3. *Borazit.* Färgen hvit. För Blåsrör sväller ut och smälter, kristalliserar vid det kulan svalnar; ger fluten kula med Soda. Sammansättningen: $\dot{M}g^3\dddot{B}^4$. Hör till Tredje Classen, 1 Ordningen.

4:e *Gruppen. Specifika vigten från* 2,5 *till* 2,2.

1. *Nosin.* Färgen brun, grå, svart. För Blåsrör ger ej vatten, förslaggas med Soda. Hörer troligen till samma genus som Hauyn.

Femte Under-afdelningen.

Hårdheten från 5,5 till 4,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 19 *till* 17,4.

1. *Platina.* Beståndsdelen uttryckes med Pt. Hörer till Första Classen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 7,8 *till* 7,5.

1. *Jern.* Beståndsdelen uttryckes med Fe. Hörer till Första Classen.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 6,6 *till* 6,1.

1. *Speiskobolt.* För Blåsrör ger, på kol glödgad, lukt af Arsenik (hvitlök). Sammansättningen: $Co As^{3}$. Hörer till andra Classen.

2. *Svafvelkobolt.* För Blåsrör, på kol glödgad, stark lukt af Svafvelsyrlighet. Sammansättningen: $(Co, Fe) S^{3}$. Hörer till Andra Classen.

3. *Koboltglans.* För Blåsrör i kolf förändrar sig icke, i öppet rör afsätter Arseniksyrlighet och ger lukt af Svafvelsyrlighet. Sammansättningen: $Co As^{2} + Co S^{2}$. Hörer till Tredje Classen, 7 Ordningen.

4. *Nickelglans.* För Blåsrör, glödgad i kolf, ger mycket svafvelarsenik; återstoden rostad i ett öppet rör, ger reaktion af nickel. Sammansättningen: $Ni As^{2} + Ni S$. Hörer till Tredje Classen, 7 Ordningen.

4:e *Gruppen. Specifika vigten från 5 till 4,75.*

1. *Mikrolith.* För Blåsrör osmältbar. Skall hålla Cer. Sammansättningen icke känd.

5:e *Gruppen. Specifika vigten från 4,5 till 4,2.*

1. *Chromjern.* För Blåsrör smälter icke; med Borax Chromreaktion. Samm.: $(\dot{M}g, \dot{F}e)\,\dddot{C}r$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

2. *Pyrochlor.* För Blåsrör smälter svårligen till en slaggig massa; med Borax reaktion af Cer och Titan. Den Kemiska formeln ännu icke känd.

6:e *Gruppen. Specifika vigten från 3,4 till 3,3.*

1. *Fluor Yttrium.* För Blåsrör smälter icke, med Borax löses lätt till klart glas. Sammansättningen: YF. Hörer till Andra Classen.

7:e *Gruppen. Specifika vigten från 2,9 till 2.*

1. *Lazursten.* För Blåsrör ger vatten utan att förändra utseende, med Soda ett glas som vid afvalning blir rödagtigt som af Hepar. Beståndsdelarne äro: $\dot{N}a$; $\dot{C}a$; $\dddot{A}l$; $\dddot{S}i$; $\dddot{S}$. Hörer troligen till Sjunde Classen, 1 Ordningen.

2. *Leuzit.* För Blåsrör smälter icke, ger intet vatten och ett klart glas med Soda. Sammansättningen: $\dot{K}^3\dddot{S}i^2 + 3\dddot{A}l\dddot{S}i^2$ Hörer till Femte Classen, 2 Ordningen.

3. *Analcim.* För Blåsrör ger vatten, sväller upp och smälter; klart glas med Soda. Sammansättningen: $\dot{N}a^3\dddot{S}i^2 + 3\dot{A}l\dddot{S}i^2 + 6\dot{H}$. Hör till Sjette Classen, 1 Ordningen.

Sjette Under-afdelningen.

Hårdheten från 4,5 till 3,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten 5,2 till 5.*

1. *Nickelvismuthglans.* Samm.: $\overset{\prime}{B}i(\overset{\prime\prime\prime}{N}i, \overset{\prime\prime\prime}{F}e)^4$ Kommer att utgöra nytt Genus af Tredje Classen, 4 Ordningen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från 4,4 till 3,9.*

1. *Tennkis.* Strecket svart. För Blåsrör smälter, afsätter Tennrök kring den gråa spröda Metallkulan. Sammansättningen: $(\overset{\prime}{F}e\,\overset{\prime}{Z}n)^2\overset{\prime\prime}{S}n + \overset{\prime\prime}{C}u^2\overset{\prime\prime}{S}n$. Orätt förd till Tredje Classen, 4 Ord:, 8 Genus, utan kommer efter nu anförde, rätta formel att utgöra ett nytt Genus (Dubbel Sulfo-Stannater) af Femte Classen, 5:te Ordningen.

2. *Manganglans.* Strecket grönaktigt. För Blåsrör smälter trögt till en svart slaggmassa. Sammansättningen: Mn S. Hörer till Andra Classen.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från 3,2 till 3,1.*

1. *Flusspat.* För Blåsrör sammansmälter lätt, med gips, till en klar perla. Sammansätningen: Ca F. Hörer till Andra Classen.

Sjunde Under-Afdelningen.

Hårdheten från 3,5 till 2,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 14,1 *till* 13,7.

1. *Amalgama.* Sammansättningen: $AgHg^2$. Hörer till Andra Classen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 9 *till* 8.

1. *Koppar.* Smidig; om ytan är anlupen visar dock inuti massan kopparfärg. Beståndsdelen uttryckes med Cu. Hörer till Första Classen.

2. *Selenbly.* För Blåsrör ger på kol Selen lukt, men smälter icke, utan förflygtigas. Sammansättningen: $PbSe$. Hörer till Andra Classen.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 6 *till* 5,7.

1. *Rothkupfererz.* För Blåsrör smälter; reduceras lätt. Sammansättningen: $\dot{Cu}$. Hörer till Andra Classen.

4:e *Gruppen. Specifika vigten från* 5,2 *till* 4,9.

1. *Fahlerz.* För Blåsrör uti öppet rör ger Antimonrök. Samm.: $2\acute{Cu}^4\overset{'''}{Sb}+(\acute{Zn},\acute{Fe})^4\overset{'''}{Sb}$. Hörer till Femte Classen, 5:e Ordningen.

2. *Silberfahlerz.* För Blåsrör ger med Soda och Borax silfverkorn. Sammansättningen: $2\acute{Ag}^4\overset{'''}{Sb}+(\acute{Zn}\acute{Fe})\overset{'''}{Sb}$. Hörer till samma Genus som föregående.

3. *Bunt Kupfererz.* För Blåsrör smälter, under utveckling

af svafvelsyrlighet, till en magnetisk kula. Sammansättningen: $\overset{\prime}{\mathrm{Cu}}{}^{2}\overset{\prime\prime\prime}{\mathrm{Fe}}$. Bör nu föras till Tredje Classen, 4:de Ordningen.

5:e *Gruppen. Specifika vigten från* 4,1 *till* 3,6.

1. *Zinkblende.* För Blåsrör, glödgad i glaskolf, förändras icke. Sammansättningen: ZnS. Hörer till Andra Classen.

2. *Arsenik syrlighet.* För Blåsrör, glödgad i glaskolf, sublimeras lätt. Sammansättningen: $\ddot{\mathrm{As}}$. Hörer till Andra Classen.

Åttonde Under-Afdelningen.

Hårdheten från 2,5 till 1,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 19,7 *till* 19.

1. *Guld.* Beståndsdelen uttryckes med Au. Hörer till Första Classen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 16 *till* 12.

1. *Electrum.* Sammansättningen $Ag\,Au^2$. Hörer till Andra Classen.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 10,5 *till* 10,3.

1. *Silfver.* Uttryckes med Ag. Hörer till Första Classen.

4:e *Gruppen. Specifika vigten från* 9,8 *till* 9,6.

1. *Wismuth.* Uttryckes med Bi. Hörer till Första Classen.

5:e *Gruppen. Specifika vigten från* 7,6 *till* 6,9.

1. *Blyglans.* Kan lätt sönderrifvas. För Blåsrör ger lukt af

svafvelsyrlighet och blykorn. Sammansättn: $Pb\,S$. Hörer till Andra Classen.

2. *Glaserz.* Smidbar. För Blåsrör likt af svafvelsyrlighet och ett af slagg omgifvet silfverkorn. Sammansättningen: $Ag\,S$. Hörer till Andra Classen.

6:te *Gruppen: Specifika vigten från* 2,3 *till* 2,2.

1. *Stensalt.* Sammansättningen: $Na\,Cl$. Hörer till Andra Classen.

Nionde Under-Afdelningen.

Hårdheten 1,5 och derunder.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 12 *till* 11.

1. *Bly.* Beståndsdelen uttryckes med Pb. Hörer till Första Classen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 7,4 *till* 7,2.

1. *Selen qvicksilfver bly.* Sammansättn: $Hg\,Se$; $Pb\,Se$. Hörer till Andra Classen.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 5,6 *till* 5,5.

1. *Hornsilfver.* Sammans: $Ag\,Cl$. Hörer till Andra Classen.

4:e *Gruppen. Specifika vigten från* 3 *till* 2,9.

1. *Wurfelerz.* Sammans: $\dot{F}.\ddot{A}s + \ddot{F}^{3}\ddot{A}s^{2} + 18\dot{H}$. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

5:e *Gruppen. Specifika vigten från* 1,8 *till* 1,4.

1. *Alun.* För Blåsrör ger lukt af svafvelsyrlighet, men intet sublimat kring slaggen. Sammansättningen: $\dot{K}a\dddot{S}+\dddot{Al}\dddot{S}^{3}+24\dot{H}$. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

2. *Salmiak.* För Blåsrör drar sig i kolet och röker. Sammansättningen: $\overline{N}H^{4}\,\overline{C}l$. Hörer till Andra Classen.

———

Andra Afdelningen.

Mineralier hörande till det Rhomboëdriska Kristall-Systemet.

Första Under-Afdelningen.

Hårdheten 9.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 4 *till* 3,9.

1. *Korund.* Sammansättningen: $\dddot{Al}$. Hörer till Andra Classen.

Andra Under-Afdelningen.

Hårdheten från 7,5 till 6,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 2,1 *till* 1,9.

1. *Osmium Iridium.* Sammansättningen: JOs^2. Hörer till Andra Classen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 3 *till* 2,6.

1. *Phenakit.* För Blåsrör smälter icke, med litet Soda en hvit glaskula, med mer blott en hvit slaggmassa. Sammansättningen: $\dddot{Be}\dddot{Si}^2$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordn., 3:e Genus, är ej i Systemet upptagen.
2. *Qvartz.* För Blåsrör smälter icke, med Soda klart glas. Sammansättningen: $\dddot{Si}$. Hörer till Andra Classen.
3. *Beryll.* För Blåsrör smälter uti tunnaste splittror, med Soda

klart glas. Sammansättningen: $\dot{B}e\dddot{S}i^4+2\dddot{A}l\dddot{S}i^2$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

Tredje Under-Afdelningen.

Hårdheten från 6,5 till 5,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 5,3 *till* 4,7.

1. *Jernglans.* Strecket rödt. För Blåsrör smälter icke, men blir fullkomligt magnetisk. Sammansättningen: $\dddot{\bar{F}}e$. Hörer till Andra Classen, Första Genus.
2. *Titanjern.* Strecket svart. För Blåsrör smälter icke; med Fosforsalt titan-reaktion. Sammansättningen: $\dot{F}e\ddot{T}i$; $\dddot{\bar{F}}e$. Hörer till samma Genus som föregående.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 3,3 *till* 3,0.

1. *Turmalin.* För Blåsrör utvidgar sig, en del arter förslaggas, andra smälta icke. Formeln icke rigtigt bestämd. Hörer troligen till Sjunde Classen, 1:a Ordningen.

Fjerde Under-Afdelningen.

Hårdheten från 5,5 till 4,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 11,8 *till* 11,5.

1. *Palladium.* Uttryckes med Pl. Hörer till Första Classen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 7,7 *till* 7,5.

1. *Kupfer-Nickel.* För Blåsrör smälter och luktar starkt af

Arsenik. Sammansättningen: $Ni\,As$. Hörer till Andra Classen.

2. *Antimon-Nickel.* För Blåsrör ger i kolf hvitt sublimat, smälter trögt och brinner en stund som Antimon. Sammansättningen $Ni\,Sb$. Hörer till Andra Classen; finnes ej i Systemet införd.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 4,7 *till* 3,9.

1. *Fluorcerium.* För Blåsrör med Borax och med fosforsalt cerreaktion. Sammansättningen: $Ce\,F$. Hörer till Andra Classen.

2. *Kibdelophan.* För Blåsrör med borax och fosforsalt titanreaktion. Hör till samma species som Titanjern.

3. *Kolsyrad Zink.* För Blåsrör smälter icke, ger Zinkrök. Sammansättningen: $\dot{Zn}\ddot{C}$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

4. *Willemit.* För Blåsrör smälter, sväller ut med Soda, gifver svårligen Zinkrök. Sammansättningen: $\dot{Zn}^3\dddot{Si}$. Hör till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

4:e *Gruppen. Specifika vigten från* 3,4 *till* 3,1.

1. *Dioptas.* För Blåsrör smälter icke, med sodareaktion å Koppar. Sammansättningen: $\dot{Cu}^3\dddot{Si}^2+6\dot{H}$. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.

2. *Apatit.* För Blåsrör svårsmältbar, med soda sväller, löper sedan i kolet ock qvarlemnar en hvit slaggmassa. Sammansättn.: $Ca(Fl, Cl)+\dot{Ca}^3\ddot{P}$. Hörer till Fjerde Classen, 3:e Ordningen.

5:e *Gruppen. Specifika vigten från* 2,9 *till* 2,6.

1. *Eudialyt.* För Blåsrör smälter mycket lätt, ger glas med soda, som med mera soda kryper in i kolet. Sammansättningen: $NaCl+(\dot{C}a+\dot{N}a)^3\dddot{S}i^2+(\dddot{Z}r+\dddot{F}e)\dddot{S}i$. Hörer till Sjette Classen, 3:e Ordningen.

2. *Nephelin.* För Blåsrör afrundas blott i kanterna, med Soda färglöst glas. Sammansättningen: $(\dot{N}a+4\dot{K})^2\dddot{S}i+2\ddot{A}l\dddot{S}i$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

3. *Alunit.* För Blåsrör decrepiterar starkt, men smälter icke; smälter ej tillsammans med Soda. Sammansättningen: $\dot{K}a^3\dddot{S}+12\ddot{A}l\dddot{S}+24\dot{H}$. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

Femte Under-Afdelningen.

Hårdheten från 4,5 till 3,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 4,7 *till* 4,5.

1. *Magnetkis.* Sammansättningen: $\overset{\prime}{F}e^6\overset{\prime\prime}{F}e$. Hörer till Tredje Classen, 4:de Ordningen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 3,9 *till* 3,4.

1. *Kolsyradt Jern.* Löst i Salpetersyra och fälld med Caust. Ammoniak, ger med Fosforsyradt natron ingen eller högst ringa fällning. För Blåsrör smältbar. Sammansättningen $\dot{F}e\ddot{C}$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

2. *Meselinspat.* Löst i Salpetersyra och fälld med caustik Ammoniak, gifver, med Fosforsyradt Natron, ymnig fällning. För Blåsrör smältbar. Sammansättningen: $(\dot{Fe} + \dot{Mg})\ddot{C}$. Hörer till samma genus som föregående.

3. *Manganspat.* För Blåsrör smälter icke. Sammansättningen: $\dot{Mn}\ddot{C}$. Hörer till samma genus som föregående.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 3,1 *till* 2,9.

1. *Pyrosmalit.* För Blåsrör ger i kolf vatten, smälter. Sammansättningen: $Fe Cl^3 + \ddot{\overline{Fe}}\dot{\overline{H}}^6 + 4(\ddot{\overline{Fe}} + \ddot{\overline{Mn}})^3 \dddot{Si}^2$. Hörer till Sjette Classen, 3:e Ordningen.

2. *Magnesit.* För Blåsrör ger i kolf icke vatten eller blott ett spår, smälter icke. Sammansättningen: $\dot{Mg}\ddot{C}$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

4:e *Gruppen. Specifika vigten från* 2,2 *till* 2.

1. *Chabasit.* Sammansättningen: $(\dot{Na}, \dot{K})^3 \dddot{Si}^2 + 3 \dddot{\overline{Al}}\dddot{Si}^2 + 18 \dot{\overline{H}}$. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

Sjette Under-Afdelningen.

Hårdheten från 3,5 till 2,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 3,5 *till* 2,6.

1. *Pyromorphit.* För Blåsrör smälter, kristalliser. vid afsvalning till en kula, med stora facetter, reduceras icke för sig. Sam-

mansättningen: $Pb\,\overline{Cl} + 3\dot{Pb}^3\overline{\dddot{P}}$. Hörer till Fjerde Classen, 3:e Ordningen.

2. *Vanadit.* För Blåsrör smälter, drar sig i kolet och qvarlemnar blykulor. Sammansättningen: $Pb\,\overline{Cl}\,\dot{Pb}^2 + \dot{Pb}^3\dddot{V}^2$ Hörer till Femte Classen, 4:e Ordningen.

3. *Antimon.* För Blåsrör på kol smälter lätt; upphettad till glödgning, fortfar länge att glöda och afsätter en hvit rök. Uttryckes med Sb. Hörer till Första Classen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 6,1 *till* 5,7.

1. *Polysphærit.* Förhållande som Pyromorphit, första art af föregående grupp. Sammansättningen: $Pb(\overline{Cl}, \overline{F}) + 3(\dot{Pb}, \dot{Ca})^3\overline{\dot{P}}$. Intager äfven samma plats i systemet som Pyromorphit.

2. *Arsenik.* För blåsrör sublimeras i kolf nästan helt och hållet. Uttryckes med As. Hörer till Första Classen.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 3,4 *till* 2,5.

1. *Dreelit.* För Blåsrör smälter med kol till en hepatisk massa. Beståndsdelarne: $\dot{Ba}$, $\dot{Ca}$, $\dddot{S}$, $\ddot{C}$. Sammansättningen ännu ej rätt känd.

2. *Bitterkalk.* För Blåsrör smälter icke. I stycken öfvergjuten med syra föga fräsning. Sammansättningen: $(\dot{Ca}; \dot{Mg})\ddot{C}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

3. *Kalkspat.* I stycken öfvergjuten med syra stark fräsning. För Blåsrör smälter icke. Sammansättningen: $\dot{C}a\ddot{C}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

Sjunde Under-afdelningen.

Hårdheten från 2,5 till 1,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 8,6 *till* 7,5.

1. *Tellursilfver.* Strecket blygrått. För Blåsrör med Soda reduceras. Sodan med telluren går i kolet, silfret återstår. Sammansättningen: Ag Te. Hörer till Andra Classen.

2. *Tellur wismuth.* För Blåsrör smälter under utveckling af selen lukt, förflygtigas helt och hållet. Sammansättningen: Bi Te? Hörer om formeln är riktig till Andra Classen.

3. *Zinnober.* Strecket rödt. För Blåsrör i kolf med Soda qvicksilfverkulor. Sammansättningen: Hg S. Hörer till Andra Classen.

4. *Tetradymit.* För Blåsrör smälter, utvecklar lukt af selen och svafvelsyrlighet, förflygtigas ej alldeles. Sammansättningen: Bi S + Bi $\dot{T}e$. Hörer till Tredje Classen, 10:e Ordningen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 6,4 *till* 5,5.

1 *Tellur.* För Blåsrör på kol röker bort med qvarlemnande af en ringa slaggmassa, som visar reaktion å Jern. Sammansättningen: Te. Hörer till Första Classen.

2. *Polybasit.* Strecket svart. För Blåsrör på kol röker och qvarlemnar en silfverkula. Sammansättningen: $\acute{A}g^9 \left(\overset{\prime\prime\prime}{S}b, \overset{\prime\prime\prime}{A}s\right); \acute{C}u^9 \left(\overset{\prime\prime\prime}{S}b, \overset{\prime\prime\prime}{A}s\right)$. Ej i Systemet uppförd.

3. *Dunkel Rothgylden.* Strecket karmosinrödt. För Blåsrör på kol reduceras efter längre påblåsning, under utveckling af antimonrök. Sammansättningen: $\acute{A}g^3 \overset{\prime\prime\prime}{S}b$. Hörer till Tredje Classen, 4 Ordningen.

4. *Ljus Rothgylden.* Strecket rödt. För Blåsrör reduceras under utveckling af arsenikrök. Sammansättningen: $\acute{A}g^3 \overset{\prime\prime\prime}{A}s$. Hörer till Tredje Classen, 4 Ordningen.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 3,4 *till* 3.

1. *Cronstedtit.* För Blåsrör smälter långsamt till ett svart, å ytan matt glas. Med Soda stark mangan reaktion. Sammansättningen: $(\dot{F}e^3, \dot{M}n^3, \dot{M}g^3)\dddot{S}i + \ddot{F}e\dot{H}^3$ Hörer till Femte Classen, i Systemet å orätt ställe uppförd.

2. *Sideroschisolith.* För Blåsrör smälter icke men blir magnetisk. Med Soda ingen Mangan reaktion. Sammansättningen: $\dot{F}e^3\dddot{S}i + 3\dot{F}e\dot{H}$. Ej i Systemet uppförd.

4.e *Gruppen. Specifika vigten från* 2,9 *till* 2,5.

1. *Enaxig Glimmer.* För Blåsrör löses lätt af Fosforsalt. Sväller med Soda och ger blåsig slagg. Sammansättningen ej rätt

bestämd, möjligen: $(\dot{K}, \dot{F}e, \dot{M}g)^3\dddot{S}i + \dddot{A}l\dddot{S}i$. Hörer till Femte Classen.

2. *Chlorit.* För Blåsrör löses af Fosforsalt, men ej märkbart af Soda, sväller ej dermed. Sammansättningen icke ännu med säkerhet bestämd.

3. *Pinit.* För Blåsrör löses ej märkbart af Fosforsalt; med Soda lemnar blott slagg. Sammansättningen icke känd.

4. *Kupferglimmer.* För Blåsrör smälter under utveckling af arsenikrök till ett sprödt metallkorn, som med Soda ger ett smidigt kopparkorn. Sammansättningen: $\dot{C}u^3\ddot{A}s + 12\dot{H}$. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen, är icke i Systemet uppförd.

Åttonde Under-afdelningen.

Hårdheten från 1,5 till 1 och derunder.

1:a Gruppen. *Specifika vigten från* 4,6 *till* 4,5.

1. ***Svafvel Molybden.*** Sammansättningen: MoS^2 Hörer till Andra Classen.

2:a Gruppen. *Specifika vigten från* 2,7 *till* 1,8.

1. *Talk.* För Blåsrör smälter ej; ger med litet Soda en fluten kula, med mera blott slagg. Sammansättningen: $3\dot{M}g\,\ddot{S}i + \dot{M}g\dot{H}$. Hörer till Femte Classen, 1 Ordningen.

2. *Natron Salpeter.* För Blåsrör smälter lätt, färgar lågen starkt gul. Sammansättningen: $\dot{N}a\ddot{N}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

3. *Graphit.* För Blåsrör förändras icke, löses alldeles ej af Soda. Sammansättningen uttryckes med C. Hörer till Första Classen.

3:e *Gruppen. Specifika vigten under* 1.

1. *Is.* Sammansättningen uttryckes med $\dot{H}$. Hörer till Andra Classen.

Tredje Afdelningen.

Mineralier hörande till det Pyramidala Kristall-Systemet.

Första Under-afdelningen.

Hårdheten 7,5.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 4,6 *till* 4,4.

1. *Zirkon.* För Blåsrör osmältbar, ger med Soda blott en slagg-massa. Sammansättningen uttryckes med $\dddot{Zr}\,\dot{Si}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

Andra Under-afdelningen.

Hårdhetan från 6,5 till 5,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 7 *till* 6,8.

1. *Tennoxid.* Sammansättningen: $\ddot{Sn}$. Hörer till Andra Classen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 5,9 *till* 5,8.

1. *Fergusonit.* För Blåsrör smälter icke. Söndérdelas af Soda utan att upplösas deraf. Sammansättningen: $(\dot{Y}, \dot{Ce})^6\ddot{Ta}$; $Zr\,Ta$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 4,9 *till* 4,1.

1. *Braunit.* Strecket svart. För Blåsrör med Borax i yttre lå-

gan violett glas, uti den inre ofärgadt. Sammansättningen: $\ddot{Mn}$. Hörer till Andra Classen.

2. *Rutil.* Strecket ljusbrunt eller gult. För Blåsrör i inre lågan ett violett glas; i den yttre ofärgadt. Sammansättningen: $\ddot{Ti}$. Hörer till Andra Classen.

4:e *Gruppen. Specifika vigten från* 3,4 *till* 2,9.

1. *Vesuvian.* För Blåsrör smälter lätt med pösning: Sammansättningen: $\dot{Ca}^3\dddot{Si} + (\dddot{Al}, \dddot{Fe})\dddot{Si}$. Hörer till Femte Classen, 2 Ordn.

2. *Gehlenit.* För Blåsrör äfven i fina splittror svårsmält. Sammansättningen: $(\dot{Ca}^3, \dot{Mg}^3, \dot{Fe}^3)\dddot{Si}; (\dot{Ca}, \dot{Mg}, \dot{Fe})^3\dddot{Al}$. Hörer till Femte Classen, 2 Ordningen.

Tredje Under-afdelningen.

Hårdheten från 5,5 till 4,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 5,9 *till* 5,4.

1. *Yttrotantal.* För Blåsrör osmältbar; lemnar blott slagg med Soda. Sammansättningen: $(\dot{Y}, \dot{Ca}, \dot{Fe})^3\dddot{Ta}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 4,8 *till* 4,7.

1. *Hausmannit.* Strecket brunt eller rödbrunt. Sammansättningen: $\dot{Mn}\,\dddot{Mn}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 4,1 *till* 3,7.

1. *Fosforsyrad Ytterjord.* För Blåsrör smälter icke, med Borax ett färglöst glas som kan fladdras hvitt. Med Borsyra och Jerntråd en regulus af fosforjern. Sammansättningen: $\dot{Y}^3\overline{P}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen, ej i Systemet uppförd.

2. *Tephroit.* För Blåsrör smälter, ger mangan reaktion. Sammansättningen icke känd; består af $\dot{Z}n$, Mn, Fe.

3. *Anatas.* För Blåsrör smälter icke, visar titan reaktion. Sammansättningen: $\ddot{T}i$. Hörer till Andra Classen.

4:e *Gruppen. Specifika vigten från* 3,1 *till* 2,7.

1. *Humboldtilith.* Gelatinerar med Saltsyra. För Blåsrör smälter under ringa pösning, till ett genomskinligt glas. Sammansättningen: $3(\dot{N}, \dot{C}a, \dot{M}g, \dot{F}e)^2\dddot{S}i + \dddot{A}l\dddot{S}i$, ej i Systemet uppförd, bör föras till Femte Classen, 2 Ordningen.

2. *Skapolith.* Sönderdelas af Saltsyra utan att gelatinera. För Blåsrör smälter med mycken pösning till ett blåsigt glas. Sammansättningen: $3(\dot{N}a, \dot{C}a, \dot{M}g, \dot{F}e)^2\dddot{S}i + \dddot{A}\,\dddot{S}i$. Hörer till Femte Classen, 2 Ordningen.

Fjerde Under-afdelningen.
Hårdheten från 4,5 till 3,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 6,2 *till* 6.

1. *Tungsten.* Sammansättningen: $\dot{C}a\dddot{W}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 3,4 *till* 3,3.

1. *Yttrocerit.* För Blåsrör smälter icke. Sammansättningen: YF; CaF; CeF. Hörer till Andra Classen.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 2,7 *till* 2,3.

1. *Edingtonit.* För Blåsrör smälter med svårighet till ett färglöst glas. Sammansättningen icke känd.

2. *Apophyllit.* För Blåsrör smälter, under det stycket utvidgas, till ett blåsigt glas. Sammansättningen: $\dot{\text{K}}\dddot{\text{Si}}^2+8\dot{\text{Ca}}\dddot{\text{Si}}+16\dot{\text{H}}$. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

Femte Under-afdelningen.

Hårdheten från 3,5 till 2,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 8.1 *till* 8.

1. *Wolframsyradt Bly.* Sammansättningen: $\dot{\text{Pb}}\dddot{\text{W}}$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 6,8 *till* 6.

1. *Molybdensyradt Bly.* För Blåsrör decrepiterar, smälter, kryper i kolet och lemnar kulor af bly. Sammansättningen: $\dot{\text{Pb}}\dddot{\text{Mo}}$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

2. *Hornbly.* För Blåsrör smälter, reduceras lätt och utstöter en

sur rök. Sammansättningen: $PbCl+Pb\ddot{C}$. Hörer till Fjerde Classen, 3:e Ordningen.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 4,3 *till* 4,1.

1. *Kopparkis.* Sammansättningen: $\acute{Cu}\,\overset{\prime\prime\prime}{Fe}$. Hörer till Tredje Classen, 4:e Ordningen.

4:e *Gruppen. Specifika vigten från* 2,6 *till* 2,3.

1. *Pyrargillit.* Sammansättningen: $(\dot{K},\dot{Na},\dot{Fe},\dot{Mg})\dddot{Si}+\ddot{Al}\dddot{Si}+4\dot{H}$. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

Sjette Under-afdelningen.

Hårdheten från 2,5 till 1,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 3,6 *till* 2,9.

1. *Chalcolith.* För Blåsrör med fosforsalt och tenn reaktion af koppar, med Soda kopparkorn. Stundom hvitt af arsenik. Sammansättningen: $\dot{Cu}\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}+2\dddot{U}\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}+24\dot{H}$. Hörer till Sjette Classen. 1:a Ordningen.

2. *Uranit.* För Blåsrör ingen koppar-reaktion, med Soda blott en osmält slagg. Sammansättningen: $\dot{Ca}\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}+2\dddot{U}\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}+24\dot{H}$. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

3. *Kryolith.* För Blåsrör smälter mycket lätt till en emalj, som reagerar alkaliskt; Kristallisations-Systemet icke säkert. Samman-

sättningen: $3NaF+AlF^{3}$. Hörer till Tredje Classen, 2:a Ordningen.

Sjunde Under-afdelningen.

Hårdheten 1,5 och mindre.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från 7,1 till 7.*

1. *Blättererz.* Sammansättningen: $\overset{\prime}{Pb}^{9}\overset{\prime\prime\prime}{\bar{S}b}+\overset{\prime}{Pb}^{9}AuTe^{3}$. Hörer till en ny, ej i Systemet utförd Ordning af Femte Classen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 6,5 *till* 6,4.

1. *Chlorqvicksilfver.* Sammansättningen: $HgCl$. Hörer till Andra Classen.

Fjerde Afdelningen.

Mineralier tillhörande det Prismatiska Kristall-Systemet.

Första Under-afdelningen.

Hårdheten från 8,5 till 7,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 3,7 *till* 3,4.

1. *Chrysoberyll.* För Blåsrör angripes icke af Soda, ej en gång i pulfver; sväller ej dermed. Sammansättningen: $\dddot{\mathrm{Be}}\dddot{\overline{\mathrm{Al}}}^{2}$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen. I Systemet uppförd under orätt formel.

2. *Topaz.* För Blåsrör löses svårligen af Soda till en halfklar slagg; med mera Soda sväller och blir osmältbar. Sammansättningen: $\dddot{\overline{\mathrm{Al}}}(\mathrm{Al}\,\mathrm{F}^{3})+6\dddot{\overline{\mathrm{Al}}}\dddot{\mathrm{Si}}$. Hörer till Femte Classen, 4:e Ordningen.

3. *Sillimannit.* För Blåsrör osmältlig; förhållandet i öfrigt icke kändt. Sammansättningen ej rätt känd, troligen ett Lersilicat.

Andra Under-afdelningen.

Hårdheten från 7,5 till 6,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 3,8 *till* 3,1.

1. *Staurolith.* För Blåsrör förenar sig med Soda under pösning

till en gul slagg. Ger ej med Koboltsolution blå färg. Sammansättningen: $(\dddot{Fe}, \dddot{Al})^2\dddot{Si}$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

2. *Oliwin.* För Blåsrör smälter svårligen med Soda; med mera Soda fås en brun slaggmassa. Sammansättningen: $(\dot{Mg}, \dot{Fe})^3\dddot{Si}$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

3. *Andalusit.* För Blåsrör med Soda sväller, sönderdelas, men smälter icke. Sodan kryper i kolet och qvarlemnar en hvit massa. Med Koboltsolution ger en skön blå färg. Sammansättningen: $\dddot{Al}^4\dddot{Si}^2$. Ej i Systemet uppförd, hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 2,6 *till* 2,1.

1. *Dichroit.* För Blåsrör i starkaste hetta smälter i kanterne till ett med stenen likfärgadt glas. Sammansättningen: $Mg^3Si^2 + 3(\dddot{Al}, \dddot{Fe})\dddot{Si}$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

Tredje Under-afdelningen.

Hårdheten från 6,5 till 5,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten* 7,9.

1. *Tantalit* med brunt pulfver. Sammansättningen: $(9\dot{Fe} + \dot{Mn})\dddot{Ta}^2$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 7,8 *till* 7.

1. *Tantalit.* För Blåsrör löses trögt af Borax, till ett glas som

kan fladdras oklart. Sammansättningen: $(\dot{M}n, \dot{F}e)\ddot{T}a$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 4,9 *till* 4,6.

1. *Polymignit.* Strecket brunt. För Blåsrör smälter icke. Sammansättningen icke känd; består af: $\dot{T}i$, $\dot{Z}r$, $\dddot{F}e$, $\dot{C}a$, $\dot{C}e$, $\dot{M}n$, $\dot{Y}$.

2. *Speerkis.* Pulfret mörkt gröngrått. För Blåsrör smälter, luktar svafvelsyrlighet, ger en svart metallisk kula. Sammansättningen: FeS^2. Hörer till Andra Classen.

4:e *Gruppen. Specifika vigten från* 3,4 *till* 2,3.

1. *Amblygonit.* För Blåsrör smälter, gifver med litet Soda glas, med mera blott en slaggmassa, med lithionfluss röd låga. Sammansättningen: $L^2P + 4Al^4P^3$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

2. *Spodumen.* För Blåsrör smälter, ger glas med Soda; med lithion fluss röd låga. Sammansättningen: $\dot{L}\dddot{S}i + \ddot{A}l\dddot{S}i^2$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

3. *Orthit.* För Blåsrör sväller ut som Borax och smälter till ett svart glas. Sammansättningen: $3(\dot{C}e, \dot{L}a, \dot{F}e, \dot{M}n, \dot{C}a)^3\dddot{S}i + 2\ddot{A}l\dddot{S}i$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen; är i Systemet förd på orätt ställe.

4. *Prehnit.* För Blåsrör smälter lätt, med Soda klart glas; icke röd låge med lithionfluss. Sammansättningen: $\dot{C}a^2\dddot{S}i + \ddot{A}l\dddot{S}i + \dot{H}$. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

Fjerde Under-afdelningen.

Hårdheten från 5,5 till 4,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från 7,3 till 7,2.*

1. *Axotom Arsenikkis.* Sammansättningen: $Fe\,As^2$. Hörer till Andra Classen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 6,2 *till* 6.

1. *Prismatisk Arsenikkis.* Sammansättningen: $Fe\,As^2 + Fe\,S^2$. Hörer till Tredje Classen, 7:e Ordningen.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 5,2 *till* 5,1.

1. *Aeschynit.* Sammansättningen icke känd; består af: $\dddot{Ti}$, $\dddot{Zr}$, $\dot{Ce}$, $\dot{Ca}$, $\dot{Fe}$.

4:e *Gruppen. Specifika vigten från* 4,2 *till* 3,9.

1. *Göthit.* För Blåsrör ger mycket vatten, pulfret efter glödning rödt. Smälter trögt till en svart magnetisk kula. Sammansättningen: $\dddot{\overline{Fe}}\,\dot{\overline{H}}$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen, men är icke i Systemet upptagen.

2. *Liewrit.* För Blåsrör ger föga vatten; smälter till ett svart glas, som länge glödgadt drages af Magneten. Sammansättningen: $2(\dot{Fe}, \dot{Ca})^3 \dddot{Si} + \ddot{\overline{Al}}\,\dddot{Si}$. Hörer således till Femte Classen, 2:a Ordningen; men är i Systemet förd till Tredje Classen, 2 Ordningen.

5:e *Gruppen. Specifika vigten från* 3,6 *till* 3.

1. *Triplit.* För Blåsrör smälter mycket lätt, till en metallglänsande svart, magnetisk, kula. Sammansättningen: $(\dot{M}n+\dot{F}e)^4\ddot{P}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

2. *Zinkkisel.* För Blåsrör smälter, gifver vatten och med Koboltsolution blå färg. Sammansättningen: $2\dot{Z}n^3\dddot{S}i+3\dot{H}$. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.

3. *Lazulit.* För Blåsrör smälter blott i kanterna, med Koboltsolution återkommer den blå färgen. Sammansättningen: $3\dot{M}g^5\ddot{P}^2+4\ddot{A}l^5\ddot{P}^3+15\dot{H}$? Skulle således höra till Sjette Classen, 1:a Ordningen om formeln befinnes rigtig. Är ej i Systemet upptagen.

6:e *Gruppen. Specifika vigten från* 2,9 *till* 2,1.

1. *Chiastolith.* För Blåsrör smälter icke. Sammansättningen: $\ddot{A}l^4\dddot{S}i^3$? Skulle höra till Tredje Classen, men är ej i Systemet upptagen.

2. *Barytharmotom.* För Blåsrör smälter lätt. Sammansättningen: $(\dot{B}a,\dot{K})^3\dddot{S}i^2+5\ddot{A}l\dddot{S}i^2+24\dot{H}$. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

3. *Kalkharmotom.* För Blåsrör smälter lätt. Sammansättningen: $(\dot{C}a,\dot{K})^3\dddot{S}i^2+5\ddot{A}l\dddot{S}i^2+24\dot{H}$. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

4. *Thomsonit.* För Blåsrör smälter mindre lätt. Sammansätt-

ningen: $(\dot{\text{C}}\text{a}, \dot{\text{N}}\text{a}, \dot{\text{K}})^3\dddot{\text{S}}\text{i} + 3\,\dddot{\text{A}}\text{l}\dddot{\text{S}}\text{i} + 7\dot{\text{H}}$. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

Femte Under-afdelningen.

Hårdheten från 4,5 till 3,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 5,5 *till* 5,4.

1. *Zinkoxid.* Sammansättningen: $\dot{\text{Z}}\text{n}$. Hörer till Andra Classen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 3,9 *till* 3,6.

1 *Junkerit.* För Blåsrör smälter, ger en svart af magneten dragen kula. Sammansättningen: $\dot{\text{F}}\text{e}\dot{\text{C}}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen, men ej i Systemet upptagen.

2. *Libethenit.* För Blåsrör smälter och reduceras lätt under bildande af kopparkulor. Sammansättningen: $\dot{\text{C}}\text{u}^4\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{\text{P̶}} + 5\dot{\text{H}}$. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 2,3 *till* 2,2.

1: *Wawellit.* För Blåsrör osmältlig. Sammansättningen: $\dddot{\text{A}}\text{l}^4\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{\text{P̶}}^3 + 18\dot{\text{H}}$; AlF. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.

2. *Epistilbit.* För Blåsrör sväller och smälter till en hvit emalj. Sammansättningen: $(\dot{\text{C}}\text{a}, \dot{\text{N}}\text{a})\dddot{\text{S}}\text{i} + \dddot{\text{A}}\text{l}\dddot{\text{S}}\text{i}^3 + 5\dot{\text{H}}$. Hörer till Sjette Classen, 1 Ordningen.

3. *Desmin.* För Blåsrör utbladar sig mycket och smälter till en

hvit emalj. Sammansättningen: $\dot{C}a\ddot{S}i + \ddot{A}l\ddot{S}i^3 + 6\dot{H}$. Hörer till Sjette Classen, 1 Ordningen.

Sjette Under-afdelningen.

Hårdheten från 3,5 till 2,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 9,8 *till* 9,4.

1. *Antimonsilfver.* Sammansättningen: Ag^2Sb. Hörer till Andra Classen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 7,1 *till* 7.

1. *Mendiffit.* Sammansättningen: $PbCl + 2\dot{P}b$. Hörer till Tredje Classen, 3 Ordningen.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 6,6 *till* 6,2.

1. *Kolsyradt Bly.* För Blåsrör i reduction med Soda ger ingen Hepar lukt. Sammansättningen: $\dot{P}b\ddot{C}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

2. *Bly Vitriol.* För Blåsrör efter reduction med Soda stark lukt af Hepar, sedan kolet fuktas. Sammansättningen: $\dot{P}b\dddot{S}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

3. *Caledonit.* Strecket ljusgrönt. För Blåsrör reduceras lätt. Sammansättningen: $(\dot{C}u + 2\dot{P}b)\ddot{C} + \dot{P}b\dddot{S}$. Hörer till Femte Classen, 3 Ordningen, men ej i Systemet upptagen.

4:de *Gruppen. Specifika vigten från* 5,4 *till* 5,3.

1. *Zinkenit.* Sammansättningen: $\overset{\prime}{Pb}\overset{\prime\prime\prime}{Sb}$. Hörer till Tredje Classen, 4 Ordningen.

5:e *Gruppen. Specifika vigten från* 4,8 *till* 4,2.

1. *Kopparantimonglans.* Strecket svart. För Blåsrör smälter lätt, utvecklar antimonrök; reduceras med Soda. Sammansättningen: $\overset{\prime}{Cu}\overset{\prime\prime\prime}{Sb}$. Hörer till Tredje Classen, 4 Ordningen, men finnes icke i Systemet upptagen.

2. *Olivenit.* För Blåsrör smälter och utvecklar på kol arsenik-lukt samt reduceras till ett hvitt metallkorn. Sammansättningen: $\dot{Cu}^4(\ddot{As}, \ddot{P}) + \dot{H}$. Hörer till Fjerde Classen, 1 Ordningen, men i Systemet förd till Tredje Classen.

3. *Baryt.* För Blåsrör smälter trögt till en perla som är alkalisk och ger Heparlukt. Sammansättningen: $\dot{Ba}\dddot{S}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

4. *Manganit.* Strecket rödbrunt. För Blåsrör osmältbar, med Borax i oxidationseld amethyst färg. Sammansättningen: $\dddot{Mn}\dot{H}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

5. *Witherit.* För Blåsrör smälter till en för alkali reagerande emalj, som ej är hepatisk. Sammansättningen: $\dot{Ba}\ddot{C}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

6:e *Gruppen. Specifika vigten från* 3,9 *till* 3,6.

1. *Cœlestin.* För Blåsrör smälter trögt till en alkalisk perla; färgar lågen svagt röd. Sammansättningen: $\dot{Sr}\dddot{S}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

2. *Brochantit.* För Blåsrör smälter och ger på kol koppar korn, med Soda hepar. Sammansättningen: $\dot{Cu}^3\dddot{S} + 3\dot{\bar{H}}$. Hörer till Fjerde Classen, 1 Ordningen.

3. *Strontianit.* För Blåsrör smälter ej, rundas blott i kanterne; ger alkalisk reaktion, färgar lågen röd och ger Hepar lukt. Sammansättningen: $\dot{Sr}\ddot{C}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

4. *Atakamit.* För Blåsrör färgar lågen blå, ger lukt af Saltsyra och reduceras till koppar korn. Sammansättningen: $Cu\,Cl + 3\dot{Cu} + 4\dot{\bar{H}}$. Hörer till Fjerde Classen. 2 Ordningen.

7:e *Gruppen. Specifika vigten från* 3,4 *till* 3,1.

1 *Euchroit.* För Blåsrör ger arsenik lukt och reduceras till en hvit icke magnetisk metallkula. Sammansättningen: $\dot{Cu}^4\dddot{As} + 7\dot{\bar{H}}$. Hörer till Fjerde Classen, 1 Ordningen.

2. *Scorodit.* För Blåsrör på kol som föregående men reduceras icke och ger med Soda en magnetisk kula. Sammansättningen: $\dot{Fe}^3\dddot{As} + 2\ddot{Fe}\dddot{As} + 12\dot{\bar{H}}$. Hörer till Sjette Classen, Första Ordningen.

8:e *Gruppen. Specifika vigten från* 2,95 *till* 2,6.

1. *Arragonit.* För Blåsrör sönderfaller men smälter icke, ger ett alkaliskt pulfver. Sammansättningen: $\dot{Ca}\ddot{C}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

2. *Anhydrit.* För Blåsrör ger icke vatten, smälter trögt till en alkalisk emalj, med Soda lukt af Hepar. Sammansättningen: $\dot{Ca}\dddot{S}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

3. *Hopeit.* För Blåsrör ger vatten, smälter lätt, färgar lågan grön, ger på kol Zinkrök. Sammansättningen icke känd.

4. *Pyrosklerit.* För Blåsrör smälter till ett gråagtigt glas. Sammansätningen: $2(\dot{Mg}, \dot{Fe})^3\dddot{Si} + (\ddot{Al}, \ddot{Ch})\dddot{Si} + 1\frac{1}{2}\dot{H}$. Hörer till Sjette Classen, 1 Ordningen men ej uppförd i Systemet.

5. *Picrosmin.* För Blåsrör smälter icke, med Koboltsolution svag rödagtig färg. Sammansättningen: $\dot{Mg}^3\dddot{S}^2 + \dot{H}$. Hörer till Fjerde Classen, 1 Ordningen.

Sjunde Under-afdelningen.

Hårdheten från 2,5 till 1,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 11 *till* 10.

1. *Weisstellur.* Sammansättningen: $(Ag + Pb)Te + AuTe^3$. Hörer till Tredje Classen, 9 Ordningen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 6,5 *till* 6,1.

1. *Wismuthglans.* Strecket blygrått. För Blåsrör smälter redan i yttre lågen, kokar och reduceras. Sammansättningen: BiS^3. Hörer till Andra Classen.

2. *Schilfglaserz.* Prismer af 67° vinkel. Färgen mörk blygrå förhållande för Blåsrör ej kändt. Sammansättningen: $(\acute{A}g + 2\acute{P}b)^3 \dddot{S}b + \acute{A}g^2 \dddot{S}b + \acute{P}b \dddot{S}b$. Kommer att utgöra ny ordning af den Sjunde Classen.

3. *Sprödglaserz.* Strecket svart. För Blåsrör smälter och utvecklar antimonrök. Sammansättningen: $\acute{A}g^6 \dddot{S}b$. Hörer till Tredje Classen, 4 Ordningen.

4. *Silberkupferglans.* Strecket mörkt blygrått. För Blåsrör smälter lätt under utveckling af svafvelsyrlighet, till en grå halfsmidig metallkula. Sammansättningen: $\acute{C}u \acute{A}g$. Hörer till Tredje Classen, 4 Ordningen.

5. *Nadelerz.* Strecket svartgrått. För Blåsrör smälter lätt och med kokning, färgar lågen blåagtig; kolet belägges med ett hvitt och ett gult ämne. Sammansättningen: $\acute{C}u \acute{B}i + 2\acute{P}b \acute{B}i$. Hörer till Femte Classen, 5 Ordningen. I Systemet uppförd under orätt formel.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 5,8 *till* 5,5.

1. *Bournonit.* För Blåsrör smälter, beslår kolet hvitt och grön-

gult; med Soda kopparkorn. Sammansättningen: $\acute{C}u^3 \dddot{S}b + 2\acute{P}b\,3\dddot{S}b$. Hörer till Femte Classen, 5 Ordningen.

2. *Jamesonit.* För Blåsrör decrepiterar, smälter, belägger kålet både med hvit och gul rök. Sammansättningen: $\acute{P}b^3 \dddot{S}b$. Hörer till Tredje Classen, 4 Ordningen.

3. *Kopparglans.* Strecket svart. För Blåsrör smälter i yttre lågen med kokning men stelnar uti den inre. Sammansättningen: $Cu\,S$. Hörer till Andra Classen.

4. *Antimonoxid.* Strecket hvitt. För Blåsrör smälter och förflygtigas. Sammansättningen: $\ddot{S}b$. Hörer till Andra Classen.

4:e *Gruppen. Specifika vigten från* 4,9 *till* 4,5.

1. *Pyrolusit.* För Blåsrör smälter icke. Sammansättningen: $\ddot{M}n$. Hörer till Andra Classen.

2. *Antimonglans.* För Blåsrör smälter och förflygtigas. Sammansättningen: $Sb\,S^3$ Hörer till Andra Classen.

5:e *Gruppen. Specifika vigten från* 3 *till* 2,6.

1. *Linsenerz.* För Blåsrör decrepiterar, smälter till en brun slaggmassa som delvis reduceras till hvita metallkorn. Sammansättningen: $\dot{C}u^{10} \dddot{A}s + 30\dot{H}$. Hörer till Fjerde Classen, 1 Ordningen.

2. *Polyhalit.* För Blåsrör smälter till en oklar rödaktig kula, som i inre lågen behandlad blir hvit och utgöres af ett ihåligt skal. Sammansättningen: $(\dot{K} + \dot{M}g + 2\dot{C}a)\dddot{S} + \frac{1}{2}H$. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.

3. *Thenardit.* För Blåsrör smälter och drar sig i kolet, som sedan öfvergjutit med vatten, luktar hepar. Sammansättningen: $\dot{N}a\dddot{S}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen, men ej i Systemet upptagen.

6:e *Gruppen. Specifika vigten från* 2,1 *till* 1,7.

1. *Svafvel.* För Blåsrör brinner med blå låge och förflygtigas. Sammansättningen uttryckes med S. Hörer till Första Classen.

2. *Kalisalpeter.* För Blåsrör på kol upphettadt kringkastas och förstöres under häftig detonation. Sammansättningen: $\dot{K}\ddot{N}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

3. *Zinkvitriol.* För Blåsrör bladar ut sig till en osmältbar massa, som med Koboltsolution blir grön. Sammansättningen: $\dot{Z}n\dddot{S} + 7\dot{H}$. Hörer till Fjerde Classen, 1 Ordningen.

4. *Bittersalt.* För Blåsrör smälter i början lätt, ger en hvit svagt alkalisk massa som med Koboltsolution blir ljusröd. Sammansättningen: $\dot{M}g\dddot{S} + 7\dot{H}$. Hörer till Fjerde Classen, 1 Ordningen.

5. *Svafvelsyradt kali.* För Blåsrör smälter lätt på kol till

en hepatisk massa som reagerar alkalisk. Sammansättningen: $\dot{K}\dddot{S}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

Åttonde Under-afdelningen.

Hårdheten från 1,5 till 1 och derunder.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 4,3 *till* 4,2.

1. *Sternbergit.* Sammansättningen: $\acute{Ag}\,\dot{\overline{F}e}'''^{2}$ Hörer till Andra Classen, 4 Ordningen, men är ej i Systemet upptagen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 3,6 *till* 3,5.

1. *Auripigment.* Sammansättningen: $As\,S^3$. Hörer till Andra Classen.

Femte Afdelningen.

Mineralier tillhörande det Hemiprismatiska Kristall-Systemet.

Första Under-afdelningen.

Hårdheten 7,5.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 3,1 *till* 3.

1. *Euclas.* Sammansättningen: $\dddot{\bar{B}}e\dddot{S}i + 2\dddot{\bar{A}}l\dddot{S}i$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

Andra Under-afdelningen.

Hårdheten från 6,5 till 5,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten* 6,5 *till* 5,3.

1. *Columbit.* Sammansättningen: $(\dot{M}n + 4\dot{F}e)\dddot{\bar{T}}a^2$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 5,1 *till* 4,9.

1. *Monazit.* Sammansättningen icke känd. Består af $\overset{\cdot\cdot}{\dddot{P}}$, $\dot{C}e$, $\dot{L}a$, $\dot{T}b$, $\ddot{S}n$.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 4,2 *till* 4.

1. *Gadolinit.* Sammansättningen: $(\dot{Y}, \dot{C}e, \dot{F}e)^3\dddot{S}i$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

4:e *Gruppen. Specifika vigten från* 3,6 *till* 3,1.

1. *Heterosit.* För Blåsrör lättsmält; med Soda svart slagg som drar sig i kolet, med Borsyra och Jerntråd en väl fluten regulus af Fosforjern. Sammansättningen: $3(\dot{Mn}+2\dot{Fe})^5\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}^2+5\dot{H}$. Hörer till Fjerde Classen, 1 Ordningen.

2. *Epidot.* För Blåsrör smältbar; med Soda sväller och bildar en hvit, osmältbar massa; med Koboltsolution ett blått glas. Sammansättningen: $(\dot{Ca}, \dot{Fe})^3\dddot{Si}+2\dddot{Al}\dddot{S}$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

3. *Diopsid.* För Blåsrör smältbar; med Soda bildar ett lättsmält klart glas, som med mera Soda blir oklart och osmältbart. Med Koboltsolution i smälta kanter röd. Sammansättningen: $(\dot{Ca}+\dot{Mg})^3\dddot{Si}^2$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

4. *Achmit.* För Blåsrör smältbar, med Soda ett svart glas. Sammansättningen: $\dot{Na}\dddot{Si}+\dddot{F}\dddot{Si}^2$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

5. *Chondrodit.* För Blåsrör smälter alldeles icke. Sammansättningen: $\dot{Mn}\,Mn\,F+2\dot{Mn}^3\dddot{Si}$. Hörer till Femte Classen, 4:e Ordningen.

5:e *Gruppen. Specifika vigten från* 2,7 *till* 2,4.

1. *Couzeranit.* Sönderdelas af syror, under bildande af gela-

tina. Sammansättningen: $3(\dot{Na}, \dot{K}, \dot{Mg}, \dot{Ca})\dddot{Si} + 2\,\dddot{Al}\,\dddot{Si}$. Hörer, om formeln är riktig, till Femte Classen, 2:a Ordningen.

2. *Ryakolith.* Angripes svårligen af syror. Sammansättningen: $(\dot{Na}, \dot{K})\dddot{Si} + \dddot{Al}\,\dddot{Si}$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen, men ej uti Systemet upptagen.

3. *Orthoklas.* Angripes icke af syror. Sammansättningen $\dot{K}\dddot{Si} + \dddot{Al}\,\dddot{Si}^3$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

4. *Lepolith.* Angripes icke af syror. För Blåsrör svårsmältare än någon af de föregående. Sammansättningen: $(\dot{Ca}, \dot{Na})^3\dddot{Si} + 3\,\dddot{Al}\,\dddot{Si}$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen, men finnes icke i Systemet upptagen.

Tredje Under-afdelningen.

Hårdheten från 5,5 till 4,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 7,2 *till* 7.

1. *Wolfram.* Sammansättningen: $(\dot{Mn}; \dot{Fe})\dddot{W}$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 3,7 *till* 3.

1. *Mangankisel.* För Blåsrör smälter. Med Fosforsalt i yttre lågan stark ametystfärg. Sammansättningen: $\dot{Mn}^3\dddot{Si}^2$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

2. *Triphyllin* och *Tetraphyllin.* För Blåsrör mycket lätt smält.

Med Borsyra och Jerntråd en väl fluten regulus af fosforjern; med lithionfluss ger röd låge. Sammansättningen: $(\dot{Fe}, \dot{Mn}, \dot{L})^3 \dddot{P}$ och $(\dot{Fe}, \dot{Mn}, \dot{L}, \dot{Na})^3 \dddot{P}$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen, men finnes ej i Systemet upptagen.

3. *Sphène.* För Blåsrör sväller något, men smälter blott i kanterne. Med fosforsalt uti inre lågan påblåst ametystfärg. Sammansättningen: $\dot{Ca}\ddot{Si}^2 + \dot{Ca}\ddot{Ti}^3$. Hörer till Femte Classen, 3:e Ordningen.

4. *Anthophyllith.* För Blåsrör smälter icke. Sammansättningen: $\dot{Fe}\ddot{Si} + \dot{Mg}^3\ddot{Si}^2$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

5. *Amphibol.* För Blåsrör smälter lätt, stycket vidgar sig något innan smältningen. Sammansättningen: $\dot{Ca}\ddot{Si} + (\dot{Mg}, \dot{Fe})^3\ddot{Si}^2$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

6. *Augit.* För Blåsrör smälter betydligt trögare än föregående. Sammansättningen: $(\dot{Ca} + \dot{Mg}, \dot{Fe})^3\ddot{Si}^2$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

7. *Diallage.* För Blåsrör smälter blott i kanterne. Sammansättningen: $(\dot{Mg} + \dot{Ca}, \dot{Fe}, \dot{Mn})^3\ddot{Si}^2$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

8. *Datholith.* För Blåsrör smälter och pöser som Borax; ger grön färg åt lågan. Sammansättningen troligen: $\dot{Ca}\ddot{B}^2 + \dot{Ca}\ddot{Si}^2 + \dot{H}$. Hörer till Sjette Classen, 2:a Ordningen.

9. *Wagnerit.* För Blåsrör smälter mycket trögt, med Borsyra

och jerntråd Fosforjern. Sammansättningen: $MgF + \dot{M}g^3 \overset{.....}{P}$. Hörer till Fjerde Classen, 4:de Ordningen.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från 2,9 till 2,6.*

1. *Tafelspath.* För Blåsrör med Koboltsolution blå färg å de smälta kanterna, med litet Soda fluten perla, men med mera Soda en osmältlig slagg. Sammansättningen: $\dot{C}a^3 \dddot{S}i^2$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

2. *Tremolith.* För Blåsrör med Koboltsolution en ljusröd färg å de smälta kanterne. Sammansättningen: $\dot{C}a \dddot{S}i + \dot{M}g^3 \dddot{S}i^2$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

3. *Amphodelith.* Färgen ljusröd eller hvit. För Blåsrör trögsmält; med Koboltsolution blå färg; med Soda blott slagg. Sammansättningen: $(\dot{C}a, \dot{F}e, \dot{M}g)^3 \dddot{S}i + 3\,\dddot{A}l \dddot{S}i$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen, men är icke i Systemet upptagen.

4. *Triklasit.* Färgen grön eller brun. För Blåsrör smälter i kanterne till ett blåsigt glas; af Soda upplöses icke. Sammansättningen: $(\dot{M}g, \dot{M}n, \dot{K}, \dot{N}a, \dot{F}e)^3 \dddot{S}i^2 + 3(\dddot{A}l, \dddot{F}e) \dddot{S}i + 6\dot{H}$. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

4:e *Gruppen. Specifika vigten från 2,2 till 2.*

1. *Natrolith.* För Blåsrör smälter stilla till ett vattenklart glas. Sammansättningen: $\dot{N}a \dddot{S}i + \dddot{A}l \dddot{S}i + 2\dot{H}$. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

2. *Scolezit.* För Blåsrör smälter mycket lätt, till ett skummigt, föga genomskinligt glas. Sammansättningen: $\dot{Ca}\dddot{Si}+\bar{\dot{Al}}\dddot{Si}+3\dot{H}$. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

3. *Brewsterit.* För Blåsrör smälter under det stycket utbladar sig och skummar. Sammansättningen: $3(\dot{Sr},\dot{Ba})\dddot{Si}+4\bar{\dddot{Al}}\dddot{Si}^3+18\dot{H}$. Hörer till Sjette Classen, 1 Ordningen.

Fjerde Under-afdelningen.

Hårdheten från 4,5 till 3,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 4,3 *till* 3,6.

1. *Phosphorochalcit.* Strecket grönt. Sammansättningen: $\dot{Cu}^5\dddot{\bar{P}}+5\dot{H}$. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.

2. *Barytochalcit.* Strecket hvitt. Sammansättningen: $(\dot{Ba}+\dot{Ca})\ddot{C}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 2,6 *till* 2,5.

1. *Pyrallolith.* För Blåsrör glödgad i kolf blir alldeles svart. Sammansättningen: $\dot{Mg}^3\dddot{Si}^2$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

Femte Under-afdelningen.

Hårdheten från 3,5 till 2,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 7 *till* 6,8.

2. *Vauquelinit.* För Blåsrör sväller och smälter under pösning

till en grå metallglänsande kula, reduceras icke. Sammansättningen: $(\dot{Cu} + 2\dot{Pb})^3 \dddot{Cr}^2$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 6,1 *till* 6.

1. *Chromsyradt Bly.* För Blåsrör decrepiterar, smälter, breder ut sig på kolet och reduceras till en del. Sammansättningen: $\dot{Pb}\dddot{Cr}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 4,3 *till* 4,1.

1. *Strahlerz.* Sammansättningen icke känd, består af $\ddot{As}$, $\dot{Cu}$, $\dot{Fe}$, $\dot{H}$.

4:e *Gruppen. Specifika vigten från* 3,9 *till* 3,7.

1. *Kopparlazur.* Sammansättningen: $2\dot{Cu}\ddot{C} + \dot{Cu}\dot{H}$. Hörer till Femte Classen, 1 Ordningen.

5:e *Gruppen. Specifika vigten från* 2,3 *till* 2,2.

1. *Stilbit.* Äger en mycket fullkomlig genomgångsyta. Sammansättningen: $3\dot{Ca}\dddot{Si} + 4\ddot{Al}\dddot{Si}^3 + 18\dot{H}$. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

2. *Huraulith.* Äger ingen genomgångsyta. Sammansättningen: $(\dot{Fe} + 3\dot{Mn})^5\ddot{P}^2 + 7\dot{H}$. Hörer till Fjerde Classen, 1 Ordningen.

Sjette Under-afdelningen.

Hårdheten från 2,5 till 1,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 7 *till* 6,8.

1. *Lanarkit.* Strecket hvitt. För Blåsrör smälter och reduceras

lätt. Sammansättningen: $\dot{Pb}\ddot{C}+\dot{Pb}\dddot{S}$. Hörer till Femte Classen, 3:e Ordningen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 6,4 *till* 6,2.

1. *Leadhillith.* För Blåsrör med Soda och Kiseljord färg af hepar. Sammansättningen: $3\dot{Pb}\ddot{C}+\dot{Pb}\dddot{S}$. Hörer till Femte Classen, 3:e Ordningen.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 5,4 *till* 5,2.

1. *Plagionit.* För Blåsrör med Soda hepar, som kryper i kolet och qvarlemnar blykulor. Sammansättningen: $\acute{Pb}^4\overset{'''}{\bar{S}b}^3$. Hörer till 4:e Ordningen af Tredje Classen, men ej i Systemet upptagen.

2. *Myargyrit.* För Blåsrör med Soda hepar och hvita metallkulor, som länge påblåsta förhålla sig som rent silfver. Sammansättningen: $\acute{Ag}\overset{'''}{\bar{S}b}$. Hörer till Tredje Classen, 4:e Ordningen.

4:e *Gruppen. Specifika vigten från* 4 *till* 3,6.

1. *Malachit.* Sammansättningen: $\dot{Cu}^2\ddot{C}+\dot{H}$. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.

5:e *Gruppen. Specifika vigten från* 3,2 *till* 2,6.

1. *Johannit.* För Blåsrör med Soda en hepatisk massa och kopparkorn. Sammansättningen icke fullständigt känd, håller $\dddot{S}$, $\dddot{\bar{U}}$, $\dot{H}$.

2. *Lithionglimmer.* För Blåsrör med Soda ett blåsigt glas, med lithionfluss röd låge. Sammansättningen icke fullständigt känd; håller: $\dot{L}i, \dot{K}, Fl, \dddot{A}l, \dddot{S}i$.

3. *Tvåaxig Glimmer.* För Blåsrör med Soda en mer eller mindre färgad slaggmassa. Sammansättningen är å detta mineral ej rätt känd, bildas troligen af flera olika föreningar.

4. *Glauberit.* För Blåsrör med Soda en hepatisk massa. Sammansättningen: $(\dot{N}a + \dot{C}a)\dddot{S}$. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

5. *Pharmakolith.* För Blåsrör med Soda stark arsenik lukt. Sammansättningen: $\dot{C}a^2\ddot{\ddot{A}}s + 6\dot{H}$. Hörer till Fjerde Classen, 1 Ordningen.

6:e *Gruppen. Specifika vigten från* 2,3 *till* 2.

1. *Laumontit.* För Blåsrör smälter till hvit emalj; med Soda klart glas. Sammansättningen: $\dot{C}a^3\dddot{S}i^2 + 3\dddot{A}l\dddot{S}i^2 + 12\dot{H}$. Hörer till Sjette Classen, 1 Ordningen.

2. *Trona.* För Blåsrör smälter, kryper i kolet, utan att lemna lukt af hepar. Sammansättningen: $\dot{N}a^2\ddot{C}^3 + 4\dot{H}$. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.

3. *Botryogène.* För Blåsrör ger lukt af svafvelsyrlighet och qvarlemnar Jernoxid. Sammansättningen: $\dot{F}e^3\dddot{S}^2 + 3\ddot{F}e\dddot{S}^2 + 36\dot{H}$. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

7:e *Gruppen. Specifika vigten från* 1,95 *till* 1,7.

1. *Gaylyssit.* För Blåsrör smälter till en oklar alkalisk perla. Sammansättningen: $(\dot{C}a+\dot{N}a)\ddot{C} + 6\dot{H}$. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.

2. *Jernvitriol.* Blågrön. För Blåsrör utvecklar gas af svafvelsyrlighet, med qvarlemnande af Jernoxid. Sammansättningen: $\dot{F}e\dddot{S} + 6\dot{H}$. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.

3. *Tinkal.* För Blåsrör smälter efter mycken pösning till klar perla. Sammansättningen: $\dot{N}a\ddot{\bar{B}}^2 + 10\dot{H}$. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.

Sjunde Under-afdelningen.

Hårdheten från 1,5 till 1 och derinunder.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 5,8 *till* 5,7.

1. *Schrifterz.* Sammansättningen: $AgTe + 3AuTe^3$. Hörer till Tredje Classen, 9:e Ordningen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 4,6 *till* 4,5.

1. *Antimonblende.* Sammansättningen: $\dddot{S}b + 2\overset{\prime\prime\prime}{S}b$. Hörer till Tredje Classen, 5:e Ordningen.

3:e *Gruppen. Specifika vigten från* 3,6 *till* 3,5.

1. *Realgar.* Sammansättningen: AsS. Hörer till Andra Classen.

4:e *Gruppen. Specifika vigten från* 3,1 *till* 2,2.

1. *Koboltblüthe.* För Blåsrör smälter lätt med utveckling af Arsenikrök till en liten grå metallkula. Sammansättningen: $\dot{\mathrm{C}}\mathrm{o}^3\dddot{\mathrm{A}}\mathrm{s}+9\dot{\mathrm{H}}$. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.

2. *Wiwianit.* För Blåsrör smälter mycket lätt till en svart kula, som drages af magneten. Sammansättningen: $\mathrm{Fe}^3\dddot{\mathrm{P}}+6\dot{\mathrm{H}}$. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.

3. *Gips.* För Blåsrör smälter till en hvit emalj; på kol glödgad ger en massa af alkalisk smak och hepatisk lukt. Sammansättningen: $\dot{\mathrm{C}}\mathrm{a}\dddot{\mathrm{S}}+2\dot{\mathrm{H}}$. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.

5:e *Gruppen. Specifika vigten från* 1,5 *till* 1,4.

1. *Glaubersalt.* Har en bitter smak. För Blåsrör ger på kol en hepatisk massa. Sammansättningen: $\dot{\mathrm{N}}\mathrm{a}\dddot{\mathrm{S}}+10\dot{\mathrm{H}}$. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.

2. *Soda.* Har en alkalisk smak. För Blåsrör smälter och uppsupes af kolet. Sammansättningen: $\dot{\mathrm{N}}\mathrm{a}\ddot{\mathrm{C}}+10\dot{\mathrm{H}}$. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.

3. *Borsyra.* För Blåsrör smälter lätt, uppsupes ej af kolet, färgar lågan grön. Sammansättningen: $\dddot{\mathrm{B}}\dot{\mathrm{H}}^3$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

Sjette Afdelningen.

Mineralier tillhörande det Tetartoprismatiska Kristall-Systemet.

Första Under-afdelningen.

Hårdheten från 7 till 6,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 3,3 *till* 3.

1. *Axinit.* Sammansättningen ej känd, består af $\dot{Ca}$,$\dot{Fe}$,$\dot{Mn}$,$\dddot{Al}$,$\dddot{Si}$,$\dddot{Bo}$. Hör troligen till Sjunde Classen, 1 Ordningen.

Andra Under-afdelningen.

Hårdheten från 6,5 till 5,6.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 3,7 *till* 3,4.

1. *Cyanit.* För Blåsrör osmältlig. Sammansättningen: $\dddot{Al}^2 \dddot{Si}$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

2. *Babingtonnit.* För Blåsrör smälter lätt. Sammansättningen icke bekant.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 2,8 *till* 2,4.

1. *Labrador.* Visar irisering åtminstone uti en direktion. Sam-

mansättningen: $(\dot{Na} + 3\,\dot{Ca})\,\dddot{Si} + \dddot{Al}\,\dddot{Si}$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

1. *Anorthit.* I Saltsyra löslig. Sammans.: $(\dot{Ca}, \dot{Mg}, \dot{K}, \dot{Na})^3\,\dddot{Si} + 3\,\dddot{Al}\,\dddot{Si}$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

3. *Albit.* Sönderdelas icke af Saltsyra. Sammansättningen $\dot{Na}\,\dddot{Si} + \dddot{Al}\,\dddot{Si}^3$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

4. *Oligoklas.* Smälter lättare än de 3:ne föregående. Sammansättningen: $(\dot{Na}, \dot{K}, \dot{Ca}, \dot{Mg})\,\dddot{Si} + \dddot{Al}\,\dddot{Si}^2$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

5. *Petalith.* För Blåsrör med lithionfluss röd låga. Sammansättningen: $\dot{Li}\,\dddot{Si}^2 + \dddot{Al}\,\dddot{Si}^3$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen

Tredje Under-afdelningen.

Hårdheten från 5,5 till 5.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från* 3,5 *till* 3,4.

1. *Diaspor.* För Blåsrör decrepiterar i kolf ytterst starkt. Sammansättningen: $\dddot{Al}\,\dot{H}$. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

2:a *Gruppen. Specifika vigten från* 2,7 *till* 2,6.

1. *Latrobit.* Sammansättningen: $(\dot{K} + 2\,\dot{Ca})^3\,\dddot{Si} + 15\,\dddot{Al}\,\dddot{Si}$. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

Fjerde Under-afdelningen.

Hårdheten från 2,5 till 2.

1:a *Gruppen. Specifika vigten från 2,3 till 2,2.*

1. *Kopparvitriol.* Sammansättningen: $\dot{Cu}\dddot{S}+5\dot{H}$. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.

CONSIDÉRATIONS ULTÉRIEURES

SUR LES

PRINCIPES DU CALCUL DIFFÉRENTIEL,

PAR

N. G. DE SCHULTÉN.

(Lu à la Société, le 24 Janvier 1842.)

Dans un mémoire présenté à la Société il y a trois ans, j'ai développé les principes du Calcul Différentiel d'une manière différente de celles qui m'étaient connues auparavant, et qui me paraissait avoir l'avantage de ne laisser rien à désirer pour la rigueur et la simplicité, sans s'écarter des idées reçues habituellement sur ce sujet, dont l'emploi offre des avantages particuliers. M'étant dans ce mémoire borné à la considération des fonctions d'une seule variable, j'ai cru cependant y devoir ajouter encore quelques remarques tendantes à éclaircir le sujet dont il s'agit pour des fonctions d'un nombre quelconque de variables. C'est ce complément du mémoire cité que j'ai l'honneur de soumettre actuellement à la Société.

Pour suivre ici la marche tracée dans le mémoire précédent, je commencerai par proposer la définition suivante du

développement d'une fonction d'un nombre quelconque de variables :

Développer une fonction quelconque $f(t, u, v, ..)$ suivant les puissances de t, u, v, .., c'est former un nombre arbitraire de termes de la forme

$$at^g u^h v^k .. + bt^l u^m v^n .. + .. ct^p u^q v^r ..$$

(les exposants $g, h, k, ..,$ $l, m, n, ..,$ $p, q, r, ..,$ ainsi que les coefficients $a, b, c, ..,$ ne dépendant pas de $t, u, v, ..$), dans lesquels

$$g + h + k + .. = l + m + n + .. = .. = p + q + r + ..$$

et qui se succèdent d'après une telle loi, que le reste qui complète l'identité de leur somme avec $f(t, u, v, ..)$ pour toutes les valeurs de $t, u, v, ..,$ changé en fonction de $s, \alpha, \beta, \gamma, ..$ par la substitution de $\alpha s, \beta s, \gamma s, ..$ au lieu de $t, u, v, ..$ et divisé par la puissance de s dont l'exposant est la somme de ceux de chaque produit du dernier terme, offre une fonction des variables $s, \alpha, \beta, \gamma, ..$ qui, pour des valeurs quelconques finies *) de

*) Par des valeurs *finies* j'entends ici des valeurs *ni nulles ni infinies*, ce qui n'empêche pas que dans plusieurs cas du développement en question la fonction dont il s'agit ne s'évanouisse aussi pour des valeurs nulles ou infinies des coefficients cités. L'une ou l'autre de ces espèces de valeurs n'ayant cependant pas lieu pour $\alpha, \beta, \gamma, ..$ dans un cas particulier quelconque du développement défini ci-dessus, il nous a été nécessaire de les exclure toutes deux de notre définition, afin de donner à celle-ci une étendue suffisante.

$\alpha, \beta, \gamma, \ldots$, s'évanouit constamment lorsque $s = o$, ou constamment lorsque $\frac{1}{s} = o$ *).

De cette définition résulte sur-le-champ que la supposition de

$$t = \alpha s, \quad u = \beta s, \quad v = \gamma s, \quad \text{etc.}$$

($\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ ayant des valeurs quelconques finies et indépendantes de s), qui change la fonction

$$f(t, u, v, \ldots)$$

---

*) L'identité de cette définition avec celle de notre premier mémoire (voir p. 424 de ce Tome) est manifeste lorsqu'il s'agit de fonctions d'une seule variable, puisque la fonction

$$\frac{\varphi x}{x^p}$$

s'évanouissant pour $x = o$ ou $\frac{1}{x} = o$, celle de

$$\frac{\varphi(\alpha s)}{s^p}$$

le fera évidemment de même pour $s = o$ ou $\frac{1}{s} = o$ lorsque α a une valeur quelconque finie, et vice-versa. Ce n'est que pour simplifier la définition autant que possible dans le cas de fonctions d'une seule variable, lequel s'offre le plus fréquemment, que nous l'avons présentée sous une forme un peu différente de celle dont il s'agit maintenant. Du reste l'analogie générale entre la définition proposée ici pour des fonctions d'un nombre quelconque de variables et celle de notre premier mémoire pour des fonctions d'une seule variable est évidente, puisque celle-ci porte en substance que le quotient de la division du reste supplémentaire par le dernier terme du développement s'évanouit pour $u = o$ ou $\frac{1}{u} = o$, et celle-là que le même quotient s'évanouit pour $s = o$ ou $\frac{1}{s} = o$ quelles que soient les valeurs de $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$, pourvu qu'elles soient finies et que leur substitution au lieu de $t, u, v, \ldots$ ne fasse pas évanouir le dernier terme lui-même. La dernière de ces deux conditions est en effet indispensable, comme le prouve p. ex. la fonction $t - u + u^2$, pour laquelle

en fonction de s, réduit en même temps chaque terme de la forme déterminée ci-dessus que fournirait le développement de $f(t, u, v, ..)$ par rapport à $t, u, v, ..$, à un terme du développement de la fonction

$$f(\alpha s, \beta s, \gamma s, ..)$$

par rapport à s, les hypothèses de $s = o$ et $\frac{1}{s} = o$ dans le premier développement correspondant respectivement à celles de $s = o$ et $\frac{1}{s} = o$ dans le second: remarque importante pour la théorie du développement des fonctions à plusieurs variables, comme on le verra par l'application que nous allons en faire pour la déduction des conséquences suivantes entièrement analogues à celles de notre premier mémoire p. 424—426.

1:o Dans la première hypothèse de notre définition, ou celle de $s = o$, les sommes des exposants de $t, u, v, ..$ dans les termes mentionnés ci-dessus tendront de plus en plus vers l'infini positif, et le contraire aura lieu dans l'hypothèse de $\frac{1}{s} = o$.

Car, si cela n'avait pas lieu dans l'une ou dans l'autre hypothèse, les exposants de s dans le développement de la fonction

---

$$\frac{\beta^2 s^2}{(\alpha - \beta) s}$$

ne s'évanouit pas nécessairement dans le cas de $s = o$, si l'on ne suppose en même temps que $\alpha - \beta$ ne soit pas égale à zéro. — On observera aussi que, dans le développement des fonctions de plusieurs variables, le quotient de la division du reste supplémentaire par le dernier terme du développement ne s'évanouit pas toujours pour des valeurs nulles ou infinies de ces variables, comme paraît l'exiger l'analogie avec les fonctions d'une seule variable, ainsi que le montre p. ex. la fonction particulière même que nous venons de considérer.

$f(\alpha s, \beta s, \gamma s, ..)$ relativement à cette variable et dans la même hypothèse, lesquels seront les sommes en question, ne se succéderaient pas suivant la loi prouvée dans le mémoire souvent cité (p. 424, 425 de ce Tome).

2:o Au contraire, si, dans un développement de $f(t, u, v, ..)$ relativement à $t, u, v, ..,$ les sommes des exposants en question tendent de plus en plus vers l'infini positif, ce développement se rapportera à l'hypothèse de $s = o$, et, si ces sommes tendent de plus en plus vers l'infini négatif, il aura lieu dans celle de $\frac{1}{s} = o$.

Car si, dans le premier cas, le développement de $f(t, u, v, ..)$ répondait à l'hypothèse de $\frac{1}{s} = o$, celui de $f(\alpha s, \beta s, \gamma s, ..)$ suivant s, obtenu par la substitution de $\alpha s, \beta s, \gamma s, ..$ pour $t, u, v, ..$ dans la suite donnée et par conséquent *ascendant*, se rapporterait, d'après ce qui précède, à la même hypothèse de $\frac{1}{s} = o$, ce qui répugnerait à la 2:e vérité générale relative au développement des fonctions d'une seule variable, prouvée dans notre premier mémoire, p. 425.

La même démonstration aura lieu pour l'autre cas.

3:o Les termes de la forme ci-dessus qui résultent du développement d'une fonction quelconque uniforme de $t, u, v, ..,$ sont entièrement *déterminés* tant dans l'hypothèse de $s = o$ que dans celle de $\frac{1}{s} = o$, de sorte qu'un changement quelconque étant apporté à un coefficient ou exposant de quelqu'un de ces termes, ce terme ne pourra plus appartenir au développement de la fonction donnée dans l'hypothèse en question.

Soient les suites

$$z + at^g u^h v^k .. + bt^l u^m v^n .. + .. ct^p u^q v^r .. + \varphi(t, u, v, ..)$$

et

$$z + a_{,}t^{g'} u^{h'} v^{k'} .. + b_{,}t^{l'} u^{m'} v^{n'} .. + .. c_{,}t^{p'} u^{q'} v^{r'} .. + \varphi_{,}(t, u, v, ..)$$

toutes deux des résultats du développement de la fonction $f(t, u, v, ..)$ par rapport à $t, u, v, ..$ dans la même hypothèse, z représentant l'ensemble des termes qui y précèdent le dernier, lesquels nous supposons les mêmes pour les deux séries, et $\varphi(t, u, v, ..)$, $\varphi_{,}(t, u, v, ..)$ les restes qui complètent l'identité des deux suites avec $f(t, u, v, ..)$ pour des valeurs quelconques de $t, u, v, ..$ Nous allons prouver que les termes

$$at^g u^h v^k .. + bt^l u^m v_n .. + .. ct^p u^q v^r ..$$

et

$$a_{,} t^{g'} u^{h'} v^{k'} .. + b_{,} t^{l'} u^{m'} v^{n'} .. + .. c_{,} t^{p'} u^{q'} v^{r'} ..$$

qui dans ces séries précèdent immédiatement les fonctions φ et $\varphi_{,}$, sont nécessairement identiques tant pour les coefficients que pour les exposants.

Car si l'on suppose dans ces deux suites

$$t = \alpha s, \; u = \beta s, \; v = \gamma s, \text{ etc.},$$

où $\alpha, \beta, \gamma, ..$ ont des valeurs quelconques finies et indépendantes de s, les résultats de cette substitution, lesquels nous représenterons par

$$\lambda + (a \alpha^g \beta^h \gamma^k .. + b \alpha^l \beta^m \gamma^n .. + .. c \alpha^p \beta^q \gamma^r ..) s^r + \varphi(\alpha s, \beta s, \gamma s, ..)$$

et

$$\lambda + (a_{\prime}\alpha^{g'}\beta^{h'}\gamma^{k'}\ldots + b_{\prime}\alpha^{l'}\beta^{m'}\gamma^{n'}\ldots + \ldots c_{\prime}\alpha^{p'}\beta^{q'}\gamma^{r'}\ldots)s^{c'} + \varphi_{\prime}(\alpha s, \beta s, \gamma s, \ldots),$$

seront, d'après ce qui précède, l'un et l'autre des suites dues au développement de la fonction

$$f(\alpha s, \beta s, \gamma s, \ldots)$$

relativement à s et dans la même hypothèse. Ces deux séries étant identiques d'après la théorie du développement des fonctions d'une seule variable, exposée dans notre premier mémoire (p. 426 de ce Tome), les coefficients

$$a\alpha^{g}\beta^{h}\gamma^{k}\ldots + b\alpha^{l}\beta^{m}\gamma^{n}\ldots + \ldots c\alpha^{p}\beta^{q}\gamma^{r}\ldots$$

et

$$a_{\prime}\alpha^{g'}\beta^{h'}\gamma^{k'}\ldots + b_{\prime}\alpha^{l'}\beta^{m'}\gamma^{n'}\ldots + \ldots c_{\prime}\alpha^{p'}\beta^{q'}\gamma^{r'}\ldots$$

des termes qui y précèdent les restes supplémentaires seront aussi identiques pour des valeurs quelconques finies de $\alpha, \beta, \gamma, \ldots,$ ce qui évidemment ne pourra avoir lieu à moins qu'ils ne s'accordent entièrement tant pour les coefficients que pour les exposants, puisqu'autrement ils ne seraient identiques que pour des valeurs *particulières* de $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ Or, en changeant dans ces expressions $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ respectivement en $t, u, v, \ldots,$ elles offriront les termes mêmes dont il fallait prouver l'identité. Donc ceux-ci seront aussi entièrement identiques.

Il se présente ici une remarque analogue à celle faite dans notre premier mémoire relativement aux fonctions d'une seule vari-

able, savoir qu'au contraire l'identité de deux suites de termes tels que nous supposons ici, quoique subsistant indéfiniment, n'entraîne pas l'identité des fonctions à plusieurs variables dont le développement les produirait. Pour s'en convaincre il suffira d'observer que par ex. la série

$$1 - 2t + 3u + 4t^2 - 12tu + 9u^2 - 8t^3 + 36t^2u - 54tu^2 + 27u^3 + \ldots$$

résulte également du développement de la fonction

$$\frac{1}{1 + 2t - 3u}$$

et de celui de la fonction

$$\frac{1}{1+2t-3u} + e^{-\left(\frac{1}{2t-3u}\right)^2},$$

e étant la base des logarithmes népériens *).

Ces notions générales établies, nous allons effectuer le développement de la fonction

$$f(x+h, y+k, z+l, \ldots)$$

---

*) La vérité ci-dessus s'établit généralement par la remarque qu'une série ascendante quelconque

$$Ax^a + Bx^b + \ldots Cx^c + \varphi x,$$

où les exposants $a, b, c, \ldots$ sont des nombres *entiers positifs*, étant produite par le développement de la fonction

$$Fx$$

relativement à la variable x, celle de

par rapport à $h, k, l, ..$, dans l'hypothèse précédemment mentionnée de $s = o$, f représentant une fonction *quelconque*.

On verra que, pour cette opération, il n'y aura qu'à développer cette fonction *successivement* par rapport à toutes les vari-

---

$$A(dt^g u^h v^k .. + et^l u^m v^n .. + .. ft^p u^q v^r ..)^a$$

$$+ B(dt^g u^h v^k .. + et^l u^m v^n .. + .. ft^p u^q v^r ..)^b$$

$$+ \ldots \ldots \ldots \ldots$$

$$+ C(dt^g u^h v^k .. + et^l u^m v^n .. + .. ft^p u^q v^r ..)^c$$

$$+ \varphi(dt^g u^h v^k .. + et^l u^m v^n .. + .. ft^p u^q v^r ..),$$

où

$$g + h + k + .. = l + m + n + .. = .. = p + q + r + ..,$$

exprimera nécessairement le développement de la fonction

$$F(dt^g u^h v^k .. + et^l u^m v^n .. + .. ft^p u^q v^r ..)$$

par rapport aux variables $t, u, v, ..$; ce qui est évident, puisque la fonction

$$\frac{\varphi x}{x^c}$$

s'évanouissant, d'après l'hypothèse, pour $x = o$, celle de

$$\frac{\varphi[(d\alpha^g \beta^h \gamma^k .. + e\alpha^l \beta^m \gamma^n .. + .. f\alpha^p \beta^q \gamma^r ..)\, s\delta]}{s^{c\delta}},$$

où $\delta = g + h + k + ..$ et $\alpha, \beta, \gamma, ..$ ont des valeurs quelconques finies, le fera nécessairement de même pour $s = o$ si δ est positive, et pour $\frac{1}{s} = o$ si cette somme est négative, ainsi que l'exige la définition ci-dessus.

ables dont il s'agit, à l'aide de l'équation générale déduite dans notre premier mémoire pour le développement de

$$f(x+h)$$

relativement à la variable h (p. 461 de ce Tome).

Considérons d'abord la fonction

$$f(x+h, y+k).$$

Son développement par rapport à k donnera (la notation générale

$$f^{(n)}_{p.q..r}(x, y, z, ..),$$

analogue à celle de

$$f^{(n)}x$$

relative aux fonctions d'une seule variable, étant employée pour désigner la fonction dérivée du n^e ordre de $f(x, y, z, ..)$, obtenue par des dérivations au nombre de n opérées sur cette fonction successivement par rapport à celles de ses variables qui, à partir de la première inclusivement, y occupent la $p^e, q^e, ..r^e$ place)

$$\begin{aligned} f(x+h, y+k) = \; & f(x+h, y) + f'_2(x+h, y).\, k \\ & + f''_{2.2}(x+h, y).\frac{k^2}{1.2} + f'''_{2.2.2}(x+h, y)\frac{k^3}{1.2.3} \\ & + \ldots\ldots\ldots\ldots \\ & + f^{(n)}_{2.2..2}(x+h, y).\frac{k^n}{1.2..n} + q(x+h, y, k) \end{aligned}$$

Or le développement des fonctions $f, f'_2, \ldots f^{(n)}_{2.2\ldots2}$ du second membre de cette équation par rapport à h nous donne

$$f(x+h,y)=f(x,y)+f'_1(x,y)\cdot h+f''_{1.1}(x,y)\cdot\frac{h^2}{1.2}\left.\begin{matrix}\\ +f'''_{1.1.1}(x,y)\cdot\frac{h^3}{1.2.3}+\ldots f^{(n)}_{1.1\ldots1}(x,y)\cdot\frac{h^n}{1.2\ldots n}+\psi(x,h,y)\end{matrix}\right\},$$

$$f'_2(x+h,y)=f'_2(x,y)+f''_{2.1}(x,y)\cdot h+f'''_{2.1.1}(x,y)\cdot\frac{h^2}{1.2}\left.\begin{matrix}\\ +\ldots f^{(n)}_{2.1\ldots1}(x,y)\cdot\frac{h^{n-1}}{1.2\ldots(n-1)}+\psi_1(x,h,y)\end{matrix}\right\},$$

$$f''_{2.2}(x+h,y)=f''_{2.2}(x,y)+f'''_{2.2.1}(x,y)\cdot h\left.\begin{matrix}\\ +\ldots f^{(n)}_{2.2\ldots1}(x,y)\cdot\frac{h^{n-2}}{1.2\ldots(n-2)}+\psi_2(x,h,y)\end{matrix}\right\},$$

$$f'''_{2.2.2}(x+h,y)=f'''_{2.2.2}(x,y)+\ldots f^{(n)}_{2.2.2\ldots1}(x,y)\cdot\frac{h^{n-3}}{1.2\ldots(n-3)}+\psi_3(x,h,y),$$

. . . .

$$f^{(n)}_{2.2\ldots2}(x+h,y)=f^{(n)}_{2.2\ldots2}(x,y)+\psi_n(x,h,y).$$

Donc on aura identiquement, pour toutes les valeurs de x, y, h et k,

$$
\begin{aligned}
f(x+h,y+k)=f(x,y)&+f'_{1}(x,y).h+f''_{1.1}(x,y)\cdot\frac{h^2}{1.2}+f'''_{1.1.1}(x,y)\cdot\frac{h^3}{1.2.3}+\ldots\\
&+f'_{2}(x.y).k+f''_{2.1}(x,y).\,hk+f'''_{2.1.1}(x,y)\cdot\frac{h^2k}{1.2}+\ldots\\
&+f''_{2.2}(x,y)\cdot\frac{k^2}{1.2}+f'''_{2.2.1}(x,y)\cdot\frac{hk^2}{1.2}+\ldots\\
&+f'''_{2.2.2}(x,y)\cdot\frac{k^3}{1.2.3}+\ldots\\
&+\ldots
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\ldots f^{(n)}_{1.1..1}(x,y)\cdot\frac{h^n}{1.2..n} &&+\psi(x,h,y)\\
&\ldots f^{(n)}_{2.1..1}(x,y)\cdot\frac{h^{n-1}k}{1.2..(n-1)} &&+\psi_1(x,h,y).k\\
&\ldots f^{(n)}_{2.2..1}(x,y)\cdot\frac{h^{n-2}k^2}{1.2..(n-2).1.2} &&+\psi_2(x,h,y)\cdot\frac{k^2}{1.2}\\
&\ldots f^{(n)}_{2.2.2..1}(x,y)\cdot\frac{h^{n-3}k^3}{1.2..(n-3).1.2.3} &&+\psi_3(x,h,y)\cdot\frac{k^3}{1.2.3}\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\ldots f^{(n)}_{2.2..2}(x,y)\cdot\frac{k^n}{1.2..n} &&+\psi_n(x,h,y)\cdot\frac{k^n}{1.2..n}\\
& &&+\varphi(x+h,y,k)
\end{aligned}
$$

Le second membre de cette équation, dont les termes se succèdent suivant une loi manifeste, constitue le véritable déve-

loppement de la fonction $f(x+h, y+k)$ par rapport à h, k, dans l'hypothèse adoptée $s=o$, tant qu'il s'agira des valeurs de x et y en général. Pour le prouver, nous ferons observer que la fonction

$$\left\{\psi(x, \alpha s, y) + \psi_1(x, \alpha s, y) \cdot \beta s + \psi_2(x, \alpha s, y) \cdot \frac{\beta^2 s^2}{1.2}\right.$$

$$\left. + \ldots \psi_n(x, \alpha s, y) \cdot \frac{\beta^n s^n}{1.2\ldots n} + \varphi(x+\alpha s, y, \beta s)\right\} : s^n$$

qui peut être mise sous la forme

$$\frac{\psi(x, \alpha s, y)}{s^n} + \frac{\psi_1(x, \alpha s, y)}{s^{n-1}} \cdot \beta + \frac{\psi_2(x, \alpha s, y)}{s^{n-2}} \cdot \frac{\beta^2}{1.2}$$

$$+ \ldots \psi_n(x, \alpha s, y) \cdot \frac{\beta^n}{1.2\ldots n} + \frac{\varphi(x+\alpha s, y, \beta s)}{s^n},$$

s'évanouit évidemment pour $s=o$ et des valeurs quelconques finies de α et β, lorsqu'il s'agit des valeurs de x et y en général, puisque, d'après ce qui précède, les fonctions

$$\frac{\psi(x, h, y)}{h^n}, \quad \frac{\psi_1(x, h, y)}{h^{n-1}}, \quad \frac{\psi_2(x, h, y)}{h^{n-2}}, \ \ldots \ \psi_n(x, h, y)$$

ont la propriété de s'évanouir pour $h=o$ et des valeurs de x, y en général, ainsi que celle de

$$\frac{\varphi(x+h, y, k)}{k^n}$$

de s'évanouir pour $k=o$ et des valeurs de $x+h$ et y en général, et que par conséquent chacune des fonctions

$$\frac{\psi(x, \alpha s, y)}{s^n}, \quad \frac{\psi_1(x, \alpha s, y)}{s^{n-1}}, \quad \ldots \psi_n(x, \alpha s, y), \quad \frac{\varphi(x+\alpha s, y, \beta s)}{s^n}$$

s'évanouit nécessairement pour $s=o$ et des valeurs quelconques finies de α et β, tant qu'il s'agira des valeurs de x et y en général.

Passons maintenant à la fonction

$$f(x+h, y+k, z+l).$$

Son développement par rapport à l nous donne d'abord

$$\left. \begin{aligned} f(x+h, y+k, z+l) = f(x+h, y+k, z) &+ f'_3(x+h, y+k, z) . l \\ &+ \ldots f^{(n)}_{3.3\ldots3}(x+h, y+k, z) . \frac{l^n}{1.2\ldots n} \\ &+ \varphi(x+h, y+k, z, l) \end{aligned} \right\}.$$

Or le résultat général que nous venons d'obtenir pour le développement de $f(x+h, y+k)$ fournit ceux de

$$\left. \begin{aligned} f(x+h, y+k, z) = f(x, y, z) + f'_1(x, y, z) . h + f''_{1.1}(x, y, z) . \frac{h^2}{1.2} + \ldots a h^n \\ + f'_2(x, y, z) . k + f''_{2.1}(x, y, z) . hk + \ldots b h^{n-1} k \\ + f''_{2.2}(x, y, z) . \frac{k^2}{1.2} + \ldots c h^{n-2} k^2 \\ + \ldots\ldots\ldots \\ . i \\ + \psi(x, y, h, k, z) \end{aligned} \right\},$$

$$f'_3(x+h,\ y+k,z)=f'_3(x,y,z)+f''_{3.1}(x,y,z).h+..a_1h^{n-1}\left.\begin{matrix}\\ +f''_{3.2}(x,y,z).k+..b_1h^{n-1}k\\ +.....\\ e_1k^{n-1}\end{matrix}\right\},$$
$$+\psi_1(x,y,h,k,z)$$

$$f''_{3.3}(x+h,\ y+k,z)=f''_{3.3}(x,y,z)+..a_2h^{n-2}\left.\begin{matrix}\\ +.....\\ e_2k^{n-2}\end{matrix}\right\}+\psi_2(x,y,h,k,z),$$

. . . .

$$f^{(n)}_{3.3..3}(x+h,\ y+k,z)=a_n+\psi_n(x,y,h,k,z),$$

$a..e$, $a_1..e_1$, $a_2..e_2$, .. a_n représentant, pour abréger, les fonctions de x, y, z contenues dans les termes qui précèdent immédiatement les restes supplémentaires.

Donc

$$f(x+h,\ y+k,\ z+l)=f(x,y,z)+f'_1(x,y,z).h+f''_{1.1}(x,y,z).\frac{h^2}{1.2}+..\left.\begin{matrix}\\ +f'_2(x,y,z).k+f''_{2.1}(x,y,z).hk+..\\ +f''_{2.2}(x,y,z).\frac{k^2}{1.2}+..\\ +f'_3(x,y,z).l+f''_{3.1}(x,y,z).hl+..\\ +f''_{3.2}(x,y,z).kl+..\\ +f''_{3.3}(x,y,z).\frac{l^2}{1.2}+..\\ +..\end{matrix}\right\}$$

$$
\begin{array}{ll}
\ldots\; ah^n + bh^{n-1}k + \ldots ck^n & + \psi(x, y, h, k, z) \\
\ldots\; (a_1h^{n-1} + b_1h^{n-2}k + \ldots c_1k^{n-1})\, l & + \psi_1(x, y, h, k, z) \cdot l \\
\ldots\; (a_2h^{n-2} + b_2h^{n-3}k + \ldots c_2k^{n-2}) \cdot \frac{l^2}{1 \cdot 2} & + \psi_2(x, y, h, k, z) \cdot \frac{l^2}{1 \cdot 2} \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\; a_n \cdot \frac{l^n}{1 \cdot 2 \ldots n} & + \psi_n(x, y, h, k, z) \cdot \frac{l^n}{1 \cdot 2 \ldots n} \\
 & + \varphi(x + h, y + k, z, l)
\end{array}
$$

équation, dont le second membre est le développement cherché de $f(x+h, y+k, z+l)$ par rapport aux variables $h, k, l,$ comme on le voit sur-le-champ en observant que la fonction

$$
\Big\{ \psi(x, y, \alpha s, \beta s, z) + \psi_1(x, y, \alpha s, \beta s, z) \cdot \gamma s + \psi_2(x, y, \alpha s, \beta s, z) \cdot \frac{\gamma^2 s^2}{1 \cdot 2}
$$

$$
+ \ldots \psi_n(x, y, \alpha s, \beta s, z) \cdot \frac{\gamma^n s^n}{1 \cdot 2 \ldots n} + \varphi(x + \alpha s, y + \beta s, z, \gamma s) \Big\} : s^n,
$$

c'est-à-dire celle de

$$
\frac{\psi(x, y, \alpha s, \beta s, z)}{s^n} + \frac{\psi_1(x, y, \alpha s, \beta s, z)}{s^{n-1}} \cdot \gamma + \frac{\psi_2(x, y, \alpha s, \beta s, z)}{s^{n-2}} \cdot \frac{\gamma^2}{1 \cdot 2}
$$

$$
+ \ldots \psi_n(x, y, \alpha s, \beta s, z) \cdot \frac{\gamma^n}{1 \cdot 2 \ldots n} + \frac{\varphi(x + \alpha s, y + \beta s, z, \gamma s)}{s^n};
$$

s'évanouit manifestement pour $s = o$ et des valeurs quelconques finies de $\alpha, \beta, \gamma,$ tant qu'il s'agira des valeurs de x, y, z en général,

puisqu'en vertu de ce que nous venons de prouver pour la fonction $f(x+h, y+k)$, chacune des fonctions

$$\frac{\psi(x, y, \alpha s, \beta s, z)}{s^n}, \frac{\psi_1(x, y, \alpha s, \beta s, z)}{s^{n-1}}, \ldots \psi_n(x, y, \alpha s, \beta s, z)$$

s'évanouit pour $s=o$ et des valeurs quelconques finies de α, β, lorsqu'on considère les x, y, z en général, et celle de

$$\frac{\varphi(x+\alpha s, y+\beta s, z, \gamma s)}{s^n}$$

s'évanouit aussi nécessairement pour $s=o$ et des valeurs quelconques finies de α, β, γ tant quil s'agira des valeurs de x, y, z en général, parce que, d'après ce qui précède, la fonction

$$\frac{\varphi(x+h, y+k, z, l)}{l^n}$$

s'évanouit pour $l=o$ et des valeurs de $x+h, y+k$ et z en général.

De la même manière on déduira le développement de la fonction

$$f(x+h, y+k, z+l, v+m)$$

au moyen de celui de

$$F(x+h, y+k, z+l),$$

et ainsi de suite; d'où résulte évidemment tant la possibilité du développement de la fonction

$$f(x+h, y+k, z+l, \ldots)$$

par rapport à $h, k, l, \ldots$ dans l'hypothèse en question, quel que soit le nombre des variables $x, y, z, \ldots$, que la loi même des termes de ce développement, laquelle est si manifeste, qu'il n'y a aucune difficulté de former immédiatement, dans un cas quelconque, tel de ces termes qu'on voudra. S'il s'agissait p. ex. de composer sur-le-champ le quatrième terme du développement de la fonction

$$f(x+h, y+k, z+l, v+m),$$

c'est-à-dire celui pour lequel la somme des exposants de chaque produit particulier s'élève à trois unités, on formerait d'abord l'expression

$$h^3 + h^2k + h^2l + h^2m + hk^2 + hkl + hkm + hl^2 + hlm + hm^2$$
$$+ k^3 + k^2l + k^2m + kl^2 + klm + km^2 + l^3 + l^2m + lm^2 + m^3,$$

dont les termes offrent toutes les combinaisons différentes de trois quelconques des variables

$$h, \ k, \ l, \ m$$

avec des répétitions, après quoi on mettrait devant chacun de ces termes le coefficient

$$\alpha f'''_{p.q.r}(x, y, z, v)$$

où α désigne la fraction $\frac{1}{1.2.3}$ pour les termes qui sont les troisièmes puissances des h, k, l, m, la fraction $\frac{1}{1.2}$ pour ceux qui en renferment les secondes et l'unité pour tous les autres, et les indices

p, q, r expriment les places qu'occupent dans la fonction f toutes les variables

$$h,\ k,\ l,\ m$$

contenues dans le terme en question, l'ordre de ces indices étant tel que les plus grands précèdent toujours les moindres.

Un examen plus approfondi de la loi que nous venons d'indiquer conduit à la remarque importante que pour une fonction quelconque uniforme

$$f(x, y, z, ..)$$

la fonction dérivée générale

$$f^{(n)}_{p.q..r}(x, y, z, ..)$$

reste la même quel que soit l'ordre des indices $p, q, .. r,$ pourvu que ces indices mêmes ne changent pas. En effet, d'après ce que nous venons de remarquer, ces indices marquent les places qu'occupent dans la fonction f les variables $h, k, l, ..$ qui entrent dans le terme dont il s'agit, et leur ordre se détermine, d'après la même remarque, par celui des variables suivant lesquelles se font successivement les développements partiels de la fonction en question, d'où résulte évidemment que, quel que soit ce dernier ordre, les termes des suites finales également composés en $h, k, l, ..$ offriront les mêmes indices $p, q, .. r,$ mais que l'ordre de ces indices différera suivant celui dans lequel sera fait le développement

final. Or, d'après ce qui précède, les termes du développement de la fonction

$$f(x+h, y+k, z+l, ..)$$

suivant $h, k, l, ..$, dans l'hypothèse en question, sont si *déterminés*, qu'un changement quelconque apporté au coefficient de quelqu'un d'entre eux l'empêcherait d'appartenir au développement dont il s'agit. Donc les fonctions dérivées en question aux mêmes indices mais dans un ordre différent, lesquelles, d'après ce qui précède, seront aussi multipliées par les mêmes fractions de la forme

$$\frac{1}{1.2..a \times 1.2..b \times 1.2..c \times ..},$$

seront nécessairement identiques pour des valeurs quelconques de $x, y, z, ..$, puisque les développements mêmes ont lieu dans le cas général où l'on n'a pas déterminé d'une manière particulière ces dernières quantités *).

---

*) La vérité dont il s'agit ne s'établit pas complétement par le raisonnement ci-dessus, parce qu'en vertu de l'opération même qui conduit au développement en question, les coefficients des produits de $h, k, l, ..$ y sont assujétis à la loi constante relative aux indices $p, q, .. r$, que ceux d'entre ces indices qui sont les mêmes, se succèdent immédiatement. Rien n'est cependant plus facile que de suppléer à ce défaut, puisque la vérité en question se ramène toujours très-simplement à celle de

$$f''_{1.2}(x, y) = f''_{2.1}(x, y),$$

qui est évidente par le raisonnement ci-dessus et en vertu de laquelle une dérivée d'un ordre quelconque d'une fonction d'un nombre arbitraire

Pour ce qui regarde les conditions relatives aux $x, y, z, ..$ sans lesquelles le développement de la fonction

$$f(x+h, y+k, z+l, ..),$$

lequel nous venons de déduire, n'aurait pas lieu, nous ferons remarquer que le résultat général énoncé sous ce rapport dans notre premier mémoire à l'égard de la fonction

$$f(x+h)$$

(p. 467, 468 de ce volume) conduit évidemment à cet autre relatif à la fonction

$$f(x+h, y+k, z+l, ..),$$

que m étant le nombre des variables $h, k, l, ..$ y contenues, le développement de cette fonction trouvé dans ce qui précède aura lieu pour *des valeurs quelconques de* $x, y, z, ..$, *soit réelles soit imaginaires*, qui ne rendent *infinie* ou *indéterminée* aucune des fonctions au nombre de $\frac{(m+1)(m+2)..(m+n)}{1.2.3..n}$

---

de variables ne change pas de valeur par le changement de l'ordre de deux quelconques de ses indices qui sont immédiatement contigus. Ainsi p. ex, pour établir que

$$f''''_{1.2.1.3}(x, y, z) = f''''_{2.3.1.1}(x, y, z),$$

il n'y aura qu'à remarquer que

$$f''''_{1.2.1.3}(x, y, z) = f''''_{2.1.1.3}(x, y, z) = f''''_{2.1.3.1}(x, y, z) = f''''_{2.3.1.1}(x, y, z).$$

$$f(x, y, z, ..),$$

$$f'_1(x, y, z, ..), \quad f'_2(x, y, z, ..), \quad .. f'_m(x, y, z, ..),$$

$$f''_{1.1}(x, y, z, ..), \quad f''_{1.2}(x, y, z, ..), \quad .. f''_{m.m}(x, y, z, ..),$$

$$f'''_{1.1.1}(x, y, z, ..), f'''_{1.1.2}(x, y, z, ..), .. f'''_{m.m.m}(x, y, z, ..),$$

$$. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .$$

$$f^{(n)}_{1..1.1}(x, y, z, ..), f^{(n)}_{1..1.2}(x, y, z, ..), .. f^{(n)}_{m..m.m}(x, y, z, ..).$$

Le *reste supplémentaire* relatif au développement d'une fonction de plusieurs variables jouit de propriétés analogues à celles du reste supplémentaire des fonctions d'une seule variable, déduites dans notre premier mémoire (p. 461—466 de ce Tome).

Pour le faire voir nous remarquerons d'abord que la supposition de $x = o$ dans les résultats trouvés dans ce mémoire conduit à la conclusion générale que le développement d'une fonction quelconque fh par rapport à h, dans l'hypothèse de $h = o$, s'exprime par

$$fo + f'o . h + \frac{f''o}{1.2} . h^2 + \frac{f'''o}{1.2.3} . h^3 + .. \frac{f^{(n)}o}{1.2..n} . h^n + \varphi(o, h);$$

pourvu qu'aucune des expressions

$$fo, \; f'o, \; f''o, .. f^{(n)}o$$

ne se trouve *infinie* ou *indéterminée*, et que de plus le reste supplémentaire de ce développement $\varphi(o, h)$ jouit de la propriété de ne pas franchir les limites

$$\frac{ph^{n+1}}{1.2.3..(n+1)} \quad \text{et} \quad \frac{qh^{n+1}}{1.2.3..(n+1)},$$

p et q désignant les valeurs le plus et le moins avancées vers l'infini positif que pourra prendre la fonction

$$f^{(n+1)}h$$

pour des valeurs de h quelconques qui ne sortent pas des limites déterminées par sa valeur actuelle et zéro, pourvu qu'aucune des fonctions

$$fh,\ f'h,\ f''h, ..f^{(n+1)}h$$

ne prenne une valeur *imaginaire*, *infinie* ou *indéterminée* pour une valeur de h quelconque qui ne dépasse pas les limites déterminées par sa valeur actuelle et zéro.

Ceci observé, considérons d'abord le développement trouvé ci-dessus pour $f(x+h, y+k)$:

$$f(x,y)+f'_1(x,y).h+f''_{1.1}(x,y).\frac{h^2}{1.2}+..f^{(n)}_{1..1.1}(x,y).\frac{h^n}{1.2..n}+\varphi(x,y,h,k),$$

$$+f'_2(x,y).k+f''_{1.2}(x,y).hk+..f^{(n)}_{1..1.2}(x,y).\frac{h^{n-1}k}{1.2..(n-1)}$$

$$+f''_{2.2}(x,y).\frac{k^2}{1.2}+..f^{(n)}_{1..2.2}(x,y).\frac{h^{n-2}k^2}{1.2..(n-2).1.2}$$

$$+ \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .$$

$$f^{(n)}_{2..2.2}(x,y).\frac{k^n}{1.2..n}$$

et déterminons les limites de son reste supplémentaire $\varphi(x, y, h, k)$.

La substitution de αs, βs au lieu de h, k dans la fonction citée et son développement, nous donne l'équation

$$f(x+\alpha s, y+\beta s)=f(x, y)$$

$$+\left[f'_1(x, y)\cdot\alpha+f'_2(x, y)\cdot\beta\right]\cdot s$$

$$+\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$

$$+\left[f^{n}_{1\ldots 1}(x, y)\cdot\alpha^{n}+n f^{n}_{1\ldots 12}(x, y)\cdot\alpha^{n-1}\beta+\frac{n(n-1)}{1\cdot 2}f^{n}_{1\ldots 22}(x, y)\cdot\alpha^{n-2}\beta^{2}\right.$$

$$\left.+\ldots f^{n}_{2\ldots 2}(x, y)\cdot\beta^{n}\right]\cdot\frac{s^{n}}{1\cdot 2\ldots n}$$

$$+\varphi(x, y, \alpha s, \beta s),$$

dont le second membre, d'après ce qui précède, forme le développement du premier par rapport à s, dans l'hypothèse de $s=0$, pour des valeurs quelconques finies de α, β et des valeurs quelconques de x, y qui ne rendent infinie ou indéterminée aucune des $\frac{(n+1)(n+2)}{1\cdot 2}$ fonctions

$$f(x, y),\ f'_1(x, y) \ldots f^{n}_{2\ldots 2}(x, y);$$

et c'est à la détermination des limites de la fonction

$$\varphi(x, y, \alpha s, \beta s)$$

contenue dans cette équation, que se réduit évidemment celle des limites de la fonction en question

$$\varphi(x, y, h, k).$$

Or, en vertu de la propriété citée du reste supplémentaire général

$$\varphi(o, h),$$

la détermination des limites de

$$\varphi(x, y, \alpha s, \beta s)$$

dépend de celle de la fonction

$$f_s^{(n+1)}(x + \alpha s,\ y + \beta s)$$

(notation par laquelle nous exprimons que les dérivations de la fonction $f(x + \alpha s,\ y + \beta s)$ se rapportent à la variable s). Donc il faudra avant tout déterminer cette dernière fonction, ce qui se fera aisément au moyen de l'équation même que nous venons de rapporter. En effet le second membre de cette équation ne cessera évidemment d'être le développement du premier par rapport à s si l'on y change respectivement

$$x \quad \text{et} \quad y$$

en

$$x + \alpha r \quad \text{et} \quad y + \beta r,$$

ce qui donnera

$$f(x+\alpha r+\alpha s, y+\beta r+\beta s)=f(x+\alpha r, y+\beta r)$$

$$+[f'_1(x+\alpha r, y+\beta r).\alpha+f'_2(x+\alpha r, y+\beta r).\beta].s$$

$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+[f^{(n)}_{1..1.1}(x+\alpha r, y+\beta r).\alpha^n+nf^{(n)}_{1..1.2}(x+\alpha r, y+\beta r).\alpha^{n-1}\beta$$

$$+\ldots f^{(n)}_{2..2.2}(x+\alpha r, y+\beta r).\beta^n].\frac{s^n}{1.2..n}$$

$$+\varphi(x+\alpha r, y+\beta r, \alpha s, \beta s),$$

c'est-à-dire, en changeant r en s et s en r,

$$f[x+\alpha(s+r).y+\beta(s+r)]=f(x+\alpha s, y+\beta s)$$

$$+[f'_1(x+\alpha s, y+\beta s).\alpha+f'_2(x+\alpha s, y+\beta s).\beta].r$$

$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+[f^{(n)}_{1..1.1}(x+\alpha s, y+\beta s).\alpha^n+nf^{(n)}_{1..1.2}(x+\alpha s, y+\beta s).\alpha^{n-1}\beta$$

$$+\ldots f^{(n)}_{2..2.2}(x+\alpha s, y+\beta s).\beta^n].\frac{r^n}{1.2..n}$$

$$+\varphi(x+\alpha s, y+\beta s, \alpha r, \beta r).$$

Le second membre de cette équation étant, d'après ce qui précède, le developpement par rapport à r du premier, qui constitue une fonction de $s+r$, il est évident par le théorème de *Taylor*, que

$$f_{,}^{(n+1)}(x+\alpha s,\, y+\beta s) = f_{1\,.\,.\,1\,.\,1}^{(n+1)}(x+\alpha s\; y+\beta s)\,.\,\alpha^{n+1}$$

$$+ (n+1)\, f_{1\,.\,.\,1\,.\,2}^{(n+1)}(x+\alpha s,\, y+\beta s)\,.\,\alpha^{n}\beta$$

$$+ \frac{(n+1)n}{1\,.\,2}\, f_{1\,.\,.\,1\,.\,2\,.\,2}^{(n+1)}(x+\alpha s,\, y+\beta s)\,.\,\alpha^{n-1}\beta^{2}$$

$$+ \frac{(n+1)n(n-1)}{1\,.\,2\,.\,3}\, f_{1\,.\,.\,2\,.\,2\,.\,2}^{(n+1)}(x+\alpha s,\, y+\beta s)\,.\,\alpha^{n-2}\beta^{3}$$

$$+ \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.$$

$$+ f_{2\,.\,.\,2\,.\,2}^{(n+1)}(x+\alpha s,\, y+\beta s)\,.\,\beta^{n+1}$$

Les valeurs de cette fonction le plus et le moins avancées vers l'infini positif pour celles de s comprises entre sa valeur actuelle et zéro étant désignées par p et q, la fonction supplémentaire ci-dessus

$$\varphi(x\,, y, \alpha s\,, \beta s)$$

aura donc pour limites

$$\frac{ps^{n+1}}{1.2..(n+1)} \quad \text{et} \quad \frac{qs^{n+1}}{1.2..(n+1)}.$$

pourvu qu'aucune des fonctions

$$f(x+\alpha s\,, y+\beta s),\, f_{,}'(x+\alpha s\,, y+\beta s),\, ..\, f_{,}^{(n+1)}(x+\alpha s\,, y+\beta s),$$

c'est-à-dire

$$f(x+\alpha s, y+\beta s),$$

$$f'_1(x+\alpha s, y+\beta s).\alpha + f'_2(x+\alpha s, y+\beta s).\beta,$$

$$f''_{1.1}(x+\alpha s, y+\beta s).\alpha^2 + 2f''_{1.2}(x+\alpha s, y+\beta s).\alpha\beta + f''_{2.2}(x+\alpha s, y+\beta s).\beta^2,$$

. . . .

$$f^{(n+1)}_{1..1.1}(x+\alpha s, y+\beta s).\alpha^{n+1} + (n+1) f^{(n+1)}_{1..1.2}(x+\alpha s, y+\beta s).\alpha^n\beta + .. f^{(n+1)}_{2..2.2}(x+\alpha s, y+\beta s).\beta^{n+1}$$

ne prenne une valeur *imaginaire, infinie* ou *indéterminée* pour des valeurs de s quelconques contenues entre sa valeur actuelle et zéro; d'où résulte évidemment que la fonction supplémentaire en question

$$\varphi(x, y, h, k)$$

ne dépassera pas non plus les limites

$$\frac{p_1 h^{n+1}}{1.2 \ldots (n+1)} \quad \text{et} \quad \frac{q_1 h^{n+1}}{1.2 \ldots (n+1)},$$

où p_1 et q_1 désignent les valeurs de la fonction

$$f^{(n+1)}_{1..1.1}(x+h, y+k)$$

$$+ (n+1) f^{(n+1)}_{1..1.2}(x+h, y+k) . \frac{k}{h}$$

$$+ \frac{(n+1)n}{1.2} f^{(n+1)}_{1 \ldots 2.2}(x+h, y+k) . \frac{k^2}{h^2}$$

+ . . . .

$+ f^{(n+1)}_{[illegible]}(x+h, y+k) . \frac{[illegible]}{[illegible]}$

le plus et le moins avancées vers l'infini positif pour celles de h et k comprises respectivement entre leurs valeurs actuelles et zéro, et remplissant toujours la condition que

$$\frac{k}{h}$$

reste la même que dans

$$\varphi(x, y, h, k),$$

pourvu que d'ailleurs les fonctions

$$f(x+h, y+k),$$

$$\left[f'_1(x+h, y+k) + f'_2(x+h, y+k) \cdot \frac{k}{h}\right]\alpha,$$

$$\left[f''_{1.1}(x+h, y+k) + 2f''_{1.2}(x+h, y+k) \cdot \frac{k}{h} + f''_{2.2}(x+h, y+k) \cdot \frac{k^2}{h^2}\right]\alpha^2,$$

. . . .

$$\left[f^{(n+1)}_{1.1...1}(x+h, y+k) + (n+1) f^{(n+1)}_{1...1.2}(x+h, y+k) \cdot \frac{k}{h} + \ldots f^{(n+1)}_{2...2.2}(x+h, y+k) \cdot \frac{k^{n+1}}{h^{n+1}}\right]\alpha^{n+1}$$

c'est-à-dire (puisque $h(=\alpha s)$, $k(=\beta s)$ et s sont ici supposées réelles, finies et déterminées, et par conséquent $\alpha\left(=\frac{h}{s}\right)$, que l'on suppose finie, ainsi que $\frac{k}{h}\left(=\frac{\beta}{\alpha}\right)$, le sont de même) celles de

$$f(x+h, y+k),$$

$$f'_1(x+h, y+k), \quad f'_2(x+h, y+k),$$

$$f''_{1.1}(x+h, y+k), \quad f''_{1.2}(x+h, y+k), \quad f''_{2.2}(x+h, y+k),$$

. . . .

$$f^{(n+1)}_{1.1...1}(x+h, y+k), \quad f^{(n+1)}_{1...1.2}(x+h, y+k), \ldots f^{(n+1)}_{2...2.2}(x+h, y+k),$$

ne deviennent *imaginaires*, *infinies* ou *indéterminées* pour des valeurs quelconques de h et de k telles que nous venons de désigner.

La fonction dont il s'agit

$$\varphi(x, y, h, k)$$

se réduit facilement à une forme analogue à celle du reste supplémentaire des fonctions d'une seule variable, déduite dans notre premier mémoire (p. 466 de ce Tome).

En supposant dans celle-ci $x = o$, elle se changera en

$$\varphi(o, h) = \frac{h^{n+1}}{1 \cdot 2 \cdot \cdot (n+1)} \cdot f^{(n+1)}(\theta h),$$

θ désignant un coefficient dont la valeur dépend de h, mais qui ne dépasse pas les limites o et 1 tant qu'aucune des fonctions

$$fh,\ f'h,\ f''h,\ \ldots\ f^{(n+1)}h$$

ne prendra une valeur *imaginaire*, *infinie* ou *indéterminée* pour des valeurs de h quelconques qui ne sortent pas des limites déterminées par sa valeur actuelle et zéro.

L'application de cette formule au développement de

$$f(x + \alpha s, y + \beta s)$$

relativement à s rapporté ci-dessus nous donne, au moyen de la valeur de

$$f_s^{(n+1)}(x+\alpha s,\ y+\beta s)$$

déterminée ci-dessus, évidemment

$$\begin{aligned}\varphi(x,y,\alpha s,\beta s)=\Big\{&f^{(n+1)}_{1..1.1}(x+\alpha\theta s,\ y+\beta\theta s)\,.\,\alpha^{n+1}\\&+(n+1)f^{(n+1)}_{1..1.2}(x+\alpha\theta s,\ y+\beta\theta s)\,.\,\alpha^n\beta\\&+\frac{(n+1)n}{1.2}f^{(n+1)}_{1..2.2}(x+\alpha\theta s,\ y+\beta\theta s)\,.\,\alpha^{n-1}\beta^2\\&+\ldots\ldots\ldots\ldots\\&+f^{(n+1)}_{2..2.2}(x+\alpha\theta s,\ y+\beta\theta s)\,.\,\beta^{n+1}\Big\}\,.\,\frac{s^{n+1}}{1.2..(n+1)},\end{aligned}$$

θ étant un coefficient dépendant de x, y, αs, βs, qui ne sort pas des limites o et 1 tant que chacune des fonctions

$$f(x+\alpha s,\ y+\beta s),\quad f'_s(x+\alpha s,\ y+\beta s),\ \ldots\ f_s^{(n+1)}(x+\alpha s,\ y+\beta s)$$

remplira par rapport à s la condition citée ci-dessus. Donc, en remplaçant αs, βs par leurs valeurs respectives h, k, on aura

$$\begin{aligned}\varphi(x,y,h,k)=\ &f^{(n+1)}_{1..1.1}(x+\theta h,\ y+\theta k)\,.\,\frac{h^{n+1}}{1.2..(n+1)}\\&+f^{(n+1)}_{1..1.2}(x+\theta h,\ y+\theta k)\,.\,\frac{h^n k}{1.2..n}\\&+f^{(n+1)}_{1..1.2.2}(x+\theta h,\ y+\theta k)\,.\,\frac{h^{n-1}k^2}{1.2..(n-1).1.2}\\&+f^{(n+1)}_{1..2.2.2}(x+\theta h,\ y+\theta k)\,.\,\frac{h^{n-2}k^3}{1.2..(n-2).1.2.3}\\&+\ldots\ldots\ldots\ldots\\&+f^{(n+1)}_{2..2.2}(x+\theta h,\ y+\theta k)\,.\,\frac{k^{n+1}}{1.2..(n+1)},\end{aligned}$$

le coefficient θ étant une fonction de x, y, h, k qui ne franchit pas les limites o et 1, pourvu qu'aucune des fonctions mentionnées précédemment

$$f(x+h,\ y+k),$$

$$f'_1(x+h,\ y+k),\quad f'_2(x+h,\ y+k),$$

$$f''_{1.1}(x+h,\ y+k),\quad f''_{1.2}(x+h,\ y+k),\quad f''_{2.2}(x+h,\ y+k),$$

. . . .

$$f^{(n+1)}_{1..1.1}(x+h,\ y+k),\ \ f^{(n+1)}_{1..1.2}(x+h,\ y+k),\ ..\ f^{(n+1)}_{2..2.2}(x+h,\ y+k),$$

ne prenne une valeur imaginaire, infinie ou indéterminée pour des valeurs quelconques de h et de k contenues entre leurs valeurs actuelles et zéro, et prises tellement que $\frac{k}{h}$ reste toujours la même que dans la fonction développée

$$f(x+h,\ y+k)\ ^{*}).$$

*) Pour éclaircir ce résultat par un exemple analogue à celui de p. 466 de notre premier mémoire, supposons

$$f(x,y)=\frac{1}{x+2y}$$

et $n=1$. Donc

$$f'_1(x,y)=-\frac{1}{(x+2y)^2},\qquad f'_2(x,y)=-\frac{2}{(x+2y)^2},$$

$$f''_{1.1}(x,y)=\frac{2}{(x+2y)^3},\qquad f''_{1.2}(x,y)=\frac{4}{(x+2y)^3},\qquad f''_{2.2}(x,y)=\frac{8}{(x+2y)^3},$$

et par suite

Pour le reste supplémentaire relatif à la fonction

$$f(x+h,\ y+k,\ z+l),$$

nous nous contenterons de considérer le cas particulier suivant:

$$\varphi(x, y, h, k) = \frac{1}{x+2y+h+2k} - \frac{1}{x+2y} + \frac{h+2k}{(x+2y)^2}$$

$$= \frac{(h+2k)^2}{(x+2y)^2\,(x+2y+h+2k)} = \frac{h^2+4hk+4k^2}{(x+2y+\theta h+2\theta k)^3},$$

d'où résulte

$$[x+2y+\theta(h+2k)]^3 = (x+2y)^2(x+2y+h+2k)$$

et

$$\theta = \frac{\sqrt[3]{(x+2y)^2(x+2y+h+2k)} - x - 2y}{h+2k},$$

valeur qui en effet ne dépasse pas les limites o et 1 pour des valeurs quelconques de $x+2y$ et $h+2k$ de *même* signe ou des valeurs de $x+2y$ et $h+2k$ de signes *différents*, si, dans ce dernier cas, $h+2k < x+2y$ abstraction faite du signe, puisque, dans le premier cas.

$$\pm\left[\sqrt[3]{(x+2y)^2(x+2y+h+2k)}\right] < \pm(x+2y+h+2k),$$

et dans le second

$$\mp\left[\sqrt[3]{(x+2y)^2(x+2y+h+2k)}\right] > \mp(x+2y+h+2k),$$

les signes supérieurs ou inférieurs étant respectivement employés suivant que $h+2k$ est positif ou négatif.

S'il n'en est pas de même des valeurs de $x+2y$ et $h+2k$ de signes *différents* lorsqu'abstraction faite du signe $h+2k > x+2y$, la raison en est que les dérivées

$$f'_1(x+h,\ y+k).\ .\ .\ f''_{2.2}(x+h,\ y+k)$$

$$f(x+h, y+k, z+l) = f(x, y, z) + f'_1(x, y, z).h + f''_{1.1}(x, y, z).\frac{h^2}{1.2} + \varphi(x, y, z, h, k, l).$$
$$+ f'_2(x, y, z).k + f''_{1.2}(x, y, z).hk$$
$$+ f'_3(x, y, z).l + f''_{1.3}(x, y, z).hl$$
$$+ f''_{2.2}(x, y, z).\frac{k^2}{1.2}$$
$$+ f''_{2.3}(x, y, z).kl$$
$$+ f''_{3.3}(x, y, z).\frac{l^2}{1.2}$$

La substitution de αs, βs, γs au lieu de h, k, l dans cette équation donnant celle de

$$f(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s) = f(x, y, z)$$
$$+ [f'_1(x, y, z).\alpha + f'_2(x, y, z).\beta + f'_3(x, y, z).\gamma].s$$
$$+ [f''_{1.1}(x, y, z)\alpha^2 + f''_{1.2}(x, y, z).2\alpha\beta + f''_{1.3}(x, y, z).2\alpha\gamma$$
$$+ \ldots f''_{[illegible]}(x, y, z).\gamma^2].\frac{[illegible]}{1.2}$$
$$+ \varphi(x, y, z, \alpha s, \beta s, \gamma s),$$

dont le second membre est le développement du premier par rapport à s, et celle-ci conduisant, ainsi que nous l'avons vu pour des fonctions à deux variables, à celle de

---

deviennent alors évidemment *infinies* pour des valeurs de h et de k comprises entre leurs valeurs actuelles et zéro et ayant toujours entre elles le même rapport.

$$f[x+\alpha(s+r), y+\beta(s+r), z+\gamma(s+r)]=f(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s)$$
$$+[f'_1(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s).\alpha$$
$$+f'_2(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s).\beta$$
$$+f'_3(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s).\gamma].r$$
$$+[f''_{1.1}(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s).\alpha^2$$
$$+f''_{1.2}(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s).2\alpha\beta$$
$$+\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .$$
$$+f''_{3.3}(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s).\gamma^2].\frac{r^2}{1.2}$$
$$+\varphi(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s, \alpha r, \beta r, \gamma r),$$

dont le second membre est le développement du premier par rapport à r, on aura d'abord

$$f'''_{,}(x+\alpha s,\ y+\beta s,\ z+\gamma s)=f'''_{1.1.1}(x+\alpha s,\ y+\beta s,\ z+\gamma s)\,.\,\alpha^3$$
$$+3f'''_{1.1.2}(x+\alpha s,\ y+\beta s,\ z+\gamma s)\,.\,\alpha^2\beta$$
$$+3f'''_{1.1.3}(x+\alpha s,\ y+\beta s,\ z+\gamma s)\,.\,\alpha^2\gamma$$
$$+3f'''_{1.2.2}(x+\alpha s,\ y+\beta s,\ z+\gamma s)\,.\,\alpha\beta^2$$
$$+6f'''_{1.2.3}(x+\alpha s,\ y+\beta s,\ z+\gamma s)\,.\,\alpha\beta\gamma$$
$$+\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .$$
$$+f'''_{3.3.3}(x+\alpha s,\ y+\beta s,\ z+\gamma s)\,.\,\gamma^3$$

Désignant par p et q les valeurs de cette dernière fonction le plus et le moins avancées vers l'infini positif depuis $s=o$ jusqu'à $s=s$, on aura donc pour limites de la fonction

$$\varphi(x,\ y,\ z,\ \alpha s,\ \beta s,\ \gamma s)$$

les expressions

$$\frac{ps^3}{1.2.3} \quad \text{et} \quad \frac{qs^3}{1.2.3},$$

pourvu que les quatre fonctions

$$f(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s), f'_1(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s), \ldots f'''_{3.3.3}(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s),$$

c'est-à-dire

$$f(x+\alpha s,\ y+\beta s,\ z+\gamma s),$$

$$f'_1(x+\alpha s,\ y+\beta s,\ z+\gamma s).\alpha+\ldots f'_3(x+\alpha s,\ y+\beta s,\ z+\gamma s).\gamma,$$

. . . .

$$f'''_{1.1.1}(x+\alpha s,\ y+\beta s,\ z+\gamma s).\alpha^3+\ldots f'''_{3.3.3}(x+\alpha s,\ y+\beta s,\ z+\gamma s).\gamma^3$$

ne prennent que des valeurs *réelles*, *non infinies* et *déterminées* pour des valeurs quelconques de s comprises entre sa valeur actuelle et zéro; et il en résultera, comme auparavant, que le reste en question

$$\varphi(x,\ y,\ z,\ h,\ k,\ l)$$

ne franchira pas non plus les limites

$$\frac{p_1h^3}{1.2.3} \quad \text{et} \quad \frac{q_1h^3}{1.2.3},$$

ou p_1, q_1 désignent les valeurs le plus et le moins avancées vers l'infini positif que pourra prendre la fonction

$$f'''_{1.1.1}(x+h,\ y+k,\ z+l)$$

$$+3f'''_{1.1.2}(x+h,\ y+k,\ z+l)\cdot\frac{k}{h}$$

$$+3f'''_{1.1.3}(x+h,\ y+k,\ z+l)\cdot\frac{l}{h}$$

$$+3f'''_{1.2.2}(x+h,\ y+k,\ z+l)\cdot\frac{k^2}{h^2}$$

$$+\ \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+f'''_{3.3.3}(x+h,\ y+k,\ z+l)\cdot\frac{l^3}{h^3}$$

pour celles de h, k, l contenues respectivement entre leurs valeurs actuelles et zéro, et prises de manière que

$$\frac{k}{h} \text{ et } \frac{l}{h}$$

restent toujours les mêmes que dans

$$\varphi(x,\ y,\ z,\ h,\ k,\ l),$$

pourvu qu'en même temps les fonctions

$$f(x+h,\ y+k,\ z+l),$$

$$f'_1(x+h,\ y+k,\ z+l),\ f'_2(x+h,\ y+k,\ z+l),\ f'_3(x+h,\ y+k,\ z+l),$$

$$f''_{1.1}(x+h,\ y+k,\ z+l),\ f''_{1.2}(x+h,\ y+k,\ z+l),\ldots f''_{3.3}(x+h,\ y+k,\ z+l),$$

$$f'''_{1.1.1}(x+h,y+k,\ z+l),f'''_{1.1.2}(x+h,y+k,\ z+l),\ldots f'''_{3.3.3}(x+h,y+k,\ z+l)$$

ne prennent pas des valeurs *imaginaires*, *infinies* ou *indéterminées* pour des valeurs quelconques de h, k, l telles que nous venons de désigner.

De l'équation ci-dessus citée

$$\varphi(o, h) = \frac{h^{n+1}}{1.2..(n+1)} \cdot f^{(n+1)}(\theta h)$$

s'ensuit, au moyen de la valeur précédente de

$$f_{,}'''(x + \alpha s,\ y + \beta s,\ z + \gamma s),$$

de même immédiatement celle de

$$\begin{aligned}\varphi(x, y, z, \alpha s, \beta s, \gamma s) = \{ & f'''_{1.1.1}(x + \alpha\theta s,\ y + \beta\theta s,\ z + \gamma\theta s) \cdot \alpha^3 \\ & + 3f'''_{1.1.2}(x + \alpha\theta s,\ y + \beta\theta s,\ z + \gamma\theta s) \cdot \alpha^2\beta \\ & + 3f'''_{1.1.3}(x + \alpha\theta s,\ y + \beta\theta s,\ z + \gamma\theta s) \cdot \alpha^2\gamma \\ & + \ldots\ldots\ldots\ldots \\ & + f'''_{3.3.3}(x + \alpha\theta s,\ y + \beta\theta s,\ z + \gamma\theta s) \cdot \gamma^3 \} \cdot \frac{s^3}{1.2.3},\end{aligned}$$

θ désignant un coefficient qui dépend des x, y, z, αs, βs, γs et ne franchit pas les limites o et 1 tant que les fonctions

$$f(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s),\ f_{,}'(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s), \ldots f_{,}'''(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s)$$

ne prendront pas des valeurs imaginaires, infinies ou indéterminées pour des valeurs quelconques de s comprises entre sa valeur actuelle et zéro ; d'où résulte l'équation

$$\begin{aligned}\varphi(x, y, z, h, k, l) = & f'''_{1.1.1}(x+\theta h,\ y+\theta k,\ z+\theta l) \cdot \frac{h^3}{1.2.3} \\ & + f'''_{1.1.2}(x+\theta h,\ y+\theta k,\ z+\theta l) \cdot \frac{h^2 k}{1.2} \\ & + f'''_{1.1.3}(x+\theta h,\ y+\theta k,\ z+\theta l) \cdot \frac{h^2 l}{1.2} \\ & + f'''_{1.2.2}(x+\theta h,\ y+\theta k,\ z+\theta l) \cdot \frac{hk^2}{1.2} \\ & + f'''_{1.2.3}(x+\theta h,\ y+\theta k,\ z+\theta l) \cdot hkl \\ & + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ & + f'''_{3.3.3}(x+\theta h,\ y+\theta k,\ z+\theta l) \cdot \frac{l^3}{1.2.3},\end{aligned}$$

où le coefficient θ est une fonction de x, y, z, h, k, l qui ne dépasse pas les limites o et 1, pourvu que les fonctions au nombre de 20 citées précédemment

$$f(x+h,\ y+k,\ z+l),\ f'_1(x+h,\ y+k,\ z+l), \ldots f'''_{3.3.3}(x+h,\ y+k,\ z+l)$$

ne prennent pas des valeurs imaginaires, infinies ou indéterminées pour des valeurs de h, k, l quelconques contenues entre leurs valeurs actuelles et zéro, et gardant toujours entre elles le même rapport que dans la fonction développée

$$f(x+h,\ y+k,\ z+l).$$

Les considérations précédentes suffisent pour établir ce théorème analytique remarquable par sa généralité, que

$$f(x, y, z, \ldots)$$

désignant une fonction quelconque d'un nombre m de variables $x, y, z, ..,$ le reste supplémentaire du développement de la fonction

$$f(x+h, y+k, z+l, ..)$$

en suite ascendante par rapport à $h, k, l, ..$ poussée jusqu'au n^e terme inclusivement, est toujours égal au $n+1^e$ terme du même développement, pourvu qu'on y remplace les variables

$$x, y, z, ..$$

par les valeurs respectives

$$x+\theta h, \quad y+\theta k, \quad z+\theta l, ..,$$

où θ désigne un coefficient dépendant des variables en question $x, y, z, .., h, k, l, ..,$ lequel ne dépasse pas les limites o et 1 si chacune des fonctions au nombre de $\frac{(m+1)(m+2)..(m+n+1)}{1.2..(n+1)}$

$$f(x+h, y+k, z+l, ..),$$

$$f'_1(x+h, y+k, z+l, ..), f'_2(x+h, y+k, z+l, ..), .. f'_m(x+h, y+k, z+l, ..),$$

$$f''_{1.1}(x+h, y+k, z+l, ..), f''_{1.2}(x+h, y+k, z+l, ..), .. f''_{m.m}(x+h, y+k, z+l, ..),$$

$$f'''_{1.1.1}(x+h, y+k, z+l, ..), f'''_{1.1.2}(x+h, y+k, z+l, ..), .. f'''_{m.m.m}(x+h, y+k, z+l, ..).$$

. . . .

$$f^{(n+1)}_{1.1..1}(x+h, y+k, z+l, ..), f^{(n+1)}_{1.1..2}(x+h, y+k, z+l, ..), .. f^{(n+1)}_{m.m..m}(x+h, y+k, z+l, ..)$$

ne prend que des valeurs *réelles*, *non infinies* et *déterminées* pour des valeurs quelconques de $h, k, l, ..$ contenues respective-

ment entre leurs valeurs actuelles et zéro, et prises tellement qu'elles conservent entre elles le même rapport que dans la fonction développée

$$f(x+h,\ y+k,\ z+l, ..)\ ^{*}).$$

Les définitions du développement des fonctions dont nous avons fait usage ici et dans notre premier mémoire conduisent, au moyen d'un principe établi dans celui-ci (p. 430 de ce Tome, princ. 4)), immédiatement aux propriétés suivantes des restes supplémentaires relatifs à un développement quelconque, lesquelles nous allons ajouter à cause de leur importance pour les applications du Calcul Différentiel:

1:o Le développement d'une fonction quelconque uniforme de u, qui ne prend pas une valeur imaginaire quelque petite que soit cette variable, étant représenté par

$$au^m + bu^n + ..\ cu^p,$$

et le reste supplémentaire y relatif par

$$\varphi u,$$

on aura, si le développement est *ascendant*,

$$\varphi u < cu^p$$

*) Ce théorème est dû à Lagrange (v. *Théorie des fonctions analytiques 2:e Éd. Paris* 1813, *p.* 137); mais ce grand géomètre n'a pas indiqué la condition ci-dessus relative aux fonctions $f(x+h,\ y+k,\ z+l, ..)$, $..f^{(n+1)}_{m..m.m}(x+h,\ y+k,\ z+l, ..)$, sans laquelle sa proposition n'aurait pas lieu.

pour *toute valeur finie de u comprise entre zéro et une limite déterminée,* et, dans le cas où il serait *descendant*, de même

$$\varphi u < cu^{p}$$

pour *toute valeur finie de u plus grande qu'une limite déterminée.*

2:o Le développement d'une fonction quelconque uniforme de t, u, v, . . , qui ne prend pas une valeur imaginaire quelques petites que soient ces variables, étant réprésenté par

$$(t, u, v, ..)^m + (t, u, v, ..)^n + .. (t, u, v, ..)^p,$$

ou

$$(t, u, v, ..)^m, .. (t, u, v, ..)^p$$

en sont les termes complexes successifs de différents ordres, et la fonction supplémentaire relative à ce développement étant désignée par

$$\varphi(t, u, v, ..),$$

on aura, si le développement en question est *ascendant*,

$$\varphi(t, u, v, ..) < (t, u, v, ..)^p$$

pour *des valeurs quelconques finies de t, u, v, . . comprises entre zéro et des limites déterminées relatives à chacune de ces variables* (lesquelles limites ne sont pas constantes pour chaque variable, mais seulement invariables pour *les mêmes rapports* entre elles), pourvu que d'ailleurs les rapports des t, u, v, . . ne soient pas tels que

$$(t, u, v, ..)^p = o,$$

et, si le développement est *descendant*, la même relation

$$\varphi(t, u, v, ..) < (t, u, v, ..)^{\rho}$$

pour *des valeurs quelconques finies de t, u, v,.. plus grandes que des limites déterminées relatives à chacune de ces variables* (lesquelles limites dépendent de même des rapports mutuels des variables), à la même condition qu'auparavant.

La supposition de

$$h = o, \ k = o, \ l = o, \ \text{etc.}$$

dans la suite obtenue ci-dessus pour le développement de la fonction

$$f(x+h, y+k, z+l, ..)$$

n'empêche évidemment pas cette suite de rester encore le développement ascendant de la même fonction par rapport aux variables qu'on n'aurait pas fait évanouir. De cette remarque, jointe à celle que nous venons de faire relativement aux fonctions de plusieurs variables en général, résulte la vérité souvent appliquée dans le Calcul Différentiel, que $f(x, y, z, ..)$ désignant une fonction quelconque uniforme de $x, y, z, ..$, qui ne prend pas une valeur imaginaire pour des accroissements ou décroissements quelconques de $x, y, z, ..$ au-dessous de certaines limites, le reste supplémentaire relatif au développement de

$$f(x+h, y+k, z+l, ..)$$

en suite ascendante suivant les $h, k, l, ..$, sera *moindre* que le dernier terme de ce développement, pour des valeurs *quelconques*

de h, k, l,.. qui ne dépassent pas les limites déterminées par zéro et certaines quantités finies relatives à chacune de ces variables et dépendantes de leurs rapports mutuels, pourvu que ceux-ci ne soient pas tels que le dernier terme cité se trouve égal à zéro.

Les propriétés des restes supplémentaires relatifs à un développement quelconque, dont nous venons de faire mention, s'expriment chez quelques auteurs du Calcul Différentiel d'une manière assez vague par la remarque que les quantités suivant lesquelles a été développée une fonction quelconque peuvent être prises assez petites si le développement est ascendant, et assez grandes s'il est descendant, pour que le reste supplémentaire y relatif devienne *moindre* que le terme qui le précède immédiatement. Il est facile de voir que cette expression incomplète de la vérité en question doit être remplacée par celle que nous venons de lui donner.

Les considérations précédentes, jointes à celles que renferme notre premier mémoire, ne laissent, nous osons le croire, rien à désirer pour les principes généraux sur lesquels il faudra baser tant la théorie que les applications du Calcul Différentiel. Les détails relatifs à cette partie importante de l'Analyse, où il faudrait encore entrer pour la présenter d'une manière complète, n'offrant après ce qui précède aucune difficulté, du moins en général, nous terminerons ici nos observations sur le sujet actuel.

UNDERSÖKNING

OM

ETT I FINSKA LAPPMARKEN GJORDT FYND

AF

GAMLA VIGTER OCH MYNT, M. M.,

ANSTÄLLD AF

GUST. GABR. HÄLLSTRÖM.

(Föredr. för Vet. Soc. d. 6 Dec. 1841.)

I sistlidne Mars månad förärade Lands-Kamereraren i Uleåborg, Assessoren och Riddaren Bergbom till härvarande Kejserl. Universitets Antiqvitets-Samling ett på gränsen mellan Kuolajärvi och Sodankylä Lappförsamlingar (således vid 67° nordlig latitud) under en större jordsten påträffadt fynd, som befunnits vara omveckladt af gammalt näfver, och bestod af 174 st. små Silfvermynt, *) en flätad Halsring af Silfver, tvenne Armringar af blandad metall, en Brisk af samma ämne, en liten Vågbalance af me-

*) Professoren Linsén har om dem meddelat följande uppgifter:

I. Anglosaxiska.

Konung Egberts (fr. år 800 t. 836) . . . 31 stycken.
— Ethelreds (978—1016) . . . . . . 1 —
— Knuts (1016—1036) . . . . 3 —

tall, med leder att hopvikas, och två dertill hörande Vågskålar, samt 12 st. större och mindre Vigter af metall, m. m. (Se Helsingfors Tidningar, N:o 28, för den 10 April 1841).

I förmodan att någon upplysning om dessa effecters härkomst derigenom kunde vinnas, har jag verkställt vägning af nämnde vigter, hvilka, med undantag af den minsta bland dem, som är oregelbundet mångkantig, alla hafva skapnaden af en sammantryckt sphäroid, med plana, runda ytor på två motsatta sidor, å

Konung	Hardaknuts (1040—42)	3	stycken
—	Henric I:s (1100—35)	24	—
—	Henric II:s (1154—89)	10	—
—	Henric III:s (1216—72)	3	—
		75	—

II. Tyska Regenters mynt.

Konung	Henric I:s (919—36)	2	—
—	Otto II:s (973—83)	1	—
—	Henric II:s (1002—1024)	1	—
—	Henric IV:s (1056—1106)	1	—
—	Henric V:s (1106—1125)	5	—
		10	—

III. Biskopliga mynt i Tyskland präglade.

Till antalet äro dessa . . . . 65 stycken.

Deras ålder kan icke närmare bestämmas, än att de höra till samma tider, som de Tyska Regenternes.

Föregående förteckning upptager 150 stycken Mynt. Dessutom hör till fyndet ett antal så otydliga, att man ej kan på dem se annat, än att de äfven äro Tyska ifrån Medeltiden.

hvilka ytor flere eller färre runda punkter, efter klotens olika storlek, befinnas vara påslagna. Inbördes jemförelse af deras vigt visar, att summan af deras märkpunkter, tagen tillsammans ifrån begge sidor, betecknar antalet af de vigtsenheter, som de innehålla, hvarifrån dock den minsta, kantiga, äfven i det afseendet skiljer sig, att den, ehuru hafvande en punkt på tre sidor, dock ej innehåller mera än två vigts-enheter, och den största med 21 punkter innehåller 24 vigts-enheter. Två af dem äro så skadade, att jag ansett dem ej förtjena närmare undersökning. Specifika vigten af de öfriga tio befanns vara = 8,851, hvilken tillkännagifver dem vara gjorda af en metallblandning, som innehåller mera koppar än i vanlig messing begagnas.

Jag betecknar med

N:o 1 den mångkantiga, som har en punkt på tre sidor.
2 den, som har 1 punkt på hvardera af sina två plana sidor.
3 — — — 2 punkter på ena, och 1 på andra sidan.
4 — — — 2 punkter på hvardera plana sidan.
5 — — — 2 otydliga punkter på hvardera sidan, omgifna af en inristad cirkel.
6 — — — 4 punkter på ena sidan, och ett djupt infiladt kors på den andra.
7 — — — 4 punkter på hvardera sidan, och dessa partals sammanbundna med ett krokigt streck.
8 — — — 4 punkter på hvardera sidan.
9 — — — 5 punkter på hvardera sidan.

10 — — — 10 punkter på den ena och 11 på den andra sidan.

Dessa äro välbehållna, och synas vara gjorda för hand med fil (ej svarfning), ehuru filrisporna äro bortnötta. Vägning af dem gaf följande resultat:

N:o		Väger Franska Grammer.
1	. . . .	8,016
2	. . . .	8,682
3	. . . .	12,289
4	. . . .	16,611
5	. . . .	17,010
6	. . . .	32,084
7	. . . .	32,004
8	. . . .	33,092
9	. . . .	41,032
10	. . . .	100,315

Man ser häraf, att dessa vigter ej äro gjorda med mycken noggranhet: men detta oagtadt finner man att deras vigtsenhet, då man antager den antydas af märkpunkternas antal, utgör ungefär 4 grammer. Ty vigtskillnaden mellan N:o 2, som har 2, och N:o 3, som har 3 märkpunkter, är 3,607; skillnaden mellan N:r 3 och 4 är 4,322; mellan N:r 4 och 6 är 15,473, o. s. v. Men N:o 10, som har 21 märkpunkter, innehåller dock vigt svarande mot 24 punkter.

Med föranledande deraf har jag till noggrannare bestämmande af vigtsenheten $= x$ begagnat följande uppställning:

$$8{,}016 = 2x,$$
$$8{,}682 = 2x,$$
$$12{,}289 = 3x,$$
$$16{,}611 = 4x,$$
$$17{,}010 = 4x,$$
$$32{,}084 = 8x,$$
$$32{,}004 = 8x,$$
$$33{,}092 = 8x,$$
$$41{,}032 = 10x,$$
$$100{,}315 = 24x,$$

hvaraf efter sannolikhets grunder finnes $x = 4{,}144 \pm 0{,}075$ grammer. Om ingen nötning af dessa vigter ägt rum, skulle enheten x således varit högst $= 4{,}22$ grammer; men med förutsättande af nötning, kan den sannolikt antagas hafva varit något litet större. Då denna vigtsenhet användes, finnes

	för liten, med gramm.	*för stor, med gramm.*	*Således borde Vigten vara gramm.*
N:o 1 vara . .	0,272	—	8,288
2 — . .	—	0,394	8,288
3 — . .	0,143	—	12,432
4 — . .	—	0,035	16,576
5 — . .	—	0,434	16,576

N:o 6 vara . .	1,068	—	33,152
7 — . . .	1,148	—	33,152
8 — . .	0,060	—	33,152
9 — . .	0,408	—	41,440
10 — . .	—	0,859	99,456

hvaraf utförligen synes huruvida inbördes öfverenstämmelsen mellan dessa vigter är. Skiljaktigheterna äro, efter nutidens fordran på noggrannhet, ganska stora; men blifva omärkliga vid vägning med den Våg, hvartill de höra.

Härmed förtjena jemföras några i Sverige ej längesedan funna, med ofvanbeskrifna likartade, vigter. Enligt uppgift i Litterär-Tidningen *Studier, Kritiker och Notiser, N:o 22 för* 1841 *sid.* 176, har till granskning i Svenska Kongl. Vitterhets,- Historie- och Antiqvitets-Akademien i Mars och April månader 1841 förevarit, ibland annat en "å Lilla Rohne i Lye Socken på Gottland funnen jernkula, öfverdragen med ett tunnt skal af bronz, på tvenne sidor tillplattad och märkt med tvenne inslagna punkter på hvardera". Den yttrade sannolika förmodan, att denna kula varit ett lod, begagnadt i forntiden vid vägning af ädla metaller, vinner af jemförelsen med ofvannämnda, tillsammans med dertill hörande Våg funna, vigter fullkomlig bekräftelse. Dess vigt uppgifves vara $1\frac{1}{32}$ lod (13,697 grammer), äfvensom af tre andra, en i Ångermanland och två på Gottland inom två år funna, den största, som på de platta sidorna har sirater, hvilka vid hastigt påseende likna

Kúfisk skrift *), väger $10\frac{7}{8}$ lod (144,446 grammer), den andra, med fyra på hvardera sidan inslagna punkter, $2\frac{13}{16}$ lod (37,356 gramm.), och den tredje, af rost betydligt skadade, $1\frac{13}{16}$ lod (24,074 gramm.). Att dessa icke väl öfverensstämma sig emellan är påtagligt, hvarföre ock föga öfverensstämmelse mellan dem och de Lappska är att förvänta. Den största af dem innehåller $34\frac{3}{4}$ sådana enheter, som ofvan bestämdes, den andra med 8 punkter ganska noga 9, den tredje, skadade, $5\frac{4}{5}$, och den minsta med 4 punkter $3\frac{3}{10}$.

Sedan storleken af de i Lappland funna vigternas enhet sålunda blifvit, såsom det synes, med tillförlitlig noggrannhet bestämd, återstår att undersöka hvarifrån en sådan vigtsenhet härstammat, och hvar den fordom varit bruklig. Man har förmodat den vara Engelsk, och af den anledning att en del af de jemte vigterne funna Mynten voro Anglosaxiska, blir man lätt föranlåten att antaga äfven vigterna vara Anglosaxiska; men man skall vid närmare granskning af dem snart öfvertygas, att denna förmodan ej kan vara grundad. Den Anglosaxiska vigten, som år 1527 af Konung Henric VIII i England afskaffades, då han införde den nu brukliga Troy-vigten, befanns innehålla 5400 sådana grains, som den nya Troy-vigten innehåller 5760, hvaraf inses, att förhål-

*) Alldeles likadana förekomma ock på en, N:o 7, af de i Lappland funna. På flera andra af dem finnes omkring märkpunkterne en inslagen rund krans med upphöjda prickar.

landet dem emellan var såsom 15 : 16; och då den sednare är till sin storlek känd, blir således äfven den förra bekant. Konung Wilhelm Eröfraren, som stadfästade bruket af de på hans tid begagnade gamla vigterne, bestämde den gamla *penny-weight* att vara vigten af 32 torra hvetekorn, tagna från midten af hveteaxet, och Henric III förklarade, att de gamla stadgarne, enligt hvilka 20 sådana penny-weights utgöra 1 ounce, och 12 ounces 1 pound, skulle blifva beståndande *). Då man nu vet, att 1 Eng. Troy-pound är = 373,135 grammer, och man efter anförda grunder anställer beräkningen, så finnes den

Anglosaxiska 1 Pound = 349,814 grammer,

1 Ounce = 29,251 —

1 Penny-weight = 1,458 —

af hvilka ingendera ens närmar sig den ofvan bestämda vigtsenheten 4,22 gramm. Och att påstå denna enhet vara en sjundedel af förenämnde Ounce, såvida $\frac{29,151}{7} = 4,164$, är lika godtyckligt, som att yrka den vara ett lämpeligt bråk af hvilken vigt som hälst. Engelska nuvarande Medicinal-Dram = 3,887 gramm., äfvensom Tyska, Danska, Holländska och Svenska Medicinal-Drachma, och Franska Gros samt Svenska qvintin och Cöllniska qventchen, hvilka alla väga emellan 3,321 och 3,844 grammer, närma sig väl dertill, men äro alla synbarligen för små och kunna icke begagnas till denna jemförelse. Men om det sökta sålunda ej finnes på af-

---

*) Se *Philosophical Transactions for the year* 1775, *Part.* 1, *pag.* 48, &c

lägsnare håll, torde det påträffas på närmare. Den urgamla Ryska vigtsenheten *Solotnik* är = 4,266 grammer, och öfverskjuter således den ofvan funna vigtsenheten med endast 0,046 gramm. Om man då tager i beräkning vigternes sannolika nötning, blir deras öfverensstämmelse med Ryska Solotniken så fullkomlig, som man i dylika fall torde kunna förvänta den. Efter all sannolikhet synas således i fråga varande vigter hafva ursprungligen kommit ifrån Ryssland.

Den härtill hörande Vågen, der trådarne, hvarå Skålarne hängt, voro förlorade, men dem jag med nya ersatt för att hålla det hela tillsamman, förråder sin tillverkares okunnighet om hvad till åstadkommande af en qvick våg väsendtligen hörer. Ehuru nemligen hvardera armen ej är längre än $2\frac{1}{10}$ Svenska decimaltum (6,3 centimetrer), af hvilka ock den ena genom vägningsförsök befinnes vara litet kortare än den andra, finnes Balancens upphängningspunkt vara belägen 2,8 linier (8,5 millimetrer) högre än linien mellan skålarnes upphängningspunkter, hvaraf en särdeles tröghet i detta apparat varseblifves. Deraf är en följd, att om man i ena Skålen inlägger vigterna N:ris 1, 2, 3, 6 och 9, utgörande tillsammans 102,103 grammer, och i den andra N:o 10, hvars vigt är 100,315 gramm., så visar vågen ingen skillnad, ehuru denna dock är 1,788 grammer, hvarföre den ofvan funna afvikelsen från fullkomlig öfverensstämmelse mellan vigterne inbördes ej kunnat med denna våg varseblifvas, och vigterne alltså kunnat såsom inbördes fullt riktige och brukbare användas.

En af de till detta fynd hörande Armringar, af någon hvit metallblandning, väger 28,537 grammer, och dess specifika vigt är = 8,816. Den är således lättare än koppar, ock kan icke innehålla Silfver. Att dock Koppar ingår i dess sammansättning röjer den derå synliga gröna Kopparergen.

Ett stycke af två ihoptvinnade hvita metalltrådar väger 8,242 grammer, och har specifik vigt = 8,997. Den innehåller således allenast 8½ procent Silfver mot 91½ proc. Koppar.

REMARQUE

SUR LA DÉTERMINATION DE LA VALEUR DE

$$\frac{\mathrm{l}x}{x^n}$$

POUR $x = \infty$, $\mathrm{l}x$ ÉTANT LE LOGARITHME NÉPÉRIEN DE x ET n UN EXPOSANT QUELCONQUE POSITIF INDÉPENDANT DE x,

PAR

N. G. DE SCHULTÉN.

(Lu à la Société, le 14 Mars 1842.)

La valeur de l'expression dont il s'agit pour $x = \infty$ se déduit, comme on sait, ordinairement par l'une ou l'autre des méthodes suivantes:

1:o La fonction donnée ayant été mise sous la forme

$$\frac{1}{\frac{1}{\mathrm{l}x} + n + \frac{\mathrm{l}x}{1.2}.n^2 + \frac{(\mathrm{l}x)^2}{1.2.3}.n^3 + \ldots}$$

au moyen du développement de x^n en série ascendante par rapport à n, on remarque que la suite

$$\frac{1}{lx}+n+\frac{lx}{1.2}.n^2+\frac{(lx)^2}{1.2.3}.n^3+\ldots,$$

dont tous les termes sont positifs lorsque $x>1$, finit par converger quelque grand que soit x, et que par conséquent, la somme de cette série croissant évidemment au-dessus de toute limite donnée à mesure que x augmente, la fonction

$$\frac{lx}{x^n}$$

ne pourra que décroître en même temps au-dessous d'une limite quelconque, c'est-à-dire *se réduire à zéro* dans le cas de $x=\infty$.

2:o Fait on observer que la supposition de

$$x=\frac{1}{y}$$

donne

$$\frac{lx}{x^n}=-y^n ly=\frac{y^n}{-\left(\frac{1}{ly}\right)},$$

fonction dont la valeur pour $y=o$, qui est nécessairement la même que celle de

$$\frac{lx}{x^n}$$

pour $x=\infty$, se présente sous la forme indéterminée

$$\frac{o}{o},$$

d'où l'on conclut, par les principes connus du Calcul Différentiel, que, *dans le cas de* $y=o$,

$$\frac{y^n}{-\left(\frac{1}{\mathrm{l}y}\right)} = \frac{\frac{\mathrm{d}.y^n}{\mathrm{d}y}}{-\left(\frac{\mathrm{d}.\frac{1}{\mathrm{l}y}}{\mathrm{d}y}\right)} = \frac{ny^{n-1}}{\frac{1}{y(\mathrm{l}y)^2}},$$

c'est-à-dire

$$-y^n \mathrm{l}y = \frac{y^n}{n} = o \text{ *)}.$$

L'une et l'autre de ces méthodes me paraît sujette à des remarques qui rendent désirable une déduction plus rigoureuse de la vérité dont il s'agit.

À la première on pourra objecter qu'il n'est pas certain que la série produite par le développement d'une fonction, fût-elle même convergente, conduise à la véritable valeur de la fonction développée, et que par conséquent il faudra prouver que la somme de la série convergente

$$\frac{1}{\mathrm{l}x} + n + \frac{\mathrm{l}x}{1.2} . n^2 + \frac{(\mathrm{l}x)^2}{1.2.3} . n^3 + \ldots$$

exprime, pour une valeur quelconque de x, la valeur de la fonction

$$\frac{x^n}{\mathrm{l}x},$$

dont elle offre le développement.

---

*) Voyez, pour les deux procédés cités, p. ex. le *Traité du Calc. Diff. et du Calc. Intégr., par* S. F. Lacroix (2:e Éd., T. I, p. 353—355), et la 5:e Leçon sur le Calcul Différentiel de M. Cauchy.

Contre la seconde méthode se présente la remarque qu'en admettant même, dans le cas de $y = o$, l'égalité

$$\frac{y^n}{-\left(\frac{1}{ly}\right)} = \frac{ny^{n-1}}{\frac{1}{y(ly)^2}},$$

il n'est pas permis d'en conclure dans ce cas celle de

$$-y^n ly = \frac{y^n}{n},$$

puisque la continuation des réductions qui ont donné celle-ci, menerait à la conclusion évidemment fausse que, pour $y = o$,

$$ly = -\frac{1}{n}.$$

Il parait donc nécessaire de mettre la vérité en question à l'abri de toute objection au moyen de quelque autre méthode. Voici celle que je proposerais.

La fonction

$$\frac{x^n}{lx},$$

ainsi que ses dérivées par rapport à n jusqu'au second ordre inclusivement

$$x^n \quad \text{et} \quad x^n lx,$$

ne prenant évidemment pas des valeurs *imaginaires*, *infinies* ou *indéterminées* pour une valeur de n quelconque qui ne dépasse pas les limites déterminées par sa valeur actuelle et zéro, tant que

l'exposant n sera réel et x positif et plus grand que l'unité, on aura par les principes connus du Calcul Différentiel

$$\frac{x^n}{lx}=\frac{1}{lx}+n+\varphi(x,n),$$

où la fonction supplémentaire

$$\varphi(x,n)$$

ne franchira pas les limites

$$\tfrac{1}{2}pn^2 \quad \text{et} \quad \tfrac{1}{2}qn^2;$$

p et q désignant les valeurs le plus et le moins avancées vers l'infini positif que pourra prendre la fonction

$$x^n lx$$

pour des valeurs de n quelconques qui ne sortent pas des limites formées par sa valeur actuelle et zéro. Or x étant supposé plus grand que l'unité et n positif, on aura évidemment

$$p=x^n lx \quad \text{et} \quad q=lx,$$

d'où il s'ensuit que

$$\varphi(x,n)$$

ne saurait dépasser les limites

$$\tfrac{1}{2}x^n lx.n^2 \quad \text{et} \quad \tfrac{1}{2}lx.n^2;$$

et que par conséquent la fonction en question

$$\frac{x^n}{lx}$$

ne franchira pas les limites

$$\frac{1}{lx} + n + \tfrac{1}{2} lx . n^2 \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{lx} + n + \tfrac{1}{2} x^{-1} lx . n^2 ;$$

tant que n et x seront positifs, et $x > 1$.

L'une et l'autre de ces limites surpassant, comme on voit, une valeur quelconque donnée, pourvu qu'on prenne x suffisamment grand, il faudra donc conclure qu'à $x = \infty$ répond

$$\frac{x^n}{lx} = \infty,$$

et que par conséquent, dans le même cas,

$$\frac{lx}{x^n} = o.$$

La détermination de la valeur de

$$\frac{lx}{x}$$

pour $x = \infty$ conduit, comme on sait, à celles de plusieurs autres fonctions du même genre, qui se présentent sous des formes indéterminées. Ainsi p. ex.

1:o La fonction

$$x^n (lx)^p$$

s'évanouira pour $x = \infty$ si *n est négatif et p positif*, deviendra *infinie* dans le même cas si *n est positif et p négatif*, *s'évanouira* pour $x = o$ si *n et p sont tous deux positifs* et deviendra *infinie* dans ce même cas si *ces exposants sont tous deux*

negatifs. Les valeurs de cette fonction dans les deux premiers cas résultent immédiatement de ce qui précède, et les deux derniers s'y réduisent sur-le-champ par la supposition de

$$x = \frac{1}{y}.$$

2:o Les fonctions

$$\frac{a^x}{x^n} \quad \text{et} \quad \frac{1}{a^x x^n}$$

où $a > 1$ et n est *positif*, deviendront *infinies*, la première pour $x = \infty$ et la seconde pour $x = o$, et la fonction

$$\frac{x^n}{a^x},$$

où a et n sont sujets aux mêmes conditions, *s'évanouira* par conséquent lorsque x devient infini. Le premier de ces résultats se déduit tout de suite du second des quatre précédents relatifs à

$$x^n(lx)^p,$$

par la substitution de

$$a^x = y;$$

le second s'ensuit de celui-ci, par celle de

$$x = \frac{1}{z},$$

et le troisième est une conséquence immédiate du premier.

Du second de ces derniers résultats s'ensuit que les dérivées de la fonction

$$e^{-\left(\frac{1}{x}\right)^2},$$

lesquelles sont successivement

$$e^{-\left(\frac{1}{x}\right)^2}.2x^{-3},$$

$$e^{-\left(\frac{1}{x}\right)^2}(4x^{-6}-6x^{-4}),$$

$$e^{-\left(\frac{1}{x}\right)^2}(8x^{-9}-36x^{-7}+24x^{-5}),$$

$$e^{-\left(\frac{1}{x}\right)^2}(16x^{-12}-144x^{-10}+300x^{-8}-120x^{-6}),$$

. . . .

s'évanouissent toutes pour $x=o$, et que par conséquent les deux fonctions différentes

$$fx \quad \text{et} \quad fx+\varphi\left(e^{-\left(\frac{1}{x}\right)^2}\right)$$

(f et φ étant des fonctions quelconques, dont la première et ses dérivées ne deviennent infinies ni indéterminées lorsque la variable dont elles dépendent s'évanouit, et la seconde devient nulle, mais ses dérivées seulement non infinies, dans la même supposition) ont pour développement par rapport à x la même suite de termes de la forme

$$a,\ bx,\ cx^2,\ dx^3 \text{ etc.}:$$

remarque intéressante due à M. Cauchy, bien que présentée par ce grand géomètre sous une forme moins générale (voir la fin de sa 10:e Leçon sur le Calcul Différentiel).

MISCELLER

OM

VULKANEN ÆTNA,

AF

IMM. ILMONI.

(Föredr. för Vet. Soc. d. 4 Mars 1839 och d. 26 Apr. 1841.)

Bland de märkvärdigare företeelser, hvilka Ætna, den förnämsta af Europas Vulkaner, erbjuder, och hvilka jag dels sjelf — under en resa på Sicilien, sommaren år 1829 — dels genom andra varit i tillfälle att inhämta, har jag ansett några vara af den art, att de möjligen kunde förtjena, åtminstone till bekräftelse på andras observationer i dessa ämnen, att offentliggöras. Det mesta af det här framställda har blifvit mig meddeladt, dels munteligen dels genom bref, af en pålitlig sagesman, den bekante Sicilianske Geologen Mario Gemmellaro.

1. *Om ljudande Electriska strömmar i Vulkanens luftkrets.* — Enligt nämnde Naturforskare skall det någon gång hafva förmärkts, att uppe i de högre regionerne af Vulkanen, vid klart, lugnt väder, vissa smalare sträckningar af luften närmast intill jordytan på längre eller kortare tid varit af den beskaffenhet, att man

inom desamma på ett eget obehagligt sätt känt sig afficierad, särdeles i ansigtshuden och håret, äfvensom tydeligen kunnat höra ett besynnerligt hväsande, hvilket genom hastiga svängningar i luften förmedelst fasta kroppar, t. ex. fingrarnes vibrerande rörelser, t. o. m. stegrats till verkeliga tonmodulationer. Den första gången man veterligen försport en sådan märkvärdig företeelse, skall hafva varit en dag i början af Juni månad år 1814. Gemmellaro hade väl sjelf icke varit närvarande vid detta tillfälle, men han borgar fullkomligt för sannfärdigheten af den berättelse, han derom lemnat mig: och emedan ifrågavarande företeelser den gången varit bestämdare än sedermera, torde de förtjena att närmare omtalas. Tvenne Resande jemte en gammal erfaren Vägvisare hade redan begynt anträda sitt återtåg ifrån den öfversta Askkäglan, då vid middagstiden, medan de ännu befunno sig i Öderegionen, och på en del deraf som ännu var betäckt med snö, den af dem som gick främst, Vägvisaren, helt hastigt begynte känna en obehaglig spänning i ansigtshuden, särdeles pannans, hvilken likasom drogs uppåt, äfvensom i hela hufvudsvålen, så att håren tycktes resa sig och blefvo sträfva: derjemte hörde han ett sagta hväsande, liksom af en bisvärm, i luften omkring sig, ehuru denna dock icke förmärktes vara i någon rörelse, utan lugn. Han stadnade genast och, för att närmare efterforska denna besynnerlighet, aftog sig mössan och strök sig om panna och hår, hvarvid det hväsande ljudet blef flerfaldt starkare. Snart begynte äfven den på 70 à 80 stegs afstånd efteråt vandrande ena Resanden att höra samma ljud och

förspörja samma känsla i hud och hår, äfvensom derjemte svindel, och sedan han stadnat på samma punkt som Vägvisaren, fortfor det så oafbrutet för dem begge. Emellertid höll äfven den andra Resanden på att ifrån ett något skiljdt håll, ehuru ännu på afstånd, nalkas de öfrige. Desse ropade åt honom att skynda sig och vinkade dervid med händerne; men under hvarje af dessa rörelser öfvergick det jemnt fortsatta, och af ropet icke förändrade, hväsandet i ett eget hvisslande, så starkt, att denne tredje hörde det på afstånd ganska tydligt, ehuru han ännu icke kände till någonting annat. Händelsevis kommo de vid sitt vinkande att äfven vibrera med fingrarne, och nu hörde de till sin förvåning hurusom det hvisslande ljudet öfvergick till verkeliga tonmodulationer, hvilka väl voro något oregelbundna, men ej oangenäma, utan liknade nära nog toner af Æolsharpa. Detta bemärkte nu äfven den annalkande nyssnämnde tredje vandraren, och först när han kommit på några steg nära de andra, greps sluteligen äfven han af samma affectioner i hud, hår och känsel som de förre. Men kort derpå utbröt ett redan en liten stund förut hotande oväder, med starkt hagel, hvilket satte en gräns för de Resandes ytterligare undersökningar af saken. — Att nu skildrade phænomener äro uttryck af Electricitet i Luften under en viss form, i vissa strömmar och sträckningar, synes vara otvifvelaktigt; men den närmare beskaffenheten deraf kan naturligtvis, i grund af de få fragmentariska iagttagelser Gemmellaro, så mycket jag känner, hitintills härom samlat, ännu icke bestämmas. Sannolikt synes dock vara, att nämnde

phænomen är i stort detsamma som, enligt nyligen gjord upptäckt, i smått företer sig i ångmachiner: nämligen att, då starkt sammantryckt vattenånga får tillfälle att hastigt utvidga sig, stark Electricitet uppkommer. Ångans utrusande från Ætnas krater var åtföljdt af samma electriska phænomen, som den ifrån ångkitteln utsläppta sammantryckta ångan visar, och denna likhet i förhållandet synes gifva Gemmellaros nu anförda berättelse ett högt vetenskapligt intresse. Hagel-ovädret synes ock varit förorsakadt af samma Electricitets inflytande, och kändt är, att en hagelskur låter genom ett hväsande buller redan på långt håll förmärka sig.

2. *Om Vulkanens skugga i dess egen dunstsphær.* — Denna företeelse har visserligen redan förut af Resande blifvit bemärkt; men torde dock förtjena att här något omnämnas. Jag hade företagit färden till Bergets spets en dag i Juni månad, vid ett ovanligt vackert, klart och lugnt väder: — äfven deruppe var luften sednare mot aftonen temmeligen lugn, med undantag af den vid kratern, der stormhvirflar mest alltid kännas, — himlen var molnfri, på några svaga, hvita strimmor när långt österut, och hade sin vanliga sydländska klarhet, — icke heller kunde några dunstmassor närmast bergets sluttningar, än mindre högre upp i luften, förmärkas. Emellertid inträffade, att, när solen hade sänkt sig till några grader (10 à 15°) nära mot horisonten, småningom i luftrymden på Vulkanens frånsida utbildade sig en pyramidalisk skuggestalt. Denna var i början ganska otydlig, både till färg och contourer; men i samma mon solen sjönk, blefvo dessa allt mera

bestämda, såsom ock pyramidens spets reste sig allt högre. Slutligen, då solen just var i sjelfva horisonten, syntes ifrågavarande skugga starkast tecknad och med blågrå färg, genom hvilken likväl det uppgående svaga stjernljuset skimrade lika tydligt som genom den öfriga östliga luftrymden. Med solens fullkomliga nedgång försvann naturligtvis hela detta phænomen och likasom upplöstes i natten. — Om morgonen, straxt efter solens uppgång, syntes denna skugga likaledes på den nästan motsatta sidan af berget, och under samma yttre förhållanden; men nu var den mindre bestämd, af ljusare färg och kortare duration.

3. *Om en sannolikt desinficierande verkan af Vulkanens rök.* — Under det Choleran om sommaren och hösten år 1837 grasserade på Sicilien, hemsöktes mest alla orter derstädes af denna farsot mer eller mindre, äfven högländta och bergstrakter. Ett märkvärdigt undantag härifrån utgjorde likväl, enligt ett bref ifrån Gemmellaro, hela den öfversta delen af bergets södra sluttning, dit äfven den lilla staden Nicolosi hörer: — denna trakt blef nämligen fullkomligt fredad, oaktadt en helt och hållet obehindrad communication med de nästintill belägna härjade orterna, bl. a. de under fullt samma lokalprædicament stående på bergets öfriga sidor, i synnerhet den mest befolkade östra, hvilka orter mycket ledo. Till förklarande af denna skarpt begränsade befrielse från farsoten, anför oftanämnde Naturforskare den härmed sammanträffande anmärkningsvärda omständigheten, att under hela

den tiden Choleran herrskade i östra delarne af Sicilien, en oupphörligt blåsande nordanvind dref de äfvenledes då ganska ymnigt frambrytande Vulkaniska rökmassorne närmast och tätast just öfverom den af farsoten skonade delen af Ætnas södra bergstrakt, och att der denna rökregion upphörde, äfven territoriet för Cholerans härjningar vidtog. — Nu anförda iagttagelse är väl, såsom ett blott isoleradt factum, icke tillräckligt stöd för mer än ett endast sannolikt antagande af en desinficierande egenskap hos Vulkanens rök: likväl kan densamma utgöra ett bidrag till utredande af den vigtiga frågan öfverhufvud, huru Vulkaniska effluvier förhålla sig till Miasmer, Contagier och Epidemier.

UEBER

DAS VORKOMMEN EINER BISHER UEBERSEHENEN UNDULATION IM GANGE DER TÄGLICHEN TEMPERATUR-CURVE,

VON

J. J. NERVANDER.

(Vorgetr. in der Finl. Societ. d. Wissensch. d. 14 März 1842.)

Durch die Untersuchung über die tägliche Veränderung der magnetischen Declination, welche ich der Kajserl. Academie der Wissenschaften in S:t Petersburg vorzulegen die Ehre gehabt habe, bin ich zu der Ansicht gekommen, dass eine gewisse Regelmässigkeit in den sogenannten unregelmässigen täglichen Schwankungen der magnetischen Declination nicht ganz unwarscheinlich sey, und dass eine solche Regelmässigkeit noch in den entsprechenden Schwankungen der Temperatur aufzufinden wäre, so dass die tägliche Temperatur-Curve, mit hinreichender Genauigkeit untersucht, mehrere kleine Biegungen zeigen würde.

Diese meine Ansicht stützt sich auf Berechnungsmethoden, welche äusserst einfach und, in so fern ich beurtheilen kann, die-

jenigen sind, welche eigentlich *zuerst* angewandt werden sollten, wo es sich davon handelt, die practischen Formeln für die Curve einer periodischen Erscheinung aufzufinden, und die ich deshalb, der Kürze wegen, die **Preliminäre Methode** nennen werde. Man wird nämlich auf die Weise auf alle besondern Stellen der Curve, auf alle Biegungen, welche sonst ihrer Kleinheit wegen entweder entschlüpfen, oder ohne Weiteres als Unregelmässigkeiten betrachtet werden können, aufmerksam gemacht. Da jedoch diese Berechnungs-Methode nicht gebräuchlich ist, und ich deshalb nicht erwarten konnte, dass man ihr Zutrauen schenken würde, bin ich bemüht gewesen das Daseyn dieser Biegungen nach der unbestritten zuverlässigen Methode der kleinsten Quadrate darzulegen. Einen solchen Versuch, der einigen Erfolg gehabt hat, nehme ich mir die Freyheit jetzt der Finländischen Societät der Wissenschaften zu überreichen.

So viel ich weiss, hat man die Methode der kleinsten Quadrate nur auf die Weise zur Bestimmung des Ganges der täglichen Temperatur-Curve angewandt, dass man die monatlichen Mittel der Beobachtungs-Stunden für jeden Monat für sich genommen, diese Mittel als zu einer 24-stündigen Periode gehörig betrachtet und darnach diese Periode für jeden der 12 Monate einzeln berechnet hat.

Gegen dies Verfahren ist nun gewiss nichts einzuwenden; nur kann man bemerken, dass die Methode d. kl. Quadr. auch auf ei-

ne andere Weise zur Bestimmung des wahrscheinlichen Werthes der Temperatur für jede Stunde angewandt werden kann, und dass nur die Erfahrung zu entscheiden vermag, ob der gewöhnliche Weg oder dieser neue die zuverlässigern Resultate darbiete. Dies zweyte, so viel ich weiss, noch bis jetzt nicht angewandte Verfahren verdient schon deswegen wenigstens ein Mal versucht zu werden, und es ist deshalb zu verwundern, dass man es nicht schon längst gethan hat; aber man muss entweder nicht darauf verfallen seyn, oder hat man so oben hin angenommen, dass dies Verfahren nicht so genaue Resultate geben würde als das gewöhnliche, wodurch man sich überdies schon hinlänglich befriedigt fühlte. Hat doch gerade der Umstand, dass ich mit den auf dem gewöhnlichen Wege gefundenen Resultaten mich *nicht* gänzlich befriedigt fühlte, mich auf das andere Verfahren hingewiesen.

In der That, wenn man annimmt dass um die Stunde a eine sehr kleine constante Biegung der täglichen Temperatur-Curve Statt finde, so kann es leicht geschehen, dass die zufälligen Unregelmässigkeiten dieser beobachteten Curve noch hinlänglich bedeutend sind, so dass die berechnete Curve diese kleine constante Biegung vernachlässigen muss, damit die Summe der Quadrate der Fehler ein Minimum werde. Wenn aber der Einfluss der constanten Biegung um die Stunde a in allen Monaten bemerkbar ist, und wenn man die Beobachtungen um Uhr a für alle 12 Monate des Jahres, als eine in sich zurücklaufende Periode betrachtet und nach der bekannten Formel berechnet, so ist es sehr

wahrscheinlich dass der vereinte Einfluss von allen diesen, wenn auch noch so unbedeutenden Biegungen, der 12-monatlichen Periode für die Stunde *a* etwas characteristisches, was sie von der vorhergehenden und nachfolgenden unterscheidet, beybringen werde. Dies ist nun auch das Verfahren, welches ich im folgenden eingeschlagen habe. Ausser dem angeführten Zweck dieses Verfahrens habe ich dabey noch einen Nebenzweck im Auge gehabt.

Herr Professor Hällström hat bey Berechnung Seiner mit so ausserordentlichem Muth und so seltener Ausdauer jede Stunde des Tages angestellten, eilfjährigen Beobachtungen die nächtlichen Stunden interpolirt, um hernach das gewöhnliche Verfahren befolgen zu können. Die Richtigkeit Seiner Interpolationen beweiset sich nun gewiss durch die genaue Uebereinstimmung der beobachteten und der berechneten Werthe. Vielleicht könnte aber jemand die Einwendung machen, dass eine solche Interpolation, wenn auch im Ganzen hinreichend genau, dennoch nicht auf *dieselbe* Zuverlässigkeit Anspruch machen könne, als die directe angestellten Beobachtungen. Da nun solche eilfjährige Beobachtungen etwas so seltenes sind, dass man nie zu viel Mühe auf ihre Berechnung anwenden kann, so schien es mir interessant, dass die wirklich beobachteten Stunden für sich, unabhängig von den interpolirten, berechnet würden, und dies kann nun nach dem oben angegebenen Verfahren geschehen.

Ich habe also dies Verfahren: *die Beobachtungen der gleichnamigen Stunden jeden Monats als eine in sich zurücklaufende*

Periode mit 12 æqvidistanten Beobachtungs-Punkten anzusehen und nach der bekannten Formel

$$T = u_0 + u_1 \, Sin\,(30° + U_1) + u_2 \, Sin\,(60° + U_2) + u_3 \, Sin\,(90° + U_3)$$

zu berechnen, auf Herrn Professor Hällströms eilfjährige Temperatur-Beobachtungen in Helsingfors angewandt und zwar zu folgenden Zwecken. 1:o Um zu ermitteln, ob einige von den in der Untersuchung über den täglichen Gang der magnetischen Declination erwähnten kleinen Biegungen nach dieser Berechnungs-Weise hervortreten könnten; 2:o Um Herrn Prof. Hällströms Beobachtungen unabhängig von jeder Interpolation berechnen zu können; und endlich 3:o Um durch eine Vergleichung mit Herrn Professor Hällströms auf dem gewöhnlichen Wege gewonnenen Resultaten entscheiden zu können, in wie fern das neue von mir angewandte Verfahren die Probe hinlänglich gut bestehe, um neben dem gewöhnlichen einen Platz behaupten zu können.

Nach dieser Einleitung mögen die Resultate der Berechnung hier folgen.

Die Tab. *I.* und *II.* enthalten die Constanten

$$u_0,\ u_1,\ u_2,\ u_3$$
$$U_1,\ U_2,\ U_3$$

der respectiven Formeln für die Stunden XIX—XI und für das Minimum.

Tab. I.

Stunde	u_0	u_1	u_2	u
XIX	2,975	12,012	1.259	0.476
XX	3.687	12,386	1.107	0.421
XXI	4.300	12.615	0.840	0.448
XXII	4.930	12.740	0.615	0.466
XXIII	5.436	12.739	0.553	0.487
O	5.812	12.721	0.557	0.480
I	6.031	12.685	0.573	0.502
II	6.074	12.701	0.546	0.492
III	5.936	12.725	0.520	0.503
IV	5.652	12.699	0.515	0.461
V	5.297	12.626	0.573	0.455
VI	4.857	12.409	0.682	0.467
VII	4.384	12.390	0.758	0.541
VIII	3.927	11.742	0.765	0.615
IX	3.510	11.385	0.688	0.582
X	3.113	11.066	0.638	0.561
XI	2.756	10.774	0.560	0.472
Minim.	0.560	10.527	0.622	0.339

Tab. II.

Stunde.	U_1	U_2	U
XIX	258°40′43″	133°12′10″	344°21′28″
XX	259°48′6″	129°23′51″	333°26′6″
XXI	261°8′11″	122°54′5″	320°26′24″
XXII	261°47′40″	105°23′28″	316°18′19″
XXIII	262°15′10″	88°57′8″	316°31′32″
XXIV	262°24′38″	76°30′50″	319°20′23″
I	262°43′57″	70°7′48″	322°8′31″
II	263°2′16″	68°15′22″	323°7′48″
III	263°18′1″	73°53′15″	324°18′28″
IV	263°24′2″	85°10′42″	326 39′16″
V	263°7′44″	101°46′31″	327°33′40″
VI	262°25′42″	112°54′46″	333°15′7″
VII	261°25′20″	118°40′38″	340 23′36″
VIII	260°17′40″	221°37′18″	339°41′55″
IX	259°8′24″	123°3′16″	341°58′50″
X	247°49′19″	124°16′5″	346°15′10″
XI	257°2′30″	133°4′14″	351°16′9″
Minim.	254°48′38″	128°55′2″	342°16′36″

In der Tab. III sind die Differenzen zwischen den Beobachtungen des Herrn Prof. Hällström und meinen Berechnungen aufgenommen. Diese Differenzen stimmen sehr gut mit den Resultaten überein, welche Herr Prof. Hällström (Act. Soc. Sc. Fenn. pag. 216) aus den Mittel-temperaturen der 12 Monate, mit einander verglichen, gefunden hat. Letztgenannte Differenzen sind unten in der Tab. III zur Vergleichung beygefügt.

Tab. III.

Stunde	*Jan.*	*Febr.*	*März*	*Apr.*	*Mai*	*Jun.*	*Jul.*	*Aug.*	*Sept.*	*Oct.*	*Nov.*	*Dec.*
XIX	−0.54	+0.78	−0.72	+0.37	0.00	−0.13	0.00	+0.18	−0.21	+0.10	−0.03	+0.20
XX	−0.54	+0.79	−0.74	+0.41	−0.03	−0.14	+0.05	+0.13	−0.18	[illegible]	−0.04	+0.20
XXI	−0.50	+0.68	−0.62	[illegible]	−0.03	−0.10	+0.01	+0.14	−0.18	+0.12	−0.09	+0.23
XXII	−0.51	+0.65	−0.54	+0.26	+0.01	−0.10	+0.01	+0.08	−0.09	+0.04	−0.07	+0.25
XXIII	−0.50	+0.62	−0.48	+0.20	+0.04	−0.09	−0.01	+0.09	−0.07	+0.01	−0.04	+0.24
0	−0.51	+0.58	−0.42	+0.14	+0.03	−0.04	−0.06	+0.09	−0.02	−0.05	−0.03	+0.27
I	−0.55	+0.59	−0.40	+0.12	+0.03	0.00	−0.09	+0.10	+0.01	−0.08	−0.02	+0.29
II	−0.55	+0.55	−0.33	+0.07	+0.04	+0.02	−0.10	+0.08	+0.03	−0.09	−0.04	+0.32
III	−0.55	+0.54	−0.30	+0.05	+0.03	+0.07	−0.17	+0.12	+0.04	−0.12	−0.02	+0.32
IV	−0.56	+0.53	−0.30	+0.08	−0.04	+0.14	−0.21	+0.13	+0.04	−0.11	−0.04	+0.34
V	−0.55	+0.54	−0.32	+0.11	−0.08	+0.19	−0.25	+0.15	+0.05	−0.13	−0.03	+0.34
VI	−0.56	+0.61	−0.43	+0.18	−0.08	+0.14	−0.23	+0.19	−0.03	−0.08	−0.02	+0.30
VII	−0.61	+0.65	−0.43	+0.18	−0.07	+0.15	−0.26	+0.23	−0.05	−0.09	−0.02	+0.32
VIII	−0.62	+0.68	−0.45	+0.17	−0.06	+0.14	−0.26	+0.23	−0.06	−0.06	−0.04	+0.34
IX	−0.63	+0.68	−0.48	+0.20	−0.07	+0.12	−0.23	+0.21	−0.08	−0.03	−0.06	+0.35
X	−0.65	+0.69	−0.44	+0.12	+0.02	+0.04	−0.19	+0.21	−0.10	0.00	−0.10	+0.39
XI	−0.65	+0.74	−0.53	+0.21	0.00	+0.01	−0.13	+0.18	−0.10	+0.02	−0.11	+0.38
Min.	−0.61	+0.86	−0.73	+0.29	+0.15	−0.28	+0.08	+0.18	−0.25	+0.13	−0.06	+0.24
Halbstr.	−0.68	+0.62	−0.43	+0.27	+0.13	−0.12	−0.21	+0.11	−0.04	+0.16	+0.04	+0.21

In der Tab. IV sind die Differenzen zwischen Herrn Prof. Hällströms Pag. 217 angeführten Berechnungen und Seinen Beobachtungen angeführt.

Tab. IV.

Stunde	*Jan.*	*Febr.*	*Mars*	*Apr.*	*Moj*	*Jun.*	*Jul.*	*Aug.*	*Sept.*	*Oct.*	*Nov.*	*Dec.*
XIX	−0.45	+0.75	−0.45	+0.31	+0.18	+0.03	−0.20	+0.09	+0.16	+0.17	+0.11	+0.40
XX	−0.67	+0.62	−0.60	+0.27	+0.15	−0.18	−0.23	+0.11	+0.08	−0.09	−0.08	+0.29
LXI	−0.84	+0.52	−0.40	+0.24	+0.05	−0.18	−0.24	+0.02	−0.20	0.00	−0.30	+0.11
XXII	−0.82	+0.54	−0.31	+0.24	+0.09	−0.18	−0.23	+0.06	−0.24	+0.03	−0.20	+0.07
XXIII	−0.67	+0.60	−0.38	+0.31	+0.18	−0.06	−0.26	+0.15	−0.04	+0.06	+0.02	+0.22
O	−0.58	+0.68	−0.41	+0.27	+0.10	−0.02	−0.18	+0.18	−0.02	+0.17	+0.06	+0.29
I	−0.57	+0.76	−0.44	+0.31	+0.12	−0.08	−0.13	+0.17	+0.01	+0.11	+0.08	+0.33
II	−0.67	+0.66	−0.38	+0.31	+0.06	−0.19	−0.12	+0.08	−0.03	+0.11	−0.07	+0.23
III	−0.75	+0.57	−0.40	+0.19	+0.03	−0.16	−0.20	+0.01	−0.14	+0.11	−0.10	+0.07
IV	−0.76	+0.61	−0.39	+0.28	+0.11	−0.21	−0.28	+0.05	−0.11	+0.07	−0.17	+0.13
V	−0.78	+0.58	−0.34	+0.36	+0.16	−0.06	−0.12	+0.16	−0.10	+0.09	−0.03	+0.24
VI	−0.59	+0.70	−0.47	+0.36	+0.22	−0.11	−0.03	+0.18	−0.06	+0.10	+0.03	+0.35
VII	−0.52	+0.70	−0.48	+0.18	+0.14	−0.04	−0.16	+0.19	−0.04	+0.15	+0.01	+0.28
VIII	−0.63	+0.73	−0.38	+0.19	+0.05	−0.15	−0.19	+0.07	−0.02	+0.17	+0.05	+0.23
IX	−0.70	+0.65	−0.35	+0.34	+0.03	−0.19	−0.28	+0.09	−0.01	0.00	+0.07	+0.11
X	−0.77	+0.56	−0.40	+0.23	+0.04	−0.22	−0.20	+0.07	−0.06	+0.06	−0.19	+0.13
XI	−0.77	+0.53	−0.48	+0.57	+0.37	−0.05	−0.19	+0.14	−0.11	+0.05	−0.21	+0.12

Diese Differenzen sollten nun mit den in der Tab. III angegebenen identisch seyn, wenn die gewöhnliche und die von mir befolgte Berechnungs-Methode ganz dieselben Resultate liefern würde. So ist es jedoch nicht. Unterschiede zwischen Herrn Prof. Hällströms und meinen Differenzen sind da; aber diese Unterschiede sind doch *sehr unbedeutend*, und diese grosse Uebereinstimmung spricht demnach sehr für die Anwendbarkeit meines Verfahrens. Uebrigens sieht man leicht, dass meine Differenzen kleiner sind; welches also beweisen könnte, dass letzt-genanntes Verfahren selbst vorzuziehen sey, wenn man die Uebereinstimmung zwischen den Beobachtungen und den Berechnungen auf das Höchste treiben will.

Zur bessern Uebersicht sind in den Tabb. V. und VI., in den Columnen *H* und *N*, die von Herrn Prof. Hällström und mir berechneten Resultate neben einander zusammengestellt.

Tab. V.

St.de.	*Januarii*			*Februarii*			*Mars*			*April*			*Maj*			*Junii*		
	H.	N.	Diff.	H.	N.	Diff.	H.	N.	Diff.	H.	N.	Diff.	H.	N.	Diff.	H.	N.	Diff.
XIX	-8.1	-8.01	-0.09	-8.2	-8.23	+0.03	-6.3	-6.03	-0.27	-0.7	-0.76	+0.06	6.8	6.98	-0.18	13.5	13.66	-0.16
XX	-7.7	-7.84	+0.07	-7.6	-7.77	+0.17	-5.3	-5.16	-0.14	0.4	0.26	+0.14	7.7	7.88	-0.18	14.6	14.56	+0.04
XXI	-7.4	-7.74	+0.34	-7.0	-7.16	+0.16	-4.3	-4.08	-0.22	1.4	1.31	+0.09	8.5	8.61	-0.11	15.3	15.22	+0.08
XXII	-7.1	-7.41	+0.31	-6.3	-6.41	+0.11	-3.3	-3.07	-0.23	2.2	2.18	+0.02	9.1	9.18	-0.08	15.8	15.72	+0.12
XXIII	-6.8	-6.97	+0.17	-5.7	-5.72	+0.02	-2.4	-2.30	-0.10	2.7	2.81	-0.11	9.5	9.64	-0.14	16.1	16.13	-0.03
O	-6.5	-6.57	+0.07	-5.3	-5.20	-0.10	-1.8	-1.79	-0.01	3.1	3.23	-0.13	9.9	9.97	-0.07	16.4	16.42	-0.02
I	-6.3	-6.32	+0.02	-5.0	-4.83	-0.17	-1.4	-1.44	+0.04	3.3	3.49	-0.19	10.1	10.19	0.09	16.7	16.62	+0.08
II	-6.2	-6.32	+0.12	-4.9	-4.79	-0.11	-1.3	-1.35	+0.05	3.4	3.64	-0.24	10.3	10.32	0.02	16.9	16.69	+0.21
III	-6.3	-6.56	+0.20	-5.0	-4.97	-0.03	-1.4	-1.50	+0.10	3.4	3.54	-0.14	10.3	10.30	0.00	16.9	16.67	+0.23
IV	-6.5	-6.70	+0.20	-5.4	-5.32	-0.08	-1.8	-1.89	+0.09	3.1	3.30	-0.20	10.0	10.15	-0.15	16.8	16.47	+0.33
V	-6.7	-6.92	+0.22	-5.8	-5.76	-0.04	-2.4	-2.42	+0.02	2.6	2.85	-0.25	9.6	9.84	-0.24	16.4	16.15	+0.25
VI	-7.0	-7.03	+0.03	-6.2	-6.11	-0.09	-3.0	-3.04	+0.04	2.0	2.18	-0.18	9.0	9.30	-0.30	15.9	15.65	+0.25
VII	-7.2	-7.11	-0.09	-6.4	-6.36	-0.04	-3.6	-3.63	+0.03	1.4	1.40	0.00	8.4	8.61	-0.21	15.2	15.01	+0.19
VIII	-7.2	-7.21	+0.01	-6.6	-6.53	-0.07	-4.1	-4.03	-0.07	0.7	0.72	-0.02	7.7	7.81	-0.11	14.5	14.21	+0.29
IX	-7.2	-7.27	+0.07	-6.7	-6.73	+0.03	-4.5	-4.37	-0.13	0.1	0.24	-0.14	7.0	7.10	-0.10	13.6	13.29	+0.31
X	-7.2	-7.31	+0.11	-6.8	-6.93	+0.13	-4.8	-4.76	-0.04	-0.4	-0.29	-0.11	6.4	6.42	-0.02	12.7	12.44	+0.26
XI	-7.3	-7.41	+0.11	-7.0	-7.21	-0.21	-5.1	-5.05	-0.05	-0.9	-0.54	-0.36	5.6	5.97	-0.37	11.6	11.64	-0.04

Tab. VI.

St:de	*Julii*			*Augusti*			*September*			*October*			*November*			*December*		
	H.	N.	Diff.	H.	N.	Diff.	H.	N.	Diff.	H.	N.	Diff.	H.	N.	Diff.	H.	N.	Diff.
XIX	16.0	15.80	+0.20	13.7	13.61	+0.09	9.2	9.57	-0.37	4.8	4.87	-0.07	-0.6	-0.46	-0.14	-5.5	-5.30	-0.20
XX	17.2	16.92	+0.28	14.8	14.78	+0.02	10.2	10.46	-0.26	5.4	5.40	0.00	-0.1	-0.14	+0.04	-5.2	-5.11	-0.09
XXI	18.1	17.75	+0.35	15.8	15.68	+0.12	11.2	11.18	-0.02	6.0	5.88	+0.12	0.2	0.08	+0.12	-5.0	5.12	+0.12
XXII	18.7	18.46	+0.24	16.6	16.58	+0.02	12.0	12.05	-0.05	6.5	6.49	+0.01	0.5	0.37	+0.13	-4.8	-4.98	+0.18
XXIII	19.2	18.95	+0.25	17.1	17.16	-0.06	12.6	12.63	-0.03	6.9	6.95	-0.05	0.6	0.66	-0.06	-4.7	-4.72	+0.02
O	19.4	19.28	+0.12	17.5	17.59	-0.09	13.1	13.10	0.00	7.1	7.32	-0.22	0.8	0.89	-0.09	-4.5	-4.48	-0.02
I	19.5	19.46	+0.06	17.7	17.77	-0.07	13.3	13.30	0.00	7.3	7.49	-0.19	0.9	1.00	-0.10	-4.4	-4.36	-0.04
II	19.5	19.48	+0.02	17.8	17.79	+0.01	13.4	13.34	+0.06	7.3	7.50	-0.20	1.0	0.97	+0.03	-4.3	-4.39	+0.09
III	19.4	19.37	+0.03	17.7	17.59	+0.11	13.3	13.12	+0.18	7.1	7.33	-0.23	0.9	0.82	+0.08	-4.3	-4.55	+0.25
IV	19.1	19.03	+0.07	17.3	17.22	+0.08	12.9	12.75	+0.15	6.8	6.98	-0.18	0.7	0.57	+0.13	-4.5	-4.71	+0.21
V	18.5	18.63	-0.07	16.7	16.71	-0.01	12.4	12.25	+0.15	6.4	6.62	-0.22	0.4	0.40	0.00	-4.7	-4.80	+0.10
VI	17.8	18.00	-0.20	16.0	15.99	+0.01	11.7	11.67	+0.03	6.1	6.28	-0.18	0.2	0.25	-0.05	-4.9	-4.85	-0.05
VII	17.1	17.20	-0.10	15.2	15.16	+0.04	11.0	11.11	-0.11	5.8	6.04	-0.16	0.1	0.13	-0.03	-4.9	-4.94	-0.04
VIII	16.3	16.37	-0.07	14.5	14.34	+0.16	10.5	10.54	-0.04	5.6	5.83	-0.23	0.0	0.09	-0.09	-4.9	-5.01	+0.02
IX	15.5	15.45	+0.05	13.8	13.68	+0.12	10.1	10.17	-0.07	5.6	5.63	-0.03	0.0	-0.01	+0.01	-4.8	-5.04	+0.24
X	14.6	14.59	+0.01	13.2	13.06	+0.14	9.8	9.84	-0.04	5.4	5.46	-0.06	0.0	-00.9	+0.09	-4.8	-5.06	+0.26
XI	13.8	13.73	+0.07	12.5	12.46	+0.04	9.5	9.49	+0.01	5.2	5.23	-0.03	-0.1	-0.20	+0.10	-4.8	-5.06	+0.26

Man sieht, dass die Differenzen zwischen *H* und *N* sich gewöhnlich auf Hunderttheile eines Grades C. beschränken. Die grösste Differenz trifft um Uhr XXI im Januar ein, und erreicht 0°,34. Man sieht aber, dass in der Tab. IV. die grösste Differenz zwischen Herr Prof. Hällströms Beobachtungen und Berechnungen auch auf diese Zeit fällt. Diese Differenz steigt bis auf 0,84; während die Tab. III nur einen Unterschied von 0,50 angiebt.

In der Tab. VII findet man die Summen der Quadrate dieser Differenzen für die Tabb. IV, III und V—VI unter den Columnen IV, III und V—VI angeführt.

Tab. VII.

Monat	*IV*	*III*	*V — II*
Januar	8.38	5.72	0.42
Februar	7.24	7.26	0.23
März	3.14	3.84	0.25
April	1.64	0.81	0.49
Maj	0.44	0.05	0.52
Junii	0.41	0.18	0.73
Julii	0.70	0.52	0.54
Augusti	0.33	0.41	0.13
September	0.19	0.21	0.41
October	0.26	0.12	0.40
November	0.33	0.05	0.12
December	0.91	1.54	0.48
Summe	23.97	20.71	5.13.

Alles dies scheint zu beweisen, dass das von mir angewandte Verfahren wenigstens dasselbe Vertrauen verdiene, als das früher gebräuchliche. Wir können also die in den Tabb. V—VI angeführten Resultate etwas näher betrachten. Wenn man die in der Columne X eingetragenen Werthe für die gleichnamigen Stunden graphisch zu Curven verbindet, findet man dass diese Curven auffallend regelmässig und einfach sind. Auch sind die Curven einer Stunde denen der übrigen sehr ähnlich. S. Pl. XIV Fig. I.

Wenn man aber die zu demselben Monat gehörigen Stunden graphisch verbindet, werden die Curven den von Herrn Professor Hällström gefundenen, wie man aus dem Obigen schon schliessen kann, im Ganzen sehr ähnlich. So zeigt sich im December das Wärme-Minimum, welches Herr Professor Hällström gefunden hat, geht in den nächsten Monaten in eine Inflexion über und verschwindet gegen die Sommermonate gänzlich.

Jedoch zeigen die nach meinen Berechnungen gefundenen Curven einen sehr auffallenden Umstand, welcher nach dem gewöhnlichen Verfahren nicht bemerkbar ist.

Der Monat December giebt nämlich des Morgens ein der letztgenannten abendlichen Temperatur-Undulation ganz analoges Temperatur-Maximum und Minimum. Das Kälte-Minimum tritt um Uhr XX und das Kälte-Maximum um Uhr XXI hervor. Diese Morgen-Undulation ist also von der abendlichen um etwa 12 Stunden entfernt.

Ganz analog mit der abendlichen Undulation, geht die Morgen-Undulation in den nächsten Monaten in eine Inflexion über und verschwindet gegen den Sommer.

Dass diese Morgen-Undulation sich wirklich in den beobachteten Temperatur-Mitteln vorfinde und also in der Natur begründet sey, beweist sich durch einen Vergleich der graphischen Darstellungen der beobachteten Curven (B), und der von mir berechneten (N); wozu noch die von Herrn Professor Hällström berechneten (H) in der Pl. XIV Fig. 2. hinzugefügt sind.

Da diese Morgen-Undulation jedoch, so viel ich weiss, von Niemand früher dargestellt worden ist, scheint es mir nothwendig Ihr constantes Daseyn so kräftig wie möglich zu beweisen.

Zuerst ist demnach nöthig jeden Gedanken an einen Local-Einfluss zu beseitigen.

Herrn Professor Hällströms Beobachtungen sind in verschiedenen Localen angestellt worden. Die erste Hälfte dieser Beobachtungen ist in einem ganz anderen Hause als die zweite, und diese zweite wiederum in zwei verschiedenen, zu demselben Hofe gehörenden, Gebäuden angestellt worden.

Dass kein directer Einfluss der Sonnenstrahlen in Helsingfors im December um Uhr XX und XXI zu befürchten sey, ist gewiss eine sehr überflüssige Anmerkung.

Dass diese Undulation auch anderwärts vorkommt, lässt sich aus meinen Untersuchungen über den täglichen Gang der magnetischen Declination entnehmen; denn diese Morgen-Undulation entspricht deutlich der daselbst unter der Benennung *D* vorkommenden.

Dass Herr Professor Hällström diese so bestimmt ausgeprägte Undulation des Morgens nicht selbst bemerkt hat, lässt sich sehr leicht dadurch erklären, dass der Herr Professor von den monatlichen Mitteln jedes einzeln graphisch nicht dargestellt und vielleicht die graphischen Darstellungen der beobachteten, eilfjährigen monatlichen Mittel selbst nicht *auf einmal neben einander* betrachtet und verglichen hat.

Wenn man nämlich die Temperatur-Curven jeden Monats für die eilf Beobachtungs-Jahre in Helsingfors graphisch darstellt und die obengenannte preliminäre Berechnungs-Methode darauf anwendet, kann man kaum das constante Daseyn der fraglichen Undulation bezweifeln; sonst müsste man ja den Beobachtungen eines der umsichtigsten und genauesten Beobachter auch in anderer Hinsicht kein Vertrauen schenken können.

In den folgenden Tabellen VIII—XIX, worin die monatlichen Resultate der preliminären Methode enthalten sind, werden die Stunden XIX und XI vermisst, weil an diesen Stunden, wo die Beobachtungen abgebrochen sind, man nicht wissen und angeben kann, ob ein Biegungs-Scheitel vorhanden sey oder nicht.

Eine solche Unsicherheit kann in gewissen Fällen sich auch auf die nächstliegenden Stunden erstrecken und unter solchen Umständen wurde von mir als Regel angenommen, weder *M* noch *m* zu berücksichtigen.

Tab. VIII.

Januar.

Stunde	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	*Stunde*		
XX	—	m	m	m	—	—	—	*m*	—	—	—	—	−4	−4
XXI	—	M	M	M	—	—	—	*M*	*M*	—	m	+5	−1	+4
XXII	—	—	m	—	—	—	—	—	—	—	M	+1	−1	0
XXIII	—	—	m	—	—	—	—	—	—	—	—	—	−1	−1
O	—	—	M	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	+1
I	—	—	*m*	*m*	—	*m*	*m*	—	—	*m*	—	—	−5	−5
II	*m*	*m*	*m*	—	*m*	—	—	*m*	*m*	—	*m*	—	−7	−7
III	—	—	—	—	—	—	—	—	*M*	—	—	+1	—	+1
IV	—	—	—	—	*M*	M	M	—	*m*	—	—	+3	−1	+2
V	M	*M*	—	—	*m*	m	—	—	M	—	M	+4	−2	+2
VI	—	*m*	—	*M*	—	—	m	—	m	—	m	+1	−4	−3
VII	m	M	—	*m*	—	M	—	—	—	—	*M*	+3	−2	+1
VIII	—	—	*M*	—	*M*	m	—	*M*	—	—	*m*	+3	−2	+1
IX	—	m	—	*M*	*m*	—	—	—	*M*	—	—	+2	−2	0
X	—	—	*m*	*m*	—	—	—	*m*	*m*	—	—	—	−4	−4

Tab. IX.

Februar.

Stunde	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	*Summe*		
XX	—	—	m	—	—	m	—	—	m	—	m	—	—4	—4
XXI	M	—	M	—	—	m	—	—	M	—	M	+4	—1	+3
XXII	m	—	—	—	—	M	—	—	M	—	—	+2	—1	+1
XXIII	m	—	—	—	m	—	—	—	m	—	—	—	—3	—3
0	M	—	—	—	M	—	—	—	M	—	—	+3	—	+3
I	—	*m*	*m*	—	*m*	—	*m*	—	*m*	—	—	—	—5	—5
II	*m*	—	—	*m*	—	*m*	—	*m*	M	*m*	*m*	+1	—6	—5
III	—	—	—	—	—	—	M	—	m	—	—	+1	—1	0
IV	—	—	—	—	M	—	m	—	—	—	—	+1	—1	0
V	—	M	—	—	m	—	—	—	M	—	M	+3	—1	+2
VI	M	—	*M*	—	M	—	—	M	m	M	m	+5	—2	+3
VII	M	m	*m*	—	m	—	M	M	m	M	M	+5	—4	+1
VIII	m	—	—	—	*M*	—	M	—	M	m	—	+3	—2	+1
IX	—	M	—	—	*m*	*M*	m	m	m	—	m	+2	—5	—3
X	—	—	—	—	—	*m*	—	—	—	—	—	—	—1	—1

Tab. X.

Martii.

Stunde	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	*Summe*		
XX	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
XXI	—	—	—	—	—	—	—	—	m	—	—	—	−1	−1
XXII	—	—	—	—	—	—	—	—	M	m	—	+1	−1	0
XXIII	—	—	—	—	—	—	—	—	—	m	—	—	−1	−1
O	m	—	—	—	—	—	—	*m*	—	M	—	+1	−2	−1
I	M	—	—	*m*	—	*m*	—	M	—	—	—	+2	−2	0
II	*m*	*m*	*m*	—	*m*	—	*m*	m	*m*	—	*m*	—	−8	−8
III	—	*M*	—	—	—	—	—	m	—	*m*	—	+1	−2	−1
IV	—	*m*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	−1	−1
V	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
VI	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
VII	—	—	M	M	—	—	—	M	M	M	—	+5	—	+5
VIII	—	—	—	M	—	M	—	—	m	—	—	+2	−1	+1
IX	—	—	m	m	—	—	M	m	M	m	—	+2	−4	−2
X	—	—	—	m	—	m	m	—	m	—	—	—	−4	−4

Tab. XI.

Aprill.

Stunde	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	*Stunde*		
XX	—	—	—	—	—	—	—	m	—	—	—	—	—1	—1
XXI	—	—	—	—	—	—	—	M	—	—	—	—	+1	+1
XXII	—	—	—	—	—	—	—	M	—	—	—	—	+1	+1
XXIII	—	—	m	—	m	m	—	—	m	m	—	—	—5	—5
0	—	—	M	*m*	M	M	*m*	—	M	M	—	+5	—2	+3
I	—	*m*	*m*	M	—	—	*M*	—	—	—	—	+2	—2	0
II	*m*	—	—	—	*m*	*m*	—	*m*	—	*m*	*m*	—	—6	—6
III	—	—	—	m	—	—	*m*	M	*m*	—	M	+2	—3	—1
IV	M	—	—	—	—	—	—	m	—	—	m	+1	—2	—1
V	m	—	—	—	—	—	—	—	—	—	M	+1	—1	0
VI	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	m	—	—1	—1
VII	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
VIII	—	—	—	—	M	—	—	M	M	—	—	+3	—	+3
IX	—	—	—	—	m	M	—	m	—	—	—	+1	—2	—1
X	—	—	—	—	—	m	—	—	m	—	—	—	—2	—2

Tab. XII.

Maj.

Stunde	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	*Summe*		
XX	—	m	—	m	—	—	—	—	m	—	—	—	—3	—3
XXI	—	M	—	m	—	m	—	m	M	m	—	+ 2	—4	—2
XXII	—	—	—	M	m	M	—	M	m	M	—	+ 4	—2	+ 2
XXIII	*m*	—	—	m	M	M	m	—	M	m	—	+ 3	—4	—1
O	M	—	—	—	—	—	M	—	—	M	—	+ 3	—	+ 3
I	—	—	*m*	M	*m*	—	—	—	—	—	—	+ 1	—2	—1
II	m	—	M	*m*	*M*	*m*	*m*	*m*	—	—	—	+ 2	—5	—3
III	—	*m*	m	—	*m*	—	*m*	—	*m*	*m*	—	—	—6	—6
IV	—	—	M	—	—	—	—	—	—	M	*m*	+ 2	—1	+ 1
V	—	—	m	—	—	—	—	M	M	m	—	+ 2	—2	0
VI	—	—	—	—	—	—	—	m	—	—	—	—	—1	—1
VII	—	—	—	—	—	—	—	m	m	—	—	—	—2	—2
VIII	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
IX	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
X	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Tab. XIII.

Junii.

Stunde	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	*Stunde*		
XX	—	—	—	—	M	—	—	m	—	—	m	+ 1	—2	—1
XXI	—	—	—	—	m	m	—	M	—	—	m	+ 1	—3	—2
XXII	—	—	—	—	M	M	—	m	m	—	M	+ 3	—2	+ 1
XXIII	—	—	—	—	—	m	—	M	M	—	M	+ 3	—1	+ 2
O	m	—	—	—	—	M	—	M	—	—	—	+ 2	—1	+ 1
I	M	—	—	—	—	—	*m*	*m*	*m*	—	—	+ 1	—3	—2
II	—	*m*	*m*	*m*	*m*	—	*M*	*M*	*M*	—	—	+ 3	—4	—1
III	*m*	—	—	—	*M*	*m*	m	*m*	*m*	*m*	—	+ 1	—6	—5
IV	—	M	M	—	*m*	—	M	—	M	—	*m*	+ 4	—2	+ 2
V	—	m	m	—	—	—	*m*	—	m	—	—	—	—4	—4
VI	—	—	—	—	M	—	—	—	M	—	—	+ 2	—	+ 2
VII	—	—	—	—	—	—	—	—	m	—	—	—	—1	—1
VIII	—	—	—	—	m	—	—	—	—	—	—	—	—1	—1
IX	—	—	—	—	—	—	M	—	—	—	—	+ 1	—	+ 1
X	—	—	—	—	—	—	m	—	—	—	—	—	—1	—1

Tab. XIV.

Julii.

Stunde	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	*Stunde*		
XX	—	m	—	m	—	m	m	—	—	—	—	—	—4	—4
XXI	—	M	—	—	—	M	—	—	—	—	—	+2	—	+2
XXII	*m*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—1	—1
XXIII	—	—	m	M	—	—	M	m	m	*m*	—	+2	—4	—2
O	—	—	M	—	—	—	m	M	M	*M*	*m*	+4	—2	+2
I	—	—	—	*m*	*m*	*m*	M	M	m	*m*	*m*	+2	—6	—4
II	M	*m*	*m*	—	—	*M*	—	*m*	M	*m*	—	+3	—4	—1
III	m	M	—	M	—	*m*	*m*	—	*m*	—	—	+2	—4	—2
IV	M	m	M	M	—	—	—	—	M	—	—	+4	—1	+3
V	m	M	m	m	—	—	—	—	m	—	—	+1	—4	—3
VI	m	m	—	m	—	—	—	—	—	—	—	—	—3	—3
VII	—	m	—	M	—	—	—	—	—	—	—	+1	—1	0
VIII	M	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	+1	—	+1
IX	m	—	—	—	M	—	—	—	—	—	—	+1	—1	0
X	—	—	—	—	m	—	—	—	—	—	—	—	—1	—1

Tab. XV.

Augusti.

Stunde	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	Summa		
XX	m	m	—	m	—	—	—	—	—	m	—	—	— 4	— 4
XXI	M	M	—	M	—	—	—	—	—	M	—	+ 4	—	+ 4
XXII	m	—	—	m	—	—	—	—	—	—	—	—	— 2	— 2
XXIII	M	—	—	M	—	—	—	—	m	—	m	+ 2	— 2	0
0	—	—	m	—	—	—	—	—	M	—	M	+ 2	— 1	+ 1
I	—	m	M	m	m	—	—	m	—	m	m	+ 1	— 6	— 5
II	m	M	m	—	M	—	m	—	m	—	—	+ 2	— 4	— 2
III	—	m	—	M	m	m	—	—	—	—	—	+ 1	— 3	— 2
IV	—	—	—	—	—	M	M	—	—	—	—	+ 2	—	+ 2
V	—	—	—	m	—	m	m	M	—	M	—	+ 2	— 3	— 1
VI	—	—	—	—	—	—	m	m	—	m	—	—	— 3	— 3
VII	—	—	—	—	M	—	—	—	—	—	—	+ 1	—	+ 1
VIII	—	—	M	M	—	—	M	—	—	—	—	+ 3	—	+ 3
IX	—	—	M	—	m	—	—	—	—	—	—	+ 1	— 1	0
X		—	m	m	m	—	m	—	—	—	—	—	— 4	— 4

Tab. XVI.

September.

Stunde	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	*Stunde*		
XX	—	—	—	—	—	—	—	—	—	m	—	—	—1	—1
XXI	—	—	m	—	—	m	—	—	—	M	—	+1	—2	—1
XXII	—	—	m	m	—	M	—	—	—	—	m	+1	—3	—2
XXIII	—	—	M	M	m	—	—	—	—	—	M	+3	—1	+2
O	—	—	—	—	M	—	—	—	—	—	m	+1	—1	0
I	—	*m*	*m*	—	*m*	—	—	—	*m*	—	M	+1	—4	—3
II	*m*	—	—	*m*	—	*m*	*m*	*m*	*m*	*m*	—	—	—7	—7
III	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	*m*	—	—1	—1
IV	—	—	—	—	—	—	M	—	—	—	—	+1	—	+1
V	—	—	—	—	—	—	m	—	—	—	—	—	—1	—1
VI	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
VII	—	—	—	—	—	M	—	—	—	—	—	+1	—	+1
VIII	—	—	—	M	—	m	M	—	—	M	M	+4	—1	+3
IX	—	—	—	m	—	M	m	—	—	—	m	+1	—3	—2
X	—	—	—	m	—	m	—	—	—	m	—	—	—3	—3

Tab. XVII.

October.

Stunde	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	*Summe*		
XX	m	—	—	—	—	—	—	—	—	—	m	—	— 2	— 2
XXI	M	—	—	—	—	—	—	—	—	—	m	+ 1	— 1	0
XXII	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	M	+ 1	—	+ 1
XXIII	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0	—	—	—	—	—	—	—	m	—	—	—	—	— 1	— 1
I	*m*	*m*	—	*m*	*m*	—	*m*	M	—	—	*m*	+ 1	— 6	— 5
II	—	*m*	*m*	—	—	*m*	—	*m*	*m*	*m*	—	—	— 6	— 6
III	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
IV	M	—	—	M	—	—	—	—	—	—	—	+ 2	—	+ 2
V	m	—	—	M	M	M	—	—	—	—	—	+ 3	— 1	+ 2
VI	M	—	—	m	m	m	—	—	—	—	—	+ 1	— 3	— 2
VII	M	—	—	—	m	M	—	*M*	—	M	—	+ 4	— 1	+ 3
VIII	m	—	—	—	M	M	—	*m*	M	m	M	+ 4	— 3	+ 1
IX	M	M	—	M	m	m	—	—	m	M	m	+ 4	— 4	0
X	m	m	—	m	m	m	—	—	M	m	—	+ 1	— 6	— 5

Tab. XVIII.

November.

Stunde	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	*Stunde*		
XX	m	m	m	m	—	m	m	m	m	—	m	—	− 9	− 9
XXI	M	M	M	M	—	—	M	M	m	m	M	+ 7	− 2	+ 5
XXII	—	—	M	—	—	M	—	—	M	M	—	+ 4	—	+ 4
XXIII	—	—	—	—	—	—	—	m	—	—	—	—	− 1	− 1
O	—	—	—	—	—	m	—	M	*m*	—	—	+ 1	− 2	− 1
I	*m*	*m*	*m*	*m*	*m*	M	*m*	—	*m*	*m*	*m*	+ 1	− 9	− 8
II	—	—	—	*M*	—	*m*	—	*m*	—	*M*	—	+ 2	− 2	0
III	—	—	—	*m*	—	—	—	—	—	*m*	—	—	− 2	− 2
IV	M	M	M	*M*	M	M	—	—	M	—	M	+ 8	—	+ 8
V	M	m	m	*m*	m	m	—	M	m	M	M	+ 4	− 6	− 2
VI	m	M	m	*M*	—	—	—	—	M	m	—	+ 3	− 3	0
VII	M	—	*M*	*m*	M	—	*M*	m	m	*M*	m	+ 5	− 4	+ 1
VIII	m	m	*m*	—	m	—	*m*	M	*M*	*m*	m	+ 2	− 7	− 5
IX	—	—	—	—	—	M	M	m	*m*	—	—	+ 2	− 2	0
X	—	—	—	—	—	m	m	—	—	*M*	M	+ 2	− 2	0

Tab. XIX.

December.

Stunde	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	*Stunde*		
XX	m	*m*	—	*m*	*m*	*m*	m	*M*	m	—	*m*	+ 1	—8	—7
XXI	M	—	m	—	—	*M*	M	—	M	M	*M*	+ 6	—1	+ 5
XXII	m	*M*	M	*M*	*M*	m	—	—	—	—	—	+ 4	—2	+ 2
XXIII	M	m	*m*	—	—	M	—	—	—	—	—	+ 2	—2	0
0	—	M	*m*	—	—	—	—	—	m	—	—	+ 1	—2	—1
I	—	—	—	—	—	*m*	*m*	*m*	M	*m*	*m*	+ 1	—5	—4
II	*m*	*m*	—	*m*	*m*	—	*m*	—	*m*	—	—	—	—6	—6
III	—	—	—	—	—	—	—	M	—	M	M	+ 3	—	+ 3
IV	—	M	—	*M*	—	*M*	M	m	M	M	m	+ 6	—2	+ 4
V	M	m	—	—	*M*	*m*	m	—	—	m	*M*	+ 3	—4	—1
VI	—	—	—	*m*	—	—	*M*	—	m	m	—	+ 1	—3	—2
VII	—	—	—	*M*	*m*	—	m	M	M	M	*m*	+ 4	—3	+ 1
VIII	m	*M*	*M*	*m*	*M*	M	M	m	m	m	—	+ 5	—5	0
IX	M	—	—	*M*	—	m	—	m	—	m	*M*	+ 3	—3	0
X	m	—	*m*	*m*	—	—	—	—	*M*	*M*	*m*	+ 2	—4	—2

Es wäre zu kostspielig, die graphischen Curven, worauf sich diese Tabellen gründen, lithographirt beyzulegen, und dabey wäre es noch sehr schwierig, die Curven hinlänglich treu copirt zu bekommen. Jederman kann übrigens sich leicht von ihrer Zuverlässigkeit, durch das Construiren von einigen solchen auf Gerathewohl gewählten Curven, überzeugen. Als nöthige Anzeige dabey ist es dienlich zu bemerken, dass bey den von mir gezeichneten Curven ein Grad C. einer Höhe von einem Centimeter entspricht.

Als besonders interessant sind jedoch die ersten Beobachtungen des Morgens für die Winter-Monate in der Pl. XIV Fig. 3 graphisch dargestellt. Das constante Vorkommen der fraglichen Undulation ist da augenscheinlich.

Zur leichtern Uebersicht sind in der Tab. XX die monatlichen Resultate neben einander gestellt und endlich in Hauptsummen zusammen-addirt.

Aus dieser Tabelle ersieht man nun deutlich, dass die gefundenen Biegungen der Zeit nach mit denen der Tab. XI, VII der *Unters. üb. d. tägl. Veränderung der magn. Declin.* im Allgemeinem sehr gut übereinstimmen; nur scheint D der Helsingforser Beobachtungen eine Vereinigung, oder ein Zusammenschmelzen der Undulation D mit der ohnehin sehr precairen D′ in der letztgenannten Tabelle zu seyn.

Tab. XX.

Stunde	Januar	Februar	Mars	April	Maj	Junii	Julii	August.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	+ Summe	— Summe	Differenz	
XX	− 4	− 4	—	− 1	− 3	− 1	− 4	− 4	− 1	− 2	− 9	− 7	0	−40	−40	
XXI	+ 4	+ 3	− 1	+ 1	− 2	− 2	+ 2	+ 4	− 1	0	+ 5	+ 5	+24	− 6	+18	D
XXII	0	+ 1	0	+ 1	+ 2	+ 1	− 1	− 2	− 2	+ 1	+ 4	+ 2	+12	− 5	+ 7	
XXIII	− 1	− 3	− 1	− 5	− 1	+ 2	− 2	0	+ 2	—	− 1	0	+ 4	−14	−10	z
O	+ 1	+ 3	− 1	+ 3	+ 3	+ 1	+ 2	+ 1	0	− 1	− 1	− 1	+14	− 4	+10	Z
I	− 5	− 5	0	0	− 1	− 2	− 4	− 5	− 3	− 5	− 8	− 4	0	−42	−42	
II	− 7	− 5	− 8	− 6	− 3	− 1	− 1	− 2	− 7	− 6	0	− 6	0	−52	−52	d
III	+ 1	0	− 1	− 1	− 6	− 5	− 2	− 2	− 1	—	− 2	+ 3	+ 4	−20	−16	
IV	+ 2	0	− 1	− 1	+ 1	+ 2	+ 3	+ 2	+ 1	+ 2	+ 8	+ 4	+25	− 2	+23	X
V	+ 2	+ 2	—	0	0	− 4	− 3	− 1	− 1	+ 2	− 2	− 1	+ 6	−12	− 6	
VI	− 3	+ 3	—	− 1	− 1	+ 2	− 3	− 3	—	− 2	0	− 2	+ 5	−15	−10	x
VII	+ 1	+ 1	+ 5	—	− 2	− 1	0	+ 1	+ 1	+ 3	+ 1	+ 1	+14	− 3	+11	A
VIII	+ 1	+ 1	+ 1	+ 3	—	− 1	+ 1	+ 3	+ 3	+ 1	− 5	0	+14	− 6	+ 8	
IX	0	− 3	− 2	− 1	—	+ 1	0	0	− 2	0	0	0	+ 1	− 8	− 7	
X	− 4	− 1	− 4	− 2	—	− 1	− 1	− 4	− 3	− 5	0	− 2	0	−27	−27	a

In der Tab. XXI sind die Resultate der Tab. XX zuerst von drey zu drey Monaten, hernach für den Winter und Sommer für sich zusammenaddirt. Dann sind die Resultate der sechs ersten, und nachher der übrigen fünf Beobachtungs-Jahre für sich summirt und nebeneinander gestellt worden. Die grosse Uebereinstimmung dieser Columnen mit einander braucht nicht weiter auseinander gesetzt zu werden.

Um die wirklich ausgebildeten Temperatur-Maxima und Minima von den blossen Inflexionen zu unterscheiden, sind diese Maxima und Minima in den Tab. VIII—XIX mit cursiven Buchstaben angedeutet und ihre Haupt-Summen für jede Beobachtungs-Stunde in der letzten Columne der Tab. XXI angeführt. Die Uebereinstimmung dieser Columne mit den vorhergehenden ist immer noch bemerkbar.

Tab. XXI.

Stund.	Erstes Quartal		Zweytes Quartal		Drittes Quartal		Viertes Quartal		Winter		Sommer		1829—34		1835—39		Summe der wirkl. Max. und Min.	
XX	- 8	—	- 5	—	- 6	—	-18	—	-20	—	-14	—	-23	—	-17	—	- 4	—
XXI	+ 6	D	- 3	—	+ 5	D	+10	D	+16	D	+ 2	D	+10	D	+ 8	D	+ 4	D
XXII	+ 1	—	+ 4	D	- 5	z	+ 7	—	+ 8	—	- 1	—	+ 2	—	+ 5	—	+ 2	—
XXIII	- 5	z	- 4	z	0	—	- 1	—	- 6	z	- 4	z	- 4	z	- 6	z	- 4	z?
O	± 3	Z	+ 7	Z	+ 3	Z	- 3	—	0	Z	+10	Z	+ 5	Z	+ 5	Z	- 4	Z?
I	-10	—	- 3	—	-12	d	-17	d	-27	—	-15	—	-25	—	-17	—	-52	—
II	-20	d	-10	—	-10	—	-12	—	-32	d	-20	d	-29	d	-23	d	-55	d
III	0	—	-12	d	- 5	—	+ 1	—	+ 1	—	-17	—	- 7	—	- 9	—	-18	—
IV	+ 1	—	+ 2	X	+ 6	X	+14	X	+15	X	+ 8	X	+19	X	+ 4	X	0	X
V	+ 4	X	- 4	x	- 5	—	- 1	—	+ 3	—	- 9	x	-10	x	+ 4	X	- 2	x
VI	0	x	0	A′	- 6	x	- 4	x	- 4	x	- 6	—	- 2	—	- 8	x	+ 2	A?
VII	+ 7	A	- 3	a′	+ 2	—	+ 5	A	+12	A	- 1	—	+ 5	A	+ 6	A	+ 1	a?
VIII	+ 5	[illegible]	+ 2	A	+ 7	A	- 4	a′	- 1	—	+ 9	A	+ 5	A	+ 3	—	+ 2	A
IX	- 5	—	0	—	- 2	—	0	A′	- 5	—	- 2	—	+ 1	—	- 8	a	+ 2	A
X	9	a	3	a	- 8	a	- 7	a	-16	a	-11	a	-21	a	- 6	—	- 5	a

Kaum ist es wohl nöthig zu bemerken, dass ich recht gut einsehe, dass man durch Einführung noch *eines* Gliedes oder wenigstens *einiger* Glieder in den Formeln des Herrn Professor Hällström auch die fragliche Undulation dess Morgens darstellen kann Diese Abhandlung kann ja gerade als ein Beweis gelten, dass man zu der Einführung dieser Glieder sowohl berechtigt, als genöthigt sey, wenn die berechnete Curve mit den Beobachtungen hinlänglich genau übereinstimmen soll. Diese Nothwendigkeit beweist sich am deutlichsten, wenn man die Differenzen zwischen den Berechnungen und Beobachtungen mit einander vergleicht. Bey einer andern Gelegenheit werde ich dies näher erörtern und vorläufig nur bemerken, dass, bey der gewöhnlichen Berechnung mit drey Gliedern, die Zeichen der Differenzen an einigen Stunden überwiegend positiv, an andern ebenso überwiegend negativ sich zeigen, und dies zwar übereinstimmend für so verschiedene Oerter wie Helsingfors, Leith, Plymouth, etc.

Was meine Formeln betrifft zeigt sich die Undulation des Morgens selbst deutlicher, wenn man bey dem Gliede $u_2 Sin\,(30°+U_2)$ stehen bleibt. Jedoch habe ich mich veranlasst gefunden auch das folgende Glied zu berücksichtigen. Bey Vergleichung mehrerer ähnlichen Formeln mit einander, hat man ja das sicherste Criterium wie viele Glieder man anwenden muss in den analogen Grössen der dazu gehörigen Constanten, wenn man sie mit einander vergleicht. Aus den Tabb. I und II ersicht man nun deutlich, dass die Stimmberechtigung der Constanten u_3 und U_3, wenn

man sie für die verschiedenen Stunden mit einander und selbst mit den Constanten der vorhergehenden Glieder vergleicht, sich noch mehr als hinlänglich erprobt.

Selbst die kleinern Inflexionen dieser Constanten in ihrem ab- und zunehmenden Gange für die verschiedenen Stunden, entsprechen einander und treffen da ein, wo die Temperatur-Curve auch etwas Besonderes anzeigt. So z. B. um VIII Uhr. S. die Pl. Fig. 4, wo der Gang der u_1, u_2, u_3 aus der Tab. I. graphisch dargestellt ist.

Schliesslich mag es erlaubt seyn noch zu bemerken, dass von der kleinen Inflexion X, x sich in den von mir berechneten Curven für Dec. und Jan. Spuren zeigen. S. Pl. XIV Fig. 2.

MINNES-TAL

ÖFVER

PEHR ADOLPH VON BONSDORFF,

PH. DOCTOR OCH AA. LL. MAG., ORDINARIE PROFESSOR I CHEMIEN VID KEJSERL. ALEXANDERS-UNIVERSITETET I FINLAND, ASSESSOR I COLLEGIUM MEDICUM, RIDDARE AF KEJSERL. S:T WLADIMIRS ORDENS 4:DE CLASS OCH LEDAMOT AF FLERE SÅ VÄL IN- SOM UTLÄNDSKA LÄRDA SAMFUND,

HÅLLET

på Finska Vetenskaps-Societetens första Årshögtid den 29 April 1839

AF

JOH. JAC. NERVANDER.



Då Finska Vetenskaps-Societeten vid sin första stiftelse uppgjorde sina stadgar, skedde det endast provisoriskt. Societeten ville ej för alltid binda sig vid lagar, om hvilka det var att förutse, att de af erfarenheten, denna enda, *stora* lagstiftare, skulle snart nog på ett eller annat vis modifieras. Också har den korta tidrymd, hvarunder Societeten varit i verksamhet, utvisat behofvet af åtskilliga tillägg i dess Statuter. Dessa behof hafva i allmänhet varit angenäma att efterkomma. De hafva varit förhoppningsfulla tecken och förebud af Societetens uppblomstrande lif och framåt sträfvande verksamhet. — Ett enda af de beslut Vetenskaps-Societeten under årets lopp tillagt till sina Statuter, har dock varit förestafvadt af en lika så oväntad, som bitter och nedslående nödvändighet. Detta beslut är, att på Societetens årshögtid en kort teckning bör framställa hvarje under det förflutna året hädangången Ledamots lefnadsöden och litterära verksamhet. Det är detta beslut, som i dag föranleder mig att här uppträda. Det blef min lott att första gången uppfylla en så sorglig pligt; jag önskar att det måtte vara länge, innan Finska Vetenskaps-Societeten åter nödgas utse någon, för att fullgöra ett dylikt åliggande.

Jag önskar det — jag *ville* hoppas det; men när, när vågar man väl öfverlemna sig åt ett sådant hopp, då icke engång

denna *första* årshögtid fick begås af Vetenskaps-Societeten med ren och oblandad glädje. Just den man, hvars tillfredsställelse och fröjd vid detta tillfälle säkert ej varit öfverträffad af någon annans, blef det ej förunnadt att öfverlefva denna betydelsefulla dag, och Vetenskaps-Societeten nödgas redan sakna *en* af sina Ledamöter. — Vetenskaps-Societeten nödgas *sakna* — det är ett enkelt uttryck, men i dess enkelhet ligger en tung vigt och en dyster alfvarlighet, då det betecknar en förlust, så vigtig, så oförutsedd, som den af Chemiæ Professoren vid Kejserl. Alexanders-Universitetet i Finland, Assessoren i Collegium Medicum, Ledamoten i flere vetenskapliga Samfund och Riddaren af Kejserl. S:t Wladimirs-Ordens Fjerde Class, Philosophiæ-Doctoren Pehr Adolph von Bonsdorff.

En lycklig hand har redan vid det högtidliga tillfälle, då denne i mannaålderns kraftfulla år bortryckte Lärde vigdes vid sin tidiga graf, uppdragit en likaså sann, som rörande tafla af hans förtjenster och värde som menniska, medborgare, embetsman och Academisk lärare.

För att ej med en svagare efterklang nödgas upprepa det då sagda, måste jag hänvisa till dessa minnesord, som säkerligen ej äro obekante för de här församlade. Ingen af dem som kände i lifstiden Professor von Bonsdorff, skall jäfva teckningens sanning, och denna teckning förklarar orsakerne till den utmärkta högaktning, hvilken den hädangångne åtnjöt hos sin omgifning; såväl hos äldre och jemåriga, som hos ungdomen, hvars omdöme om

sina Lärare någon gång af passionen kan för ögonblicket missledas; men dock alltid slutar med att träffa sanningen. — Äfven mindre förtjenster än Professor von Bonsdorffs skulle äga rättvisa anspråk på samtidens vördnad och de öfverlefvandes saknad.

Och dessa *tvenne*, samtiden och de närmast öfverlefvande, äro de, som med den enskilde, för hvad han verkat till gagn och föresyn genom sina dygder, sina förtjenster, såsom menniska och medborgare, böra uppgöra räkningen och gälda densamma. Det är en *tredje* makt, som ej kan belasta sig dermed; som å ena sidan är för rik för att vårda sig att af någon, vare sig hög eller låg, fordra redogörelse för hvad han underlåtit, men å andra sidan, utan att anse sig skyldig att aflägga någon särskild tacksägelse, tar i beslag, som ett henne rättmätigt tillkommande arf, allt det söm hvarje individ förmått verka för sina medlefvande och hvaraf några frukter medelbart till henne öfvergå. Denna makt är efterverlden. Huru skulle den befatta sig med den hädangångne enskildes medborgsmanna-verksamhet, då den, i rikedomen af hädangångna generationers henne gjorda legater, knappast egnar i Historiens archiver en rad för att uppteckna hvad hela folk och tidsåldrar efterlemnat såsom återstod af hvad dem var vigtigast, kärast och heligast.

Men för den efterverld, som tankfull dröjer på hädangångne seklers grafvar, hvilkas inskrifter tiden bortnött, höja sig, ur djupet af denna *de tystas stad*, röster, *nu* tydliga och klara, fastän de

kanske under lifvets sorl aldrig kunnat göra sig förstådda eller ens bemärkta. Dessa röster tillhöra vetenskapsmannen, tänkaren, konstnären. Alla, mer eller mindre fremlingar på jorden, *lefde* de ej med sin samtid; huru kunde de då *dö* med den! Dem gäller ej efterverldens, om man så får säga, förnäma glömska; den måste ännu lära af dem, och lärjungen glömmer ej så lätt den alfvarliga och öfverlägsna Mästaren, hos hvilken han måste gå i skola.

Men fullmakten på detta Mästerskap inför efterverlden köpes endast genom en sträng pröfning, hvarvid den enskildes för lifvet och samtiden så vigtiga och aktningsvärda goda vilja och redliga bemödanden ej mera komma i betraktande. I slika detaljer kan denna pröfning ej ingå, den måste bedömma allt summario processu, efter facta och resultater. Endast de fullmognade frukterne blifva räknade; de halfutvecklade förkastas, huru skön än deras blomning må hafva varit, och än mindre ransakar denna pröfning angående en sådan förtvinad frukt, hvad som kunnat hämma den i sin växt, antingen egen bristande lifskraft eller en omild sols långsamma eller en frostnatts korta men häftiga inflytande.

Denna synpunkt skänker en hög betydelse åt Vetenskaps-Societetens beslut, att på dess årsdag en teckning bör framställa hvarje under årets lopp hädangången Ledamots litterära verksamhet. Med denna framställning vidtager nemligen den hädangångnes *efterverld* och *dess* pröfning begynner.

Finska Vetenskaps-Societeten kan vara stolt deröfver att dess första hädankallade Ledamot ej behöfver sky en sådan pröfning af Hans anspråk och rätt att hos efterverlden bevara sin personlighet. Denna pröfning kan endast grunda sig på en enkel framställning af Professor von Bonsdorffs verksamhet såsom författare. Här följer derföre en uppräkning af titlarne på hans utgifna arbeten.

Vid Finlands Universitet har Professor von Bonsdorff utgifvit följande Dissertationer.

1816. Tentamen Mineralogico-Chemicum de Pargasite; Resp. Car. Lindewall, Aboëns.

1817. Dissert. Chemica, nova experimenta naturam Pargasitæ illustrantia proponens. P. I. Resp. Car. Gust. Bonsdorff, Wib.

1818. Dissertatio Chemica, nova exp. nat. Pargas. illustr. prop. Part. II. Resp. Gustavo Idman, Sat.

1823. Ad Mineralogiam Fennicam Momenta. P. I, Anal. complectens Albitis Skogbölensis &c. Resp. Fr. Tengström, Ostrob.

— Ad Mineralogiam &c. P. II, Analysin Pyritæ cupri Orijärvensis &c. Resp. Victor Hartwall, Wib.

1827. Ad Mineralogiam &c. P. III, Analysin Sulfureti fossilis stibio-plumbici e Kalvola complectens. Resp. Joh. Fredr. Elfving, Nyl.

1827. Periculum novi Systematis Mineralogici, sive dispositionis corporum naturalium anorganicorum, secundum theoriam electro-chemicam, habita insimul characterum externorum ratione. Resp. Joh. Jac. Nervander, Ostrob.

— Periculum novi Systematis &c. P. II. Resp. Car. Henr. Lindeqvist, Wib.

— Periculum novi Systematis &c. P. III. Resp. Joh. Gabr. Norring, Wib.

— Bidrag till närmare kännedom af Finlands Mineral-Källor; Förra Afdeln. innehållande Physiographiska och Chemiska underrättelser om Nådendals Hälsokälla. Resp. Dan. Fr. Walle, Nyl.

— Bidrag till &c. Sednare Afdeln. Resp. Nils Reinh. Holstius, Österb.

Af dessa Disputationer kan endast Försöket till ett nytt Mineralogiskt System anses såsom lemnadt ofulländadt; och äfven orsaken hartill är ganska giltig. Den inträffade branden af Åbo stad gjorde ett långt afbrott i Prof. v. Bonsdorffs, liksom i alla andra Finska Academiska Lärares vetenskapliga productivitet, hvarunder interesset för ett äldre ämne hos författaren hann undanträngas af det för sednare undersökningar. Dessutom förstördes för Professor von Bonsdorff vid nämnde olyckliga tillfälle såväl hela upplagan af det som hunnit tryckas af arbetet, som äfven förhanden varande Manuscripter.

I Kongl. Svenska Vetenskaps-Academiens Handlingar förekomma följande Uppsatser af Professor von Bonsdorff.

1821. Försök att bestämma sammansättningen af de Mineralier, hvilka christallisera i Amphibolens form.

— Ny undersökning af Rothguldens Chemiska sammansättning.

1828, 1830. Bidrag till afgörande af frågan om Chlor, Jod, m. fl. metalloider, i likhet med Syre, äro syra- och bas-bildande kroppar.

1832. Analys af tvenne Brom-salter.

1833. Analys af Figur-Labradorn från Ojamo i Finland.

1834. Analys af ett nytt af tvenne Chlorider sammansatt Dubbelsalt.

1836. Om Atmosferiska luftens inverkan vid metallernes oxidation.

De i Svenska Vetenskaps-Academiens Handlingar införda Uppsatserne äro dessutom till största antalet öfversatta i Annales de Chimie et de Physique samt uti Poggendorffs Annalen d. Physik und Chemie. I sistnämnde Annaler förekomma dessutom följande Original-uppsatser:

1828. Beschreibung eines Evaporations-Apparats.

1833. Bemerkungen über Thon-Erde Hydrat.

— Bemerkungen über Chlor Aluminium.

1834. Vorläufige Notiz über das Verhalten der Atmosph. Luft und des Wassers bey der Oxidation der Metalle.

— Bemerkungen über schwefel-saures Eisen-Oxidul und Eisen-Chlorür, besonders in Beziehung auf die Bereitungen dieser Verbindungen.

— Ueber die Scheidung von Quecksilber und Kupfer mittelst Ameisen-Säure, nebst einigen Anmerkungen über das Verhalten dieser Säure zum Oxyd, Chlorid und Chlorür des Quecksilbers.

Redan första blicken på dessa Afhandlingar utvisar att de alla hafva till ämnen undersökningar i den Oorganiska Chemien. — Vid Professor v. Bonsdorffs uppträde på den vetenskapliga banan befann sig den Oorganiska Chemien stadd uti sin kraftigaste utveckling. Han kastade sig således naturligtvis åt detta håll och med kännedom om Hans Vetenskapliga Character, var det lätt att förutse, att Han skulle, sedan Han en gång vändt sin håg åt detta håll, ej så lätt sedermera lösrycka sig ifrån det, för att öfvergå till undersökningar inom ett annat område, den Organiska Chemiens, hvilket på sednare tider vunnit så många bearbetare. Basen för Prof. v. Bonsdorffs vetenskapliga kraft och förmåga utgjordes nemligen af Hans grundlighet, noggrannhet och ihärdighet, som å ena sidan, enligt alla kännares enhälliga loford, lemnade ringa eller ingen efterskörd att göra på det fält der han framgick, och å andra sidan gjorde, att Han sjelf aldrig tyckte sig hafva gjort nog,

samt dref Honom, att återgående till samma ämne, ånyo behandla det från allt allmännare synpunkter.

Undersöker man närmare dessa afhandlingar, så finner man hos dem en förtjenst, som i de raskt framskridande Naturvetenskapernes närvarande förhållande är så vigtig. De äga nemligen den förtjensten att nästan alltid behandla ämnen, som höra till hufvudfrågorne, hvarmed vetenskapen sysselsatte sig på den tidpunkt då de utkommo. De bevisa således att den man, som valde dessa ämnen, höll niveau med sin vetenskaps framsteg. Det kan vara nog, att härpå anföra några exempel.

Då Professor von Bonsdorff hade den lyckan att i Baron Berzelii Skola invigas i sin vetenskaps djupaste hemligheter, inträffade Han der på den tidpunkt då kring denne Sveriges celebre Naturforskare från skilda länder de Lärjungar samlat sig, som sedermera mest utmärkt sig inom Chemiens område. Mitscherlich, Bröderne Rose, Wöhler, m. fl. kunna alla anses såsom Professor von Bonsdorffs medlärjungar, med hvilka Han äfven sedermera till sin lefnads slut stod i de närmaste vänskapsrelationer. De utvecklade sig, likt strålar spridande sig ur en gemensam brännpunkt, alla åt olika håll; men till en början, innan divergensen blef märkbarare, bevisas deras jemnhöga vetenskapliga ståndpunkt af följande interessanta drag. Då en af dem, Mitscherlich, framställde den så fruktbärande idéen om Isomorphismen, uppfattades densamma genast och användes samt utvecklades vidare af Hans medbröder

Henric Rose och v. Bonsdorff; af den förre i Hans undersökning om Pyroxen-formerne och af den sednare i Hans forskningar angående de Mineralier som christallisera i Amphibolens form.

En lika klar uppfattning af Vetenskapens tendens röja Professor von Bonsdorffs afhandlingar om huruvida Chlor, Jod och Brom äro analoga med Syret, och således syra- och bas-bildande kroppar. Dessa rechercher sammanfalla nemligen i tiden med Baron Berzelii aldeles analoga och för Chemien så vigtiga undersökningar om Svaflet och de såkallade *Svaflorne*.

Då Electro-Chemien genom sistnämnde vidtomfattande Snille på sednaste tider blifvit bragt till sin närvarande höga ståndpunkt, der den berör, ja går in på, Physikens och, närmare bestämdt, Electricitetens och Magnetismens område, se vi Professor von Bonsdorff lemna dertill som bidrag sin interessanta och af Svenska Vetenskaps-Academien prisbelönta Afhandling om Metallernes oxiderbarhet i luft och vatten.

Detta ämne och dermed sammanhängande undersökningar om daggbildningen sysselsatte Professor von Bonsdorff ännu under de sednaste, sjukliga tiderne af Hans lefnad. Döden afbröt Hans forskningar och det är att befara att den i detta, liksom i andra ämnen beröfvat vetenskapen mången vigtig upplysning, så mycket mera, som Professor von Bonsdorff hade den vanan

att ej skriftligen på förhand anteckna mer än några få, knappt af andra än Honom sjelf förstådda notiser och antydningar, innan Han bragt ämnet så vidt, att Han kunde lägga handen vid dess sista uppsättande till tryckning.

Så vet man att Professor von Bonsdorff de senare åren äfven förehade omfattande, enligt en ny Method anställda undersökningar om hafsvattnets salt-halt, och att Han dervid upptäckt flere hittills der ej bekanta salt-combinationer, men några närmare detaljer har man ej ur Hans efterlemnade manuscripter kunnat utleta.

Genom Baron Berzelii Analyser af åtskilliga Hälso-källors vatten och i synnerhet af Carlsbader-vattnet, samt genom Struves lyckade försök att i Dresden tillreda åtskilliga artificiella Mineralvatten, fästades Professor von Bonsdorffs uppmärksamhet tidigt på detta ämne. Derom bära vittne Hans undersökningar om vattnets Chemiska beståndsdelar i Nådendals brunn och de beredning-anstalter för Artificiella Mineral-vatten, hvilka genom von Bonsdorffs nit och ansträngning Finland sett hos sig uppstå tidigare än de flesta andra länder i Europa.

Så stora vetenskapliga förtjenster måste städse väcka interesse att närmare lära känna den persons lefnadsöden, hvilken ägt dessa förtjenster; ännu mera måste ett sådant interesse stegras, då Han lefvat i ett från den högre vetenskapliga bildningens medel-

punkter så aflägset land, som vårt. Det är derföre en skyldighet att gå en sådan önskan till mötes.

Den vetenskapliga Aristokratien består till det mesta af parvenuer. Det är sällsynt att se flere bröder eller flere generationer från far till son, hvilka med framgång egnat sig åt det lärda kallet. I början af detta sekel såg likväl Finlands Universitet i Åbo ett sådant sällsynt undantag, då trenne bröder Bonsdorff som Professorer intogo trenne Academiska Lärostolar. Professor von Bonsdorff, född den 27 October 1791, var äldsta son till den äldste af dessa tre bröder, nemligen Professoren i Natural-historien och Veterinär-vetenskapen, sedermera Archiatern och Ridd., Gabriel Bonsdorff, adlad under namn af von Bonsdorff, samt Hans ännu lefvande Maka Anna Adolphina Busch.

Efter begagnad enskild undervisning inskrefs Sonen som Student vid Universitetet i Åbo den 30 April 1810, samt promoverades Philosophiæ D:r et AA. LL. Mag. d. 13 Oct. 1815. Han utnämndes till Docent i Chemien 1816 och till Adjunct i samma Vetenskap den 13 Martii 1818.

Liksom Fadren öfverreste till Sverige och bildade sig under handledning af den store Linné, fortsatte Adjuncten von Bonsdorff i Stockholm, under ledning af Baron Berzelius, sina Chemiska Studier. Från Sverige reste von Bonsdorff sedermera öfver

Danmark till Tyskland, Frankrike och England. Efter denna fleråriga resa förestod von Bonsdorff Chemiæ Professionen under höstterminen 1822 och påföljande vårtermin. Utnämndes till Ordinarie Professor i Chemien den 26 Maj 1823, samt till Ledamot af Collegium Medicum samma år. Professor von Bonsdorff hade sedermera äfven en kallelse till Chemiæ Professionen i Dorpat, hvilken kallelse, ehuru œconomiskt fördelaktig, Han dock af patriotiska bevekelsegrunder afslog. Till Riddare af Kejserl. S:t Wladimirs Ordens Fjerde Class utnämndes Han i Nåder den 17 Maj 1834. Professor von Bonsdorff var aldrig gift.

Kallades till Correspondcrande Ledamot af Philomatiska och Natur-historiska Sällskaperne i Paris, samt af Senkenbergska Naturforskare-Societeten i Frankfurt a. M. 1827. Samma år Heders-Ledamot af Mineralogiska Sällskapet i Jena. Ord. Ledamot af Kejserl. Mineralogiska Sällskapet i S:t Petersburg 1831. Correspondcrande Ledamot af Kejserl. Vetenskaps-Academien i S:t Petersburg 1835. Heders-Ledamot af Apothekare-Föreningen i Norra Tyskland samma år. Belönt af Kongl. Svenska Vetenskaps-Academien med Lindblomska Guldmedaljen för Hans, i Academiens Handlingar för 1836 införda, Afhandling: Om Atmospheriska luftens inverkan vid Metallernes Oxidation.

Utom ofvannämnde längre resa har Professor von Bonsdorff företagit åtskilliga kortare, för att besöka Naturforskarnes sammanträden i Hamburg, Wien, Stuttgard, Bonn, Jena och Prag.

Han afled härstädes den 11 Januarii detta år (1839), samt jordfästes den 18 samma månad i Helsingfors Stads Kyrka, hvarvid ett tal hölls af Herr Lect. Mag. Fr. Cygnæus, hvilket tal sedermera blifvit tryckt, hvarföre jag med hänvisande till detsamma kunnat öfvergå åtskilligt, som eljest ägt vigt och interesse för att utreda Professor von Bonsdorffs personlighet.

Innan jag nu går att sluta, finner jag mig dock uppmanad att vidröra en omständighet, som på det närmaste angår Finska Vetenskaps-Societeten sjelf. En aning om snart instundande hädangång dref säkert Professor von Bonsdorff att vid Societetens inrättning påyrka att den, tidigare än verkligen skett, skulle sammanträda till litterär verksamhet. Omständigheterna tilläto ej detta, och Professor von Bonsdorff fick derigenom ej före sin död deltaga i någon enda af Societetens åt vetenskapliga föredrag egnade sammankomster.

Likväl var ibland Finska Vetenskaps-Societetens Stiftare Professor von Bonsdorff troligen den förste, som uppfattade idéen af dess bildande.

Besinnar man hvilka ansträngningar Regeringarne i länder, såväl i Materielt, som Vetenskapligt hänseende mera rikt begåfvade än vårt, nödgats göra för att grundlägga och vidmakthålla dylika rent vetenskapliga Institutioner; med hvilka, såväl litterära som pecuniära, hjelpemedel och ressourcer dessa Regeringar ansett oundgängligt att utrusta sådane Samfund, måste man verkligen be-

undra den mans djerfhet, som vågade tänka på en dylik inrättning hos oss, utan hopp eller tanke på annat understöd än det, Vetenskaps-Societetens Ledamöter skulle finna inom sig sjelfva.

Denna djerfhet förutsätter ett nit och en kärlek för Vetenskapen, hvilka ej veta hvad svårigheter och gränsor betyda, och förtjenar att så mycket högre uppskattas i dag, då en återblick på Vetenskaps-Societetens första års-verksamhet säkert visar för alla dess Stiftare, att deras förhoppningar om Societetens nytta och framtida utveckling blifvit på ett lysande sätt öfverträffade.

Societeten kan öfverlemna sig åt den glada öfvertygelse att den genom det interesse, som den för sina bemödanden väckt hos yngre Vetenskaps-idkare, hvilka ej höra till Vetenskaps-Societeten, men ifrigt och talrikt besökt dess sammanträden, kraftigt skall bidraga att inom fäderneslandet sprida väckelse och håg för vetenskap; och hvad dess allmännare syftemål, vetenskapernes eget framskridande, angår, hafva undersökningar, hvilka genom sin vigt och grundlighet skulle hedra hvarje Vetenskaps-Academies Handlingar, blifvit i Vetenskaps-Societetens sammankomster uppläste af dem, hvilkas bidrag den äfven mest borde påräkna, nemligen af dess äldre Ledamöter, bland hvilka den också räknar namn, som städse skola intaga en utmärkt plats i Vetenskapernas häfder.

Jag har i dag börjat med att yttra den önskan, att det måtte vara länge innan någon åter kommer att uppfylla en så sorglig

pligt, som jag nu fullgör; måtte det tillåtas mig att, vid blicken på Vetenskaps-Societetens ljusa utsigter för framtiden, numera utvidga denna önskan till den mera oegennyttiga förhoppning, att Vetenskaps-Societeten sjelf länge måtte öfverlefva den sista af Sina Stiftare och att den ännu, då den engång begår Secular-festen af Sin Stiftelse, vid hvilken fest Professor von Bonsdorffs minne säkert ej heller skall förgätas, måtte befinna sig vid ungdomlig tillväxt, samt full och verkande lifskraft!

TABLE

DES

ARTICLES CONTENUS DANS CE VOLUME.

Pages

Rescrits Impériaux sur l'institution de la Société . . . . III.

Règlements de la Société . . . . V.

Rescrit Impérial sur la dotation de la Société . . . . XI.

Liste des Membres Ordinaires de la Société . . . . XIII.

Préface . . . . XIX.

Variationum pressionis atmosphæræ terrestris in locis longe a se distantibus concordantium examen, proponit G. G. Hällström. (Avec 4 planches lithographiées) . . . . . 1.

Mémoire sur les principes fondamentaux de l'Algèbre, par N. G. de Schultén . . . . 31.

Cicadæ tres novæ Fennicæ, descriptæ a C. R. Sahlberg . . 85.

Description d'une nouvelle espèce du genre Physodactylus, par M. le Comte Mannerheim . . . . 93.

Pages

Mémoire sur la théorie géométrique des angles solides, par N. G. DE SCHULTÉN. (Avec une planche) . . . . 101.

Quelques remarques sur la Tantalite en Finlande, et recherches sur la cristallisation, par N. NORDENSKIÖLD. (Avec une planche). . . . . 119.

Specimina mutati currente sæculo temporis, quo glacies fluminum annuæ dissolutæ sunt, proponit G. G. HÄLLSTRÖM. (Avec une planche). . . . . 129.

Note sur la détermination du troisième côté d'un triangle rectiligne au moyen des deux autres et de l'angle compris, par N. G. DE SCHULTÉN. (Avec une planche) . . . . 151.

Deductio tironum usui accommodata formularum commodissimarum ad computandos angulos trianguli rectilinei ex datis ejus lateribus, auctore H. G. BORENIO. (Avec une planche) . . . . 159.

Några anmärkningar om Xylophagus Maculatus, af C. R. SAHLBERG . . . . 163.

Note sur la théorie analytique des maxima et minima, par N. G. DE SCHULTÉN. . . . . 171.

Clima Helsingforsiæ, ex observationibus undecim annorum erutum, exponit G. G. HÄLLSTRÖM. (Avec une planche). 177.

Observations relatives aux sexes des Coléoptères Hydrocanthares en général, et spécialement de l'Hydaticus Verrucifer, par M. le Comte MANNERHEIM. . . . . 249.

Pages

Observationum Thermometricarum in Madras, Rio Janeiro, Plymouth, Salzuflen, Apenroa, Boothia, Porta Carica et Matotschkin-Schar, per omnes fere horas anni institutarum, computum exhibet G. G. Hällström . . . . . 263.

Description du Xénolite, nouveau minéral, par N. Nordenskiöld . . . . 373.

Description du Gigantholite, par N. Nordenskiöld. . . . 377.

Determinatio superficiei, intersectione continua omnium generis dati linearum prodeuntis, auctore H. G. Borenio. 381.

De tempore regelationis et congelationis aquarum fluminis Kyro, disserit G. G. Hällström. . . . . 387.

Note sur les premiers principes de l'Algèbre, par N. G. de Schultén. . . . . 395.

Anmärkningar om vattenytans uti Östersjön och Medelhafvet tidtals skeende höjningar och sänkningar, framställde af G. G. Hällström. (Avec une planche) . . . . 401.

Nova species generis Phytocoris (Fallén), ex ordine hemipterorum, descripta a C. R. Sahlberg . . . . 411.

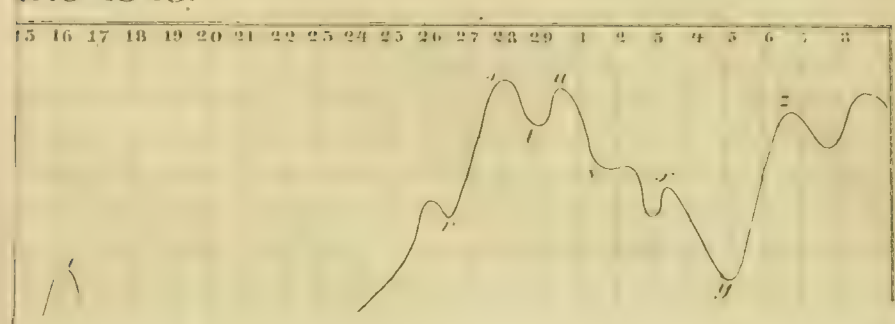
Considérations sur la manière la plus convenable d'établir les principes du Calcul Différentiel, par N. G. de Schultén. 413.

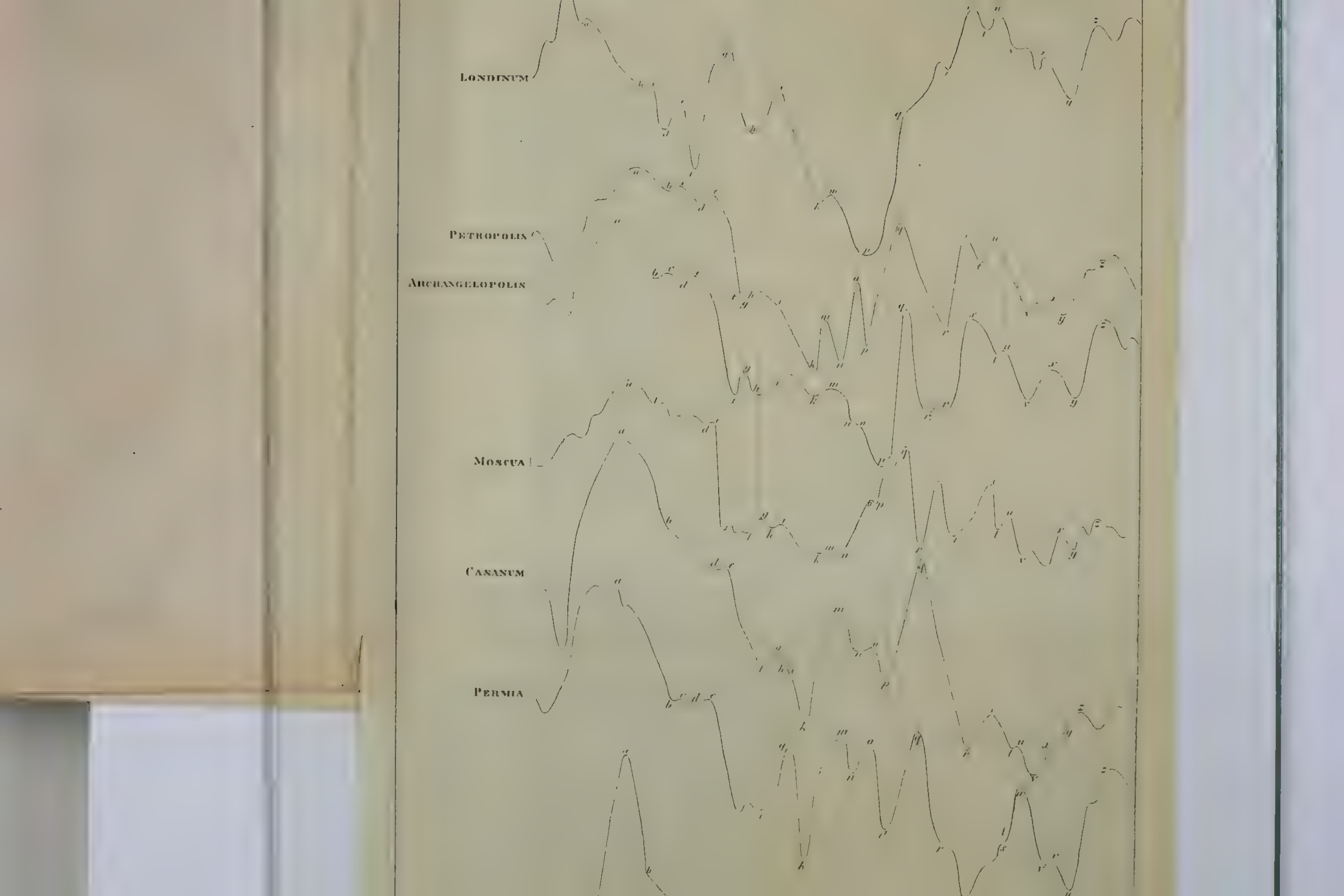
Beskrifning af en ovanligt stor Jättegryta, samt några dermed sammanhängande phænomener, af N. Nordenskiöld. 477.

Tab:1.

...sis locis observatorum comparatio

...rio 1828.

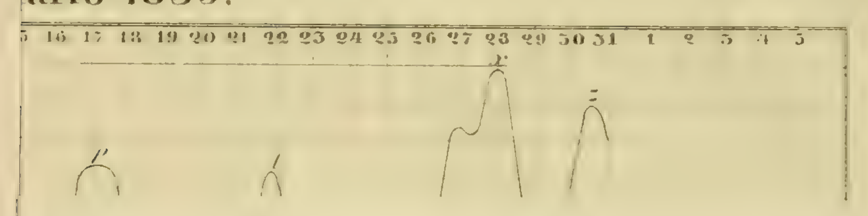




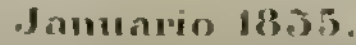
Londinum
Petropolis
Archangelopolis
Moscua
Casanum
Permia

...iversis locis observati comparatio

...ario 1835.



Graphica status barometrici diversis locis observati comparatio



Januario 1855.

SITKA

LONDINUM

BEROLINUM

HOLMIA

HELSINGFORSIA

PETROPOLIS

Tab: III.

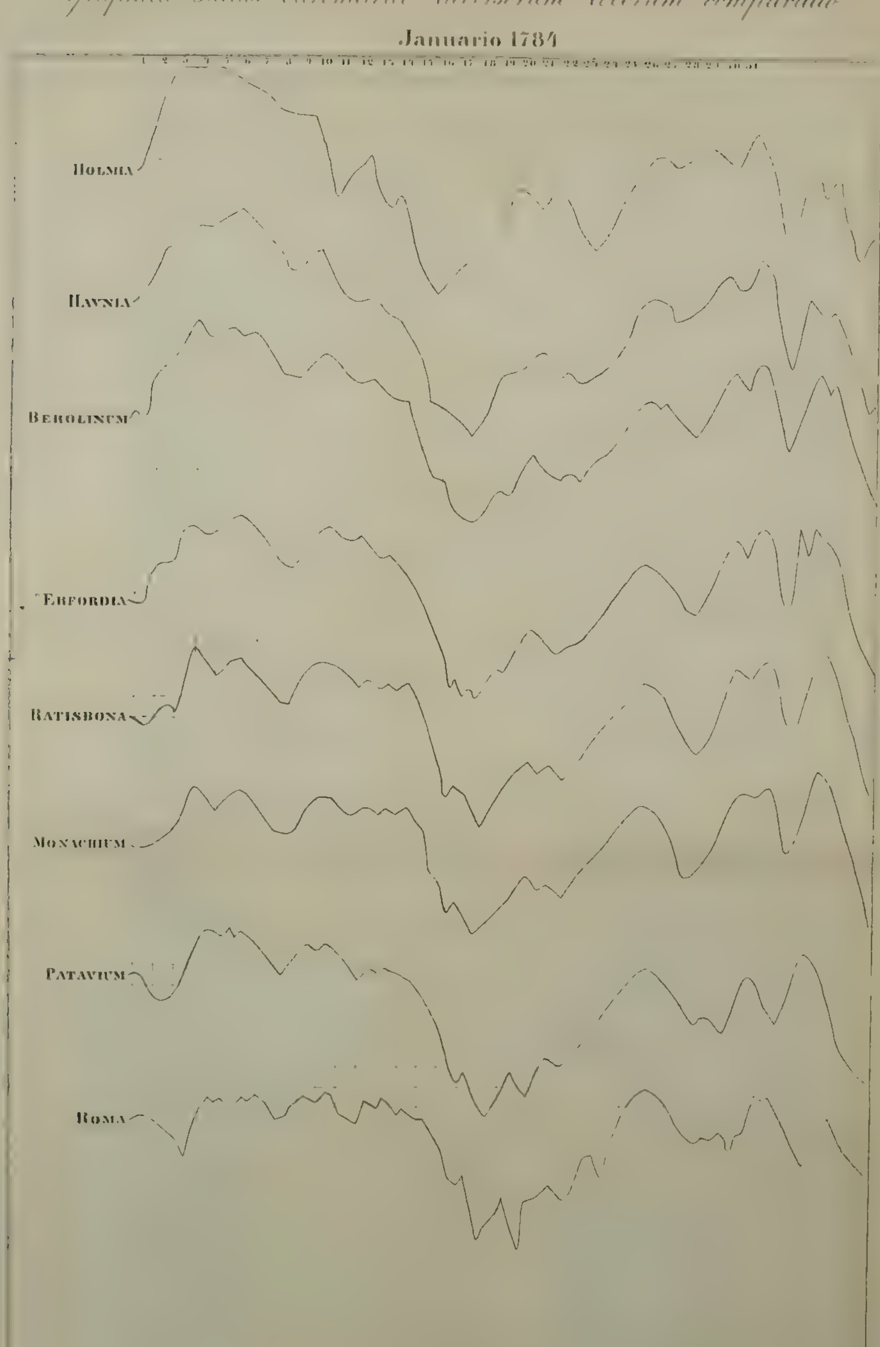
diversorum locorum comparatio

nuario 1784.

15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31

Graphica status barometrici diversorum locorum comparatio

Januario 1784



Tab: IV.

ri 1784.

16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

Graphica status barometrici diversorum locorum comparatio



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

HOLMIA

HAVNIA

BEROLINUM

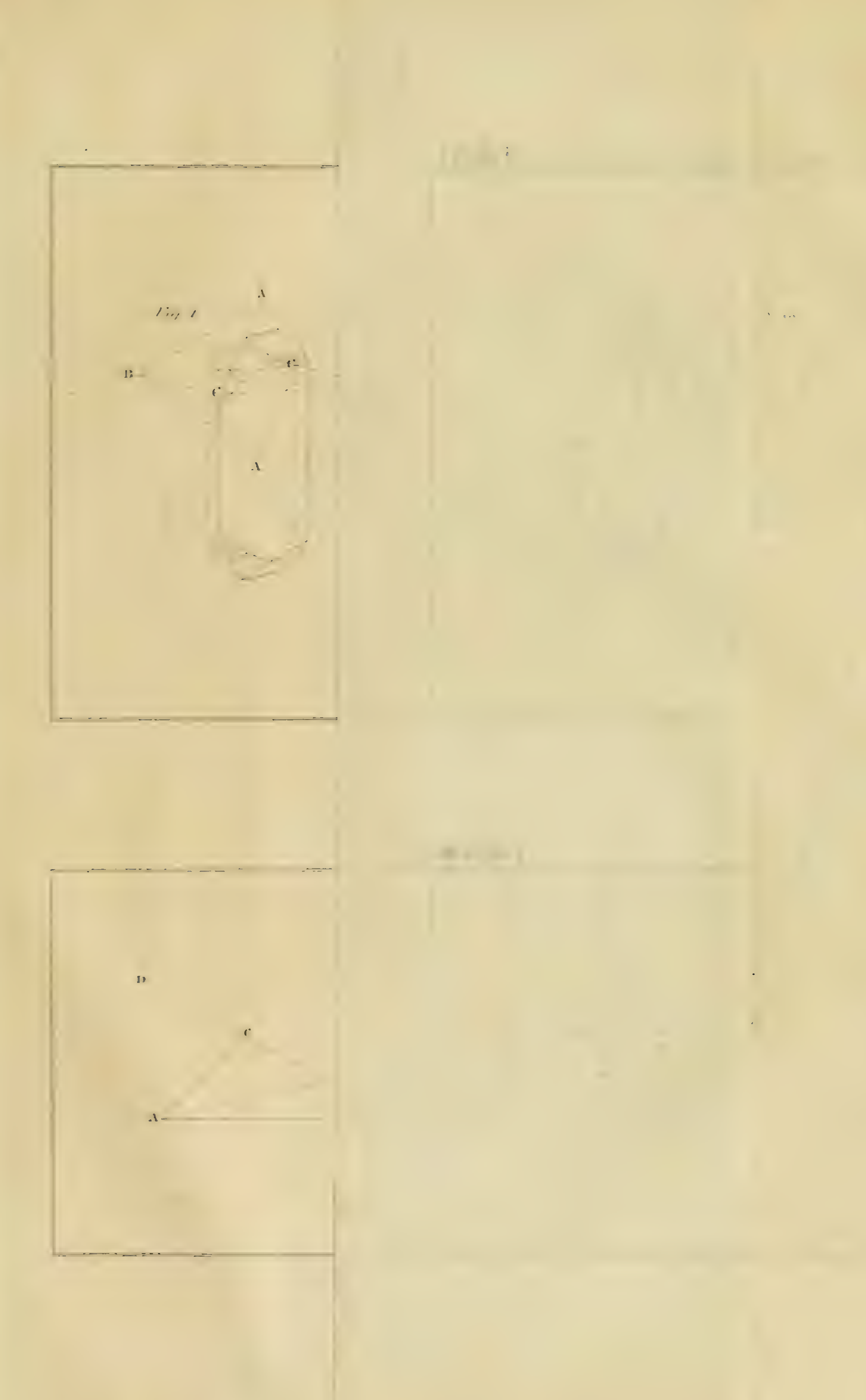
ERFORDIA

RATISBONA

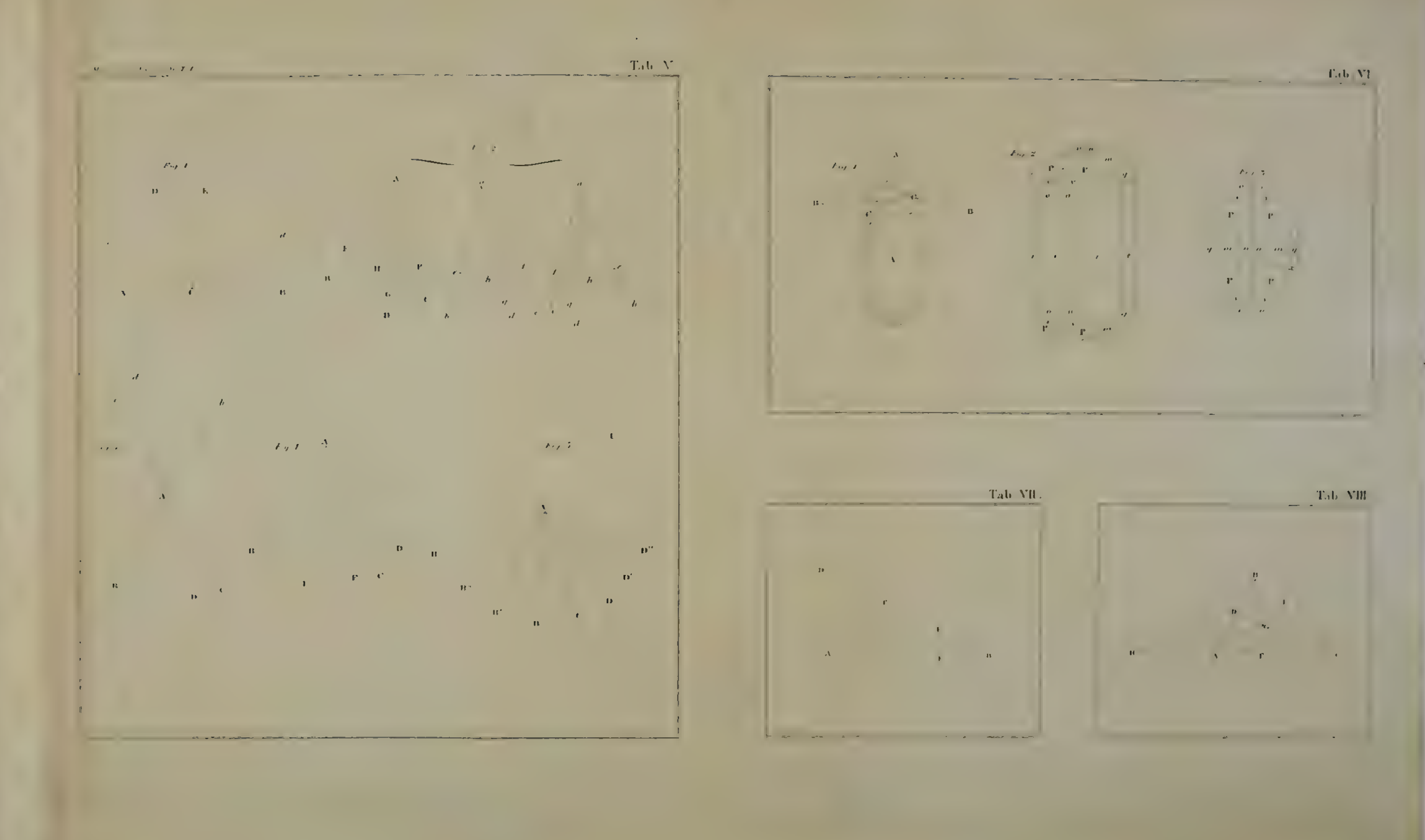
MONACHIUM

PATAVIUM

ROMA



A
B
C
A
D
C
A


Tab. V
Tab. VI
Tab. VII.
Tab. VIII

Tab: IX.

Tab: X.

Calor medius Helsingforsiae

Hora 0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 0 2 4 6 8 10

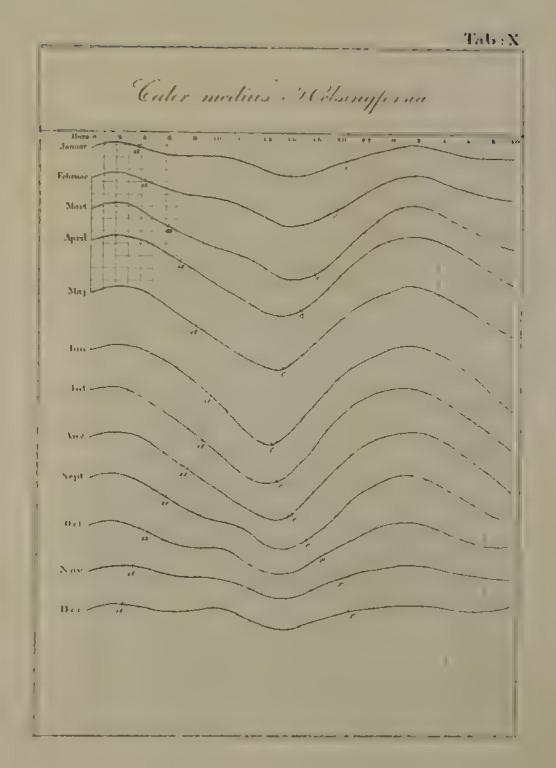
Ianuar
Februar
Mart
April
Maj
Jun
Jul
Aug
Sept
Oct
Nov
Dec

28 30

Tab: IX.

Comparatio variationum annuarum temporis vernalis, quo glacies fluminum regelantur

Tab: X



Tab. XI.

…ringar uti Barometerståndet och vattenytans
…anställde år 1859 uti Algier af Puy Climé.

14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

Tab. XI

Graphisk jemförelse mellan samtidiga förändringar af Barometerståndet och vattenytans höjd i Medelhafvet efter observationer anstälde år 1849 af [illegible]

Dag 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

JANUARI

Barometerstånd

Vattenhöjd

FEBRUARI

Barometerstånd

Vattenhöjd

X

L

Y

. 1.

Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

Fig. 4

... Finlandia adjacentibusque Russiæ regionibus.

Jun	Jul	Aug	Sept	Oct	Nov	Dec	Med. anni

Conspectus directionis ventorum mediae in Fenlandia adjacentibusque Russiae regionibus

N

	Jan	Febr	Mart	April	Mai	Jun	Jul	Aug	Sept	Oct	Nov	Dec	Medium
Alandia													
Lemo													
Aboa													
Halikko													
Helsingforsia													
Petropolis													
Moscua													
Tammela													
Wirdois													
Laukas													
Ilmola													
Storkyro													
Wöro													
Kalajoki													
Uleaburgum													
Paldamo													
Archangelopolis													

S

Tab: XIV.

